

10-11 класс, Вариант 3

Задача 1

Сколько различных решений имеет уравнение

$$\neg((J \rightarrow K) \rightarrow (L \wedge M \wedge N)) \vee \neg((L \wedge M \wedge N) \rightarrow (\neg J \vee K)) \vee (M \wedge J) = 0$$

где **J, K, L, M, N** – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений **J, K, L, M** и **N**, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Ответ: 6

Решение (использование свойств импликации):

Используем формулу $A \rightarrow B = \neg A \vee B$

Рассмотрим первую подформулу:

$$\neg((\neg J \vee K) \rightarrow (M \wedge N \wedge L)) = \neg(\neg(\neg J \vee K) \vee (M \wedge N \wedge L)) = \neg((J \wedge \neg K) \vee (M \wedge N \wedge L)) =$$

Учитывая, что $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$,

$$= (\neg J \vee K) \wedge (\neg M \vee \neg N \vee \neg L)$$

Рассмотрим вторую подформулу

$$\neg((L \wedge M \wedge N) \rightarrow (\neg J \vee K)) = \neg(\neg(L \wedge M \wedge N) \vee (\neg J \vee K)) = L \wedge M \wedge N \wedge J \wedge \neg K$$

Применим отрицание к левой и правой части уравнения, получится

$$[(J \wedge \neg K) \vee (M \wedge N \wedge L)] \wedge [\neg L \vee \neg M \vee \neg N \vee \neg J \vee K] \wedge [\neg M \vee \neg J] = 1$$

1) $(\neg M \vee \neg J) = 1$, следовательно,

а) $M = 0 \quad J = 0$

$0 \wedge \neg K \wedge \neg L \vee \neg N \vee K$, следовательно, 0 решений.

б) $M = 1 \quad J = 0$

$$[(0 \wedge \neg K) \vee (1 \wedge N \wedge L)] \wedge [\neg L \vee 0 \vee \neg N \vee 1 \vee K] \wedge [\neg M \vee 1] = N \wedge L \wedge \neg L \vee \neg N \vee 1 \vee K = 1 \Rightarrow L=N=1, \text{ следовательно, 2 решения.}$$

в) $M = 0 \quad J = 1$

$$[(1 \wedge \neg K) \vee (0 \wedge N \wedge L)] \wedge [\neg L \vee \neg 0 \vee \neg N \vee \neg 1 \vee K] \wedge [\neg 0 \vee \neg 1] = 1, \text{ следовательно, 4 решения.}$$

Ответ: $2 + 4 = 6$.

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

4100 3344 3044 2400 2124 1504

Ответ: Убывающая последовательность, состоящая из квадратов четных чисел ($30^2 28^2 26^2 24^2 22^2 20^2$) записанных в шестеричной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 5, предположим, что числа представлены в шестеричной системе счисления.

Переведем числа из шестеричной системы счисления в десятичную: 900 784 676 576 484 400, в десятичной последовательности можно заметить, что все цифры четные и являются квадратами $30^2 28^2 26^2 24^2 22^2 20^2$, следовательно, представленный ряд: Убывающая последовательность, состоящая из квадратов нечетных чисел, записанных в шестеричной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 4713 такое четырехзначное число, так как числа 47, 71 и 13 являются простыми.

- Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при N=16 и N=18;
- Ответьте на вопрос сколько чисел XYZ при N=2.

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество шестнадцатизначных и восемнадцатизначных чисел XYZ.

Пример.

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
16	16978702
18	119331102

Ответ: 21 и приведенный листинг

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые

числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a , где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел, последняя цифра которого равна i . Для цепочки длиной $N = 2$ зададим начальные данные для a : $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b , где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i .

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k , $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b . Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;
var a,b:array[1..9] of longint;
    i,j,n,k:integer;
    s:longint;
begin
    assign(input,'input.txt'); reset(input);
    assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
    readln(n);
    FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
    s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
    a[1]:=5;
    a[3]:=6;
    a[7]:=5;
    a[9]:=5;
    for i:=3 to n do
        begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
              b[3]:=a[1]+a[7];
              b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
              b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
              a:=b
        end;
    for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
    writeln(s);
    close(input); close(output);
end.
```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

Незашифрованные данные	Зашифрованное сообщение
544227	7304 3116 2154 2304 7106
881665	2116 3306 2314 3116 2116
294653	2106 6346 2354 2154 2344
563961	6106 3304 6116 3104 7306
394775	3154 2316 6144 2114 2346

Зашифруйте оставшиеся данные: 264509 200416

Ответ обоснуйте.

Ответ: 264509 2346 6106 2344 6144 6344

200416 3114 6154 3344 2154 6144

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в зашифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представление числа.

2) Представим каждую цифру зашифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (зашифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (незашифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

```
111011000100 011001001110 010001101100 010011000100 111001000110
010001001110 011011000110 010011001100 011001001110 010001001110
010001000110 110011100110 010011101100 010001101100 010011100100
110001000110 011011000100 110001001110 011001000100 111011000110
```

011001101100 010011001110 110001100100 010001001100 010011100110

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (нешифрованного сообщения).

111000 010011 000110 001000 110001

000011 011001 001010 010011 000011

000001 101101 001110 000110 001100

100001 011000 100011 010000 111001

010110 001011 100100 000010 001101

6) Так как цифры по условию идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

544227 11100 0010 011000 11000 10001 10001

881665 00001 10110 01001 01001 00110 00011

294653 00000 11011 01001 11000 01100 01100

563961 10000 10110 00100 01101 00001 11001

394775 01011 00010 11100 10000 00100 01101

7) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2 единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

722445 11000 10010 10010 10100 10100 00101

566188 00110 00101 00110 10001 01001 01001

356492 00011 00101 10100 00110 01010 10010

169365 10001 00110 01010 00011 00110 00101

577493 00101 11000 11000 10100 01010 00011

8) Получим шифр каждой цифры:

0 01100

1 10001

2 10010

3 00011

4 10100

5 00101

6 00110

7 11000

8 01001

9 01010

9) Зашифруем необходимые 264509 200416, запишем цифры с помощью шифров в прямом порядке:

264509: 10010 00110 10100 00101 01100 01010

200416: 10010 01100 01100 10100 10001 00110

10) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

264509:

110001000110111001001100010011100100011001001110110001100100

200416:

110001100110110001000110110011100100010011000100011001101100

11) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

264509: 6106 7114 2344 3116 6144

200416: 6146 6106 6344 2304 3154

Задача 5

На поле размером $N \times N$ клеток, клетки закрашиваются прямоугольниками $m \times m$. Закрашенные прямоугольники не соприкасаются между собой по горизонтали и вертикали. (Проверять правильность закрашенных прямоугольников не нужно.)

Напишите программу, которая получает на вход закрашенные на поле клетки, а на выходе получает средний размер прямоугольников (в клетках).

Входные данные:

N – длина стороны поля в клетках ($0 < N < 101$); далее построчно – обозначения клеток поля (0 – клетка не закрашена, 1 – клетка закрашена).

В ответе должно быть целое число: средний размер прямоугольника.
(Дробную часть числа отбрасывать.)

Ответ: Приведённый листинг.

Решение:

```
program p3;
var x:array[1..100,1..100]of integer;
i,j,n,k,s :integer; left,top:boolean;
begin
{ввод поля}
readln(n);
for i:=1 to n do
begin
for j:=1 to n do
read(x[i,j]);
end;

s:=0; {количество 1}
k:=0; {количество клеток}
for i:=1 to n do
for j:=1 to n do
if x[i,j]=1 then {если в клеточке часть}
begin
s:=s+1; {увеличиваем площадь}
if (i=1) then {сверху – граница матрицы}
left:=true
else
if x[i-1,j]=0 then {сверху нет}
left :=true
else
left:=false;
if (j=1) then {слева– граница матрицы}
top:=true
else
if x[i,j-1]=0 then {слева нет}
top:=true
else
top:=false;
if left and top then {слева и сверху нет – это верхний
левый угол}
k:=k+1;
end;
end;
```

```
if k<>0 then s:=s div k;  
writeln(s); {подсчет среднего}  
end.
```

Задача 6

Во время проведения бухгалтерского отчета по предприятию, произошел сбой при передаче данных по затратам подразделений. Предприятие имеет 10 подразделений. Известно, что затраты каждого подразделения не превышают 1000 млн. рублей и контрольная сумма SUM. Контрольная сумма удовлетворяет следующим условиям:

- 1) SUM — произведение затрат от двух подразделений.
- 2) SUM делится на 18.

Если контрольной суммы, удовлетворяющей условиям, нет, то значения не корректны и бухгалтерский отчет не сформирован.

Напишите эффективную программу, проверяющую корректность контрольной суммы.

Программа должна напечатать отчет по следующей форме:

Контрольная сумма: ...

Отчет сформирован. (или — Отчет не сформирован)

Кратко опишите используемый алгоритм решения.

На вход программе в каждой строке подаются затраты подразделений в млн. рублей (натуральные числа, не превышающее 1000). В последней строке записана контрольная сумма.

Пример входных данных:

12

32

18

27

64

14

24

9

49

10

648

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

Контрольная сумма: 648

Отчет сформирован.

Ответ: Приведённый листинг.