

10-11 класс. Вариант 5

Задача 1

Сколько различных решений имеет уравнение

$$(K \wedge L) \vee (M \wedge N) = 1,$$

где **K, L, M, N** – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений **K, L, M** и **N**, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Ответ: 3 случая: 1) 3, 2) 1, 3) 3

Решение: Выражение истинно в трех случаях, когда $(K \wedge L)$ и $(M \wedge N)$ равны соответственно 01, 11, 10.

1) "01" $K \wedge L = 0$; $M \wedge N = 1$, \Rightarrow M, N равны 1, а K и L любые, кроме как одновременно 1. Следовательно 3 решения.

2) "11" $K \wedge L = 1$; $M \wedge N = 1$. \Rightarrow 1 решение.

3) "10" $K \wedge L = 1$; $M \wedge N = 0$. \Rightarrow 3 решения.

Ответ: 7.

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

1104 1300 1504 2124 2400 3044

Ответ: Возрастающая последовательность, состоящая из квадратов четных чисел (16^2 18^2 20^2 22^2 24^2 26^2) записанных в шестеричной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 5, предположим, что числа представлены в шестеричной системе счисления.

Переведем числа из шестеричной системы счисления в десятичную: 256 324 400 484 576 676, в десятичной последовательности можно заметить, что все цифры четные и являются квадратами 16^2 18^2 20^2 22^2 24^2 26^2 , следовательно, представленный ряд: Возрастающая последовательность, состоящая из квадратов четных чисел, записанных в шестеричной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 5979 такое четырехзначное число, так как числа 59, 97 и 79 являются простыми.

- Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при N=18 и N=19;
- Ответьте на вопрос сколько чисел XYZ при N=2.

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество восемнадцатизначных и девятнадцатизначных чисел XYZ.

Пример.

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
18	119331102
19	316357532

Ответ: 21 и приведённый листинг.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a, где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел, последняя цифра которого равна i. Для цепочки длиной $N = 2$ зададим начальные данные для a: $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b, где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i.

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k, $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b. Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;  
var a,b:array[1..9] of longint;  
    i,j,n,k:integer;  
    s:longint;
```

```

begin
  assign(input,'input.txt'); reset(input);
  assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
  readln(n);
  FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
  s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
  a[1]:=5;
  a[3]:=6;
  a[7]:=5;
  a[9]:=5;
  for i:=3 to n do
    begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
          b[3]:=a[1]+a[7];
          b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
          b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
          a:=b
    end;
  for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
  writeln(s);
  close(input); close(output);
end.

```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

Незашифрованные данные	Зашифрованное сообщение
651136	2114 7156 2154 2304 7154
980173	3144 6314 3144 6116 2154
366511	7104 2144 2346 6104 6346
544227	7304 3116 2154 2304 7106
418035	2114 3344 7304 3344 3114

Зашифруйте оставшиеся данные: 147351 594083

Ответ обоснуйте.

Ответ: 147351 6106 2346 3114 6344 6106
594083 2144 6346 6344 2114 3306

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в шифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представления числа.

2) Представим каждую цифру шифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (шифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (нешифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

```
010001001100 111001101110 010001101100 010011000100 111001101100
011001100100 110011001100 011001100100 110001001110 010001101100
111001000100 010001100100 010011100110 110001000100 110011100110
111011000100 011001001110 010001101100 010011000100 111001000110
010001001100 011011100100 111011000100 011011100100 011001001100
```

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (нешифрованного сообщения).

```
000010 110111 000110 001000 110110
010100 101010 010100 100011 000110
110000 000100 001101 100000 101101
111000 010011 000110 001000 110001
000010 011100 111000 011100 010010
```

6) Так как цифры по условие идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

651136	00001 01101 11000 11000 10001 10110
980173	01010 01010 10010 10010 00110 00110
366511	11000 00001 00001 10110 00001 01101
544227	11100 00100 11000 11000 10001 10001
418035	00001 00111 00111 00001 11000 10010

7) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2 единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

651136	00001 01101 11000 00011 10001 10110
980173	01010 01010 10010 10010 00110 00110
366511	11000 00011 00001 10110 00001 01101
544227	11000 10010 10010 10100 10100 00101
418035	00101 00011 01100 01001 10001 10100

8) Получим шифр каждой цифры:

0	01100
1	10001
2	10010
3	00011
4	10100
5	00101
6	00110
7	11000
8	01001
9	01010

9) Зашифруем необходимые 147351 594083, запишем цифры с помощью шифров в прямом порядке:

147351:	10001 00101 00011 11000 10100 10001
594083:	00011 01001 01100 10100 01010 00101

10) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

147351:

110001000110010011100110011001001100110011100100110001000110

594083:

010001100100110011100110110011100100010001001100011011000110

11) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

147351:6106 2346 3114 6344 6106

594083:2144 6346 6344 2114 3306

Задача 5

На поле размером $N \times N$ клеток, клетки закрашиваются прямоугольниками $m \times (m-1)$. Закрашенные прямоугольники не соприкасаются между собой. (Проверить правильность закрашенных прямоугольников не нужно.)

Напишите программу, которая получает на вход закрашенные на поле клетки, а на выходе получает средний размер прямоугольников (в клетках).

Входные данные:

N – длина стороны поля в клетках ($0 < N < 101$); далее построчно – обозначения клеток поля (0 – клетка не закрашена, 1 – клетка закрашена).

В ответе должно быть целое число: средний размер прямоугольника. (Дробную часть числа отбрасывать.)

Ответ: Приведённый листинг.

Решение:

```
program p3;
var x:array[1..100,1..100]of integer;
i,j,n,k,s :integer; left,top:boolean;
begin
  {ввод поля}
  readln(n);
  for i:=1 to n do
    begin
      for j:=1 to n do
        read(x[i,j]);
      end;
    end;

  s:=0; {количество 1}
```

```

k:=0; {количество клеток}
for i:=1 to n do
  for j:=1 to n do
    if x[i,j]=1 then {если в клеточке часть}
    begin
      s:=s+1; {увеличиваем площадь}
      if (i=1) then {сверху - граница матрицы}
      left:=true
      else
      if x[i-1,j]=0 then {сверху нет}
      left :=true
      else
      left:=false;
      if (j=1) then {слева- граница матрицы}
      top:=true
      else
      if x[i,j-1]=0 then {слева нет}
      top:=true
      else
      top:=false;
      if left and top then {слева и сверху нет - это верхний
левый угол}
      k:=k+1;
      end;
      if k<>0 then s:=s div k;
      writeln(s); {подсчет среднего}
    end.

```

Задача 6

Во время проведения бухгалтерского отчета по предприятию, произошел сбой при передаче данных по затратам подразделений. Предприятие имеет 10 подразделений. Известно, что затраты каждого подразделения не превышают 200 млн. рублей и контрольная сумма SUM. Контрольная сумма удовлетворяет следующим условиям:

- 1) SUM — произведение затрат от двух подразделений.
- 2) SUM делится на 7 и 3.

Если контрольной суммы, удовлетворяющей условиям, нет, то значения не корректны и бухгалтерский отчет не сформирован.

Напишите эффективную программу, проверяющую корректность контрольной суммы.

Программа должна напечатать отчёт по следующей форме:

Контрольная сумма: ...

Отчет сформирован. (или — Отчет не сформирован)

Кратко опишите используемый алгоритм решения.

На вход программе в каждой строке подаются затраты подразделений в млн. рублей (натуральные числа, не превышающее 200). В последней строке записана контрольная сумма.

Пример входных данных:

12

32

18

27

64

14

24

9

49

10

168

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

Контрольная сумма:648

Отчет сформирован.

Ответ: Приведённый листинг.