

10-11 класс. Вариант 7

Задача 1

Сколько различных решений имеет уравнение

$$(X \vee Y \vee Z) \rightarrow (X \wedge P) = 1,$$

где X, Y, Z, P – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений X, Y, Z и P , при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Ответ: 6.

Решение: Применим преобразование импликации:

$$(X \vee Y \vee Z) \rightarrow (X \wedge P) = 1;$$

$$\neg(X \vee Y \vee Z) \vee (X \wedge P) = 1;$$

$$(\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z) \vee (X \wedge P) = 1; (1)$$

Логическое "ИЛИ" ложно, когда ложны оба утверждения.

Логическое "И" истинно только тогда, когда истинны оба утверждения.

Вариант 1.

$$(\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z) = 1 \text{ тогда } X = 0, Y = 0, Z = 0.$$

Тогда из (1) следует, что P может быть, как 1, так и 0, то есть 2 набора решений.

Вариант 2.

$$(\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z) = 0, (X \wedge P) = 1.$$

$$\text{Тогда } P = 1, X = 1.$$

$$(0 \wedge \neg Y \wedge \neg Z) = 0 \Rightarrow \text{есть 4 решения.}$$

В итоге 6 решений.

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

514 642 1111 1261 1452 1654

Ответ: Возрастающая последовательность, состоящая из квадратов четных чисел ($16^2 18^2 20^2 22^2 24^2 26^2$) записанных в шестеричной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 5, предположим, что числа представлены в шестеричной системе счисления.

Переведем числа из шестеричной системы счисления в десятичную: 256 324 400 484 576 676, в десятичной последовательности можно заметить, что все цифры четные и являются квадратами $16^2 18^2 20^2 22^2 24^2 26^2$, следовательно, представленный ряд: Возрастающая последовательность,

состоящая из квадратов четных чисел, записанных в шестеричной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 5317 такое четырехзначное число, так как числа 53, 31 и 17 являются простыми.

- Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при N=16 и N=19;
- Ответьте на вопрос сколько чисел XYZ при N=2.

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество шестнадцатизначных и девятнадцатизначных чисел XYZ.

Пример.

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
16	16978702
19	316357532

Ответ: 21 и приведённый листинг.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a, где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел, последняя цифра которого равна i. Для цепочки длиной N = 2 зададим начальные данные для a: $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b, где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i.

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k , $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b . Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;
var a,b:array[1..9] of longint;
    i,j,n,k:integer;
    s:longint;
begin
    assign(input,'input.txt'); reset(input);
    assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
    readln(n);
    FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
    s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
    a[1]:=5;
    a[3]:=6;
    a[7]:=5;
    a[9]:=5;
    for i:=3 to n do
        begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
              b[3]:=a[1]+a[7];
              b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
              b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
              a:=b
        end;
    for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
    writeln(s);
    close(input); close(output);
end.
```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

Незашифрованные данные	Зашифрованное сообщение
651136	2114 7156 2154 2304 7154

544227	7304 3116 2154 2304 7106
366511	7104 2144 2346 6104 6346
563961	6106 3304 6116 3104 7306
146077	7344 2104 6346 2344 6106

Зашифруйте оставшиеся данные: 881288 639208

Ответ обоснуйте.

Ответ: 881288 2344 2356 2114 3116 2116
639208 2346 2314 3116 2104 3354

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в зашифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представление числа.

2) Представим каждую цифру зашифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (зашифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (незашифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

```
010001001100 111001101110 010001101100 010011000100 111001101100
111011000100 011001001110 010001101100 010011000100 111001000110
111001000100 010001100100 010011100110 110001000100 110011100110
110001000110 011011000100 110001001110 011001000100 111011000110
111011100100 010001000100 110011100110 010011100100 110001000110
```

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (незашифрованного сообщения).

```
000010 110111 000110 001000 110110
111000 010011 000110 001000 110001
110000 000100 001101 100000 101101
```

100001 011000 100011 010000 111001

111100 000000 101101 001100 100001

6) Так как цифры по условию идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

651136 000010 110111 000110 001000 110110

544227 111000 010011 000110 001000 110001

366511 110000 000100 001101 100000 101101

563961 100001 011000 100011 010000 111001

146077 111100 000000 101101 001100 100001

7) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2 единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

651136 00001 01101 11000 00011 10001 00110

544227 11000 10010 10010 10100 10100 00101

366511 10001 10001 00101 00110 00110 00011

563961 10001 00110 01010 00011 00110 00101

146077 11000 11000 01100 00110 10100 10001

8) Получим шифр каждой цифры:

0 01100

1 10001

2 10010

3 00011

4 10100

5 00101

6 00110

7 11000

8 01001

9 01010

9) Зашифруем необходимые 881288 639208, запишем цифры с помощью шифров в прямом порядке:

881288: 01001 01001 10010 10001 01001 01001

639208: 01001 01100 10010 01010 00011 00110

10) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

881288:

010011100100010011101110010001001100011001001110010001001110

639208:

010011100110010011001100011001001110010001000100011011101100

11) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

881288: 2344 2356 2114 3116 2116

639208: 2346 2314 3116 2104 3354

Задача 5

На поле размером $N \times N$ клеток, клетки закрашиваются прямоугольниками $m \times (m-1)$. Закрашенные прямоугольники могут соприкасаться между собой по диагонали. (Проверять правильность закрашенных прямоугольников не нужно.)

Напишите программу, которая получает на вход закрашенные на поле клетки, а на выходе получает средний размер прямоугольников (в клетках).

Входные данные:

N – длина стороны поля в клетках ($0 < N < 100$); далее построчно – обозначения клеток поля (0 – клетка не закрашена, 1 – клетка закрашена).

В ответе должно быть целое число: средний размер прямоугольника. (Дробную часть числа отбрасывать.)

Ответ: Приведённый листинг.

Решение:

```
program p3;  
var x:array[1..100,1..100]of integer;  
i,j,n,k,s :integer; left,top:boolean;
```

```

begin
{ВВОД поля}
readln(n);
for i:=1 to n do
begin
for j:=1 to n do
read(x[i,j]);
end;

s:=0; {количество 1}
k:=0; {количество клеток}
for i:=1 to n do
for j:=1 to n do
if x[i,j]=1 then {если в клеточке часть}
begin
s:=s+1; {увеличиваем площадь}
if (i=1) then {сверху - граница матрицы}
left:=true
else
if x[i-1,j]=0 then {сверху нет}
left :=true
else
left:=false;
if (j=1) then {слева- граница матрицы}
top:=true
else
if x[i,j-1]=0 then {слева нет}
top:=true
else
top:=false;
if left and top then {слева и сверху нет - это верхний
левый угол}
k:=k+1;
end;
if k<>0 then s:=s div k;
writeln(s); {подсчет среднего}
end.

```

Задача 6

Во время проведения бухгалтерского отчета по предприятию, произошел сбой при передаче данных по затратам подразделений. Предприятие имеет 10 подразделений. Известно, что затраты каждого подразделения не превышают

500 млн. рублей и контрольная сумма SUM. Контрольная сумма удовлетворяет следующим условиям:

- 1) SUM — произведение затрат от двух подразделений.
- 2) SUM делится на 11 и 5.

Если контрольной суммы, удовлетворяющей условиям, нет, то значения не корректны и бухгалтерский отчет не сформирован.

Напишите эффективную программу, проверяющую корректность контрольной суммы.

Программа должна напечатать отчёт по следующей форме:

Контрольная сумма: ...

Отчет сформирован. (или — Отчет не сформирован)

Кратко опишите используемый алгоритм решения.

На вход программе в каждой строке подаются затраты подразделений в млн. рублей (натуральные числа, не превышающее 500). В последней строке записана контрольная сумма.

Пример входных данных:

12

22

18

27

64

14

24

20

49

10

440

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

Контрольная сумма: 440

Отчет сформирован.

Ответ: Приведённый листинг.