

9 класс. Вариант 6

Задача 1

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА

2. ААААО

3. ААААУ

4. АААОА

.....

Укажите номер слова ОУУУО.

Ответ: 161

Решение: Обозначим $A=0$, $O=1$, $U=2$ тогда последовательность символов представляет собой последовательность чисел троичной системы счисления. Следовательно, так как первое число 0, то необходимо перевести число 12221 и прибавить единицу в троичную систему счисления. Получаем число 161.

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

251 301 331 345 405 421 435 455

Ответ: Простые числа (103 109 127 137 149 157 167 179) записанные в шестеричной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 5, предположим, что числа представлены в шестеричной системе счисления.

Переведем числа из шестеричной системы счисления в десятичную: 103 109 127 137 149 157 167 179, в десятичной последовательности можно заметить, что все цифры нечетные и не имеют делителей, следовательно, представленный ряд: простые числа, записанные в шестеричной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 8979 такое четырехзначное число, так как числа 89, 97 и 79 являются простыми.

Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при N=6 и N=10;

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество шестизначных и десятизначных чисел XYZ.

Пример.

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
6	992
10	48912

Ответ: Приведённый листинг.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a, где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел, последняя цифра которого равна i. Для цепочки длиной $N = 2$ зададим начальные данные для a: $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b, где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i.

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k, $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b. Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;
var a,b:array[1..9] of longint;
    i,j,n,k:integer;
    s:longint;
begin
    assign(input,'input.txt'); reset(input);
    assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
    readln(n);
```

```

FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
a[1]:=5;
a[3]:=6;
a[7]:=5;
a[9]:=5;
for i:=3 to n do
begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
      b[3]:=a[1]+a[7];
      b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
      b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
      a:=b
end;
for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
writeln(s);
close(input); close(output);
end.

```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

Незашифрованные данные	Зашифрованное сообщение
544227	7304 3116 2154 2304 7106
881665	2116 3306 2314 3116 2116
294653	2106 6346 2354 2154 2344
563961	6106 3304 6116 3104 7306
394775	3154 2316 6144 2114 2346

Зашифруйте оставшиеся данные: 264509 200416

Ответ обоснуйте.

Ответ: 264509 2346 6106 2344 6144 6344
200416 3114 6154 3344 2154 6144

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в зашифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представление числа.

2) Представим каждую цифру зашифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (зашифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (незашифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

```
111011000100 011001001110 010001101100 010011000100 111001000110
010001001110 011011000110 010011001100 011001001110 010001001110
010001000110 110011100110 010011101100 010001101100 010011100100
110001000110 011011000100 110001001110 011001000100 111011000110
011001101100 010011001110 110001100100 010001001100 010011100110
```

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (незашифрованного сообщения).

```
111000 010011 000110 001000 110001
000011 011001 001010 010011 000011
000001 101101 001110 000110 001100
100001 011000 100011 010000 111001
010110 001011 100100 000010 001101
```

6) Так как цифры по условию идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

544227	11100 0010 011000 11000 10001 10001
881665	00001 10110 01001 01001 00110 00011
294653	00000 11011 01001 11000 01100 01100
563961	10000 10110 00100 01101 00001 11001
394775	01011 00010 11100 10000 00100 01101

7) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2 единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

722445	11000 10010 10010 10100 10100 00101
566188	00110 00101 00110 10001 01001 01001
356492	00011 00101 10100 00110 01010 10010
169365	10001 00110 01010 00011 00110 00101
577493	00101 11000 11000 10100 01010 00011

8) Получим шифр каждой цифры:

0	01100
1	10001
2	10010
3	00011
4	10100
5	00101
6	00110
7	11000
8	01001
9	01010

9) Зашифруем необходимые 264509 200416, запишем цифры с помощью шифров в прямом порядке:

264509:	10010 00110 10100 00101 01100 01010
200416:	10010 01100 01100 10100 10001 00110

10) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

264509:

110001000110111001001100010011100100011001001110110001100100

200416:

110001100110110001000110110011100100010011000100011001101100

11) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

264509: 6106 7114 2344 3116 6144

200416: 6146 6106 6344 2304 3154

Задача 5

У Васи есть доступ к Интернет по высокоскоростному одностороннему радиоканалу, обеспечивающему скорость получения им информации 2^{19} бит в секунду. У Пети нет скоростного доступа в Интернет, но есть возможность получать информацию от Васи по низкоскоростному телефонному каналу со средней скоростью 2^{15} бит в секунду. Петя договорился с Васей, что тот будет скачивать для него данные объемом 10 Мбайт по высокоскоростному каналу и ретранслировать их Пете по низкоскоростному каналу. Компьютер Васи может начать ретрансляцию данных не раньше, чем им будут получены первые 1024 Кбайт этих данных. Каков минимально возможный промежуток времени (в секундах), с момента начала скачивания Васей данных, до полного их получения Петей? В ответе укажите только число, слово «секунд» или букву «с» добавлять не нужно.

Ответ: 2576

Решение:

Нужно определить, сколько времени будет передаваться файл объемом 10 Мбайт по каналу со скоростью передачи данных 2^{15} бит/с; к этому времени нужно добавить задержку файла у Васи (пока он не получит 1024 Кбайт данных по каналу со скоростью 2^{19} бит/с).

Переведём объём информации в Мб в биты:

$$Q = 10 \text{ Мб} = 10 * 2^{20} \text{ байт} = 10 * 2^{23} \text{ бит.}$$

$$\text{Время задержки:} = 1024 \text{ кб} / 2^{19} \text{ бит/с} = 2^{(10+10+3)-19} \text{ с} = 2^4 \text{ с.}$$

$$\text{Время скачивания данных Петей:} = 10 * 2^{23} \text{ бит} / 2^{15} \text{ бит/с} = 10 * 2^8 \text{ с.}$$

$$\text{Полное время:} = 10 * 2^8 \text{ с} + 2^4 \text{ с} = (256 * 10 + 16) \text{ с} = 2576 \text{ с.}$$

Задача 6

Один из простейших способов кодирования – это поменять местами определённые биты в представлении числа. Предположим, что нужно поменять местами четыре первых и четыре последних бита в числе 1100011010. Результат кодирования: число 1011011100. Указать какие значения в десятичной системе счисления и на сколько изменилось значение в результате кодирования. Напишите программу, которая кодирует введённое число указанным образом.

Ответ: $794 \gg 732$, значение изменилось на 62 и приведённый листинг.

Решение:

Необходимо выделить начало числа – четыре бита – делением на 64, затем конец числа – четыре бита – остаток от деления на 16. Средняя не изменяемая часть числа получается, как остаток от деления на 64 поделенный на 16. Далее собираем из этих трех частей новое число.

Пример программы (Паскаль)

```
program p4;
var x,y,a,b,c:integer;
begin
  readln(x);
  a := x div 64; { начало числа }
  b := x Mod 16; { конец числа }
  c := (x Mod 64) div 16; { середина }
  y := b* 64 + c*16+a; { новое число }
  writeln(y)
end.
```