

10-11 класс. Вариант 6

Задача 1

Сколько различных решений имеет уравнение

$$(X \wedge Y \vee Z) \rightarrow (Z \vee P) = 0,$$

где X, Y, Z, P – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений X, Y, Z и P , при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Ответ: 1.

Решение: Применим преобразование импликации:

$$(X \wedge Y \vee Z) \rightarrow (Z \vee P) = 0 \Rightarrow$$

$$\neg(X \wedge Y \vee Z) \vee (Z \vee P) = 0;$$

$$(\neg X \vee \neg Y \wedge \neg Z) \vee (Z \vee P) = 0;$$

Логическое ИЛИ ложно только в одном случае: когда оба выражения ложны.

Следовательно,

$$(Z \vee P) = 0 \Rightarrow Z = 0, P = 0.$$

$$\neg X \vee \neg Y \wedge \neg Z = 0 \Rightarrow \neg X \vee \neg Y \wedge 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\neg X \vee \neg Y = 0 \Rightarrow X = 1; Y = 1.$$

Следовательно, существует только одно решение уравнения.

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

2221 10201 11221 12321 20101 23121 31021

Ответ: Возрастающая последовательность, состоящая из квадратов нечетных чисел (169 289 361 441 529 729 841) записанных в четверичной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 3, предположим, что числа представлены в четверичной системе счисления.

Переведем числа из четверичной системы счисления в десятичную: 169 289 361 441 529 729 841, в десятичной последовательности можно заметить, что все цифры нечетные и являются квадратами 13^2 17^2 19^2 21^2 23^2 27^2 29^2 , следовательно, представленный ряд: Возрастающая последовательность, состоящая из квадратов нечетных чисел, записанных в четверичной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 1711 такое четырехзначное число, так как числа 17, 71 и 11 являются простыми.

- Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при N=13 и N=18;
- Ответьте на вопрос сколько чисел XYZ при N=2.

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество тринадцатизначных и восемнадцатизначных чисел XYZ.

Пример.

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
13	911212
18	119331102

Ответ: 21 и приведённый листинг.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a, где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел, последняя цифра которого равна i. Для цепочки длиной N = 2 зададим начальные данные для a: $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b, где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i.

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k, $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b. Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;  
var a,b:array[1..9] of longint;
```

```

    i,j,n,k:integer;
    s:longint;
begin
    assign(input,'input.txt'); reset(input);
    assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
    readln(n);
    FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
    s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
    a[1]:=5;
    a[3]:=6;
    a[7]:=5;
    a[9]:=5;
    for i:=3 to n do
        begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
              b[3]:=a[1]+a[7];
              b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
              b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
              a:=b
        end;
    for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
    writeln(s);
    close(input); close(output);
end.

```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

Незашифрованные данные	Зашифрованное сообщение
651136	2114 7156 2154 2304 7154
980173	3144 6314 3144 6116 2154
366511	7104 2144 2346 6104 6346
544227	7304 3116 2154 2304 7106
418035	2114 3344 7304 3344 3114

Зашифруйте оставшиеся данные: 200871 451237

Ответ обоснуйте.

Ответ: 200871 7144 2304 7144 6154 6144
451237 6304 3156 2114 3144 7114

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в зашифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представление числа.

2) Представим каждую цифру зашифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (зашифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (незашифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

```
010001001100111001101110010001101100010011000100111001101100
011001100100110011001100011001100100110001001110010001101100
111001000100010001100100010011100110110001000100110011100110
111011000100011001001110010001101100010011000100111001000110
010001001100011011100100111011000100011011100100011001001100
```

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (незашифрованного сообщения).

```
000010 110111 000110 001000 110110
010100 101010 010100 100011 000110
110000 000100 001101 100000 101101
111000 010011 000110 001000 110001
000010 011100 111000 011100 010010
```

б) Так как цифры по условию идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

651136	00001 01101 11000 00011 10001 10110
980173	01010 01010 10010 10010 00110 00110
366511	11000 00001 00001 10110 00001 01101
544227	11100 00100 11000 11000 10001 10001
418035	00001 00111 00111 00001 11000 10010

7) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2 единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

651136	00110 00011 10001 10001 10100 00110
980173	00011 11000 10001 01100 01001 01010
366511	10001 10001 00101 00110 00110 00011
544227	11000 10010 10010 10100 10100 00101
418035	00101 00011 01100 01001 10001 10100

8) Получим шифр каждой цифры:

0	01100
1	10001
2	10010
3	00011
4	10100
5	00101
6	00110
7	11000
8	01001
9	01010

Зашифруем необходимые 200871 451237, запишем цифры с помощью шифров в обратном порядке:

200871: 10001 11000 01001 01100 01100 10010

451237: 11000 00011 10010 10001 00101 10100

9) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

200871:

111001100100010011000100111001100100110001101100110001100100

451237:

110011000100011001101110010001001100011001100100111001001100

10) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

200871: 7144 2304 7144 6154 6144

451237: 6304 3156 2114 3144 7114

Задача 5

На поле размером $N \times N$ клеток, клетки закрашиваются прямоугольниками $m \times n$, расположенными строго по горизонтали или вертикали около границ поля. Закрашенные прямоугольники могут иметь не более одной общей клетки. (Проверять правильность закрашенных прямоугольников не нужно.)

Напишите программу, которая получает на вход закрашенные на поле клетки, а на выходе получает средний размер прямоугольников (в клетках).

Входные данные:

N – длина стороны поля в клетках ($0 < N < 100$); далее построчно – обозначения клеток поля (0 – клетка не закрашена, 1 – клетка закрашена).

В ответе должно быть целое число: средний размер прямоугольника. (Дробную часть числа отбрасывать.)

Ответ: Приведённый листинг.

Решение:

```
program p3;
var x:array[1..100,1..100]of integer;
i,j,n,k,s :integer; left,top:boolean;
begin
{ввод поля}
readln(n);
for i:=1 to n do
```

```

begin
  for j:=1 to n do
    read(x[i,j]);
  end;

s:=0; {количество 1}
k:=0; {количество клеток}
for i:=1 to n do
  for j:=1 to n do
    if x[i,j]=1 then {если в клеточке часть}
      begin
        s:=s+1; {увеличиваем площадь}
        if (i=1) then {сверху - граница матрицы}
          left:=true
        else
          if x[i-1,j]=0 then {сверху нет}
            left :=true
          else
            left:=false;
          if (j=1) then {слева- граница матрицы}
            top:=true
          else
            if x[i,j-1]=0 then {слева нет}
              top:=true
            else
              top:=false;
            if left and top then {слева и сверху нет - это верхний
левый угол}
              k:=k+1;
            end;
            if k<>0 then s:=s div k;
            writeln(s); {подсчет среднего}
          end.

```

Задача 6

Во время проведения бухгалтерского отчета по предприятию, произошел сбой при передаче данных по затратам подразделений. Предприятие имеет 10 подразделений. Известно, что затраты каждого подразделения не превышают 100 млн. рублей и контрольная сумма SUM. Контрольная сумма удовлетворяет следующим условиям:

- 1) SUM — сумма затрат от трех подразделений.
- 2) SUM является простым число.

Если контрольной суммы, удовлетворяющей условиям, нет, то значения не корректны и бухгалтерский отчет не сформирован.

Напишите эффективную программу, проверяющую корректность контрольной суммы.

Программа должна напечатать отчет по следующей форме:

Контрольная сумма: ...

Отчет сформирован. (или — Отчет не сформирован)

Кратко опишите используемый алгоритм решения.

На вход программе в каждой строке подаются затраты подразделений в млн. рублей (натуральные числа, не превышающее 100). В последней строке записана контрольная сумма.

Пример входных данных

8

32

73

18

64

14

85

12

49

76

79

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

Контрольная сумма: 79

Отчет сформирован.

Ответ: Приведенный листинг.