

9 класс. Вариант 8

Задача 1

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, К, Р, У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААК
3. ААААР
4. ААААУ
5. АААКА

.....

Укажите номер первого слова, которое начинается с буквы К.

Ответ: 257

Решение: Из четырех букв можно составить $4^5 = 1024$ пятибуквенных слова. Т. к. слова идут в алфавитном порядке, то первая четверть (256 шт) начинаются с «А», вторая четверть (тоже 256) – с «К», третья четверть (тоже 256) – с «Р», а последняя треть – с «У», то есть первая буква меняется через 256 слово. Т. е. со слова с номером 257 первой буквой будет К.

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

412 414 1011 1022 1101 1112 1143 1204

Ответ: Простые числа (107 109 131 137 151 157 173 179) записанные в пятеричной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 54 предположим, что числа представлены в пятеричной системе счисления.

Переведем числа из пятеричной системы счисления в десятичную: 107 109 131 137 151 157 173 179, в десятичной последовательности можно заметить, что все цифры нечетные и не имеют делителей, следовательно, представленный ряд: простые числа, записанные в пятеричной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 1711 такое четырехзначное число, так как числа 17, 71 и 11 являются простыми.

Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при N=3 и N=8;

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество трёхзначных и восьмизначных чисел XYZ.

Пример.

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
3	52
8	6962

Ответ: Приведённый листинг.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a, где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел, последняя цифра которого равна i. Для цепочки длиной $N = 2$ зададим начальные данные для a: $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b, где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i.

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k, $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b. Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;  
var a,b:array[1..9] of longint;  
    i,j,n,k:integer;  
    s:longint;  
begin
```

```

assign(input,'input.txt'); reset(input);
assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
readln(n);
FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
a[1]:=5;
a[3]:=6;
a[7]:=5;
a[9]:=5;
for i:=3 to n do
begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
      b[3]:=a[1]+a[7];
      b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
      b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
      a:=b
end;
for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
writeln(s);
close(input); close(output);
end.

```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

Незашифрованные данные	Зашифрованное сообщение
810947	7306 2104 7154 2306 2116
146077	7344 2104 6346 2344 6106
703109	2346 6114 2106 7156 6104
394775	3154 2316 6144 2114 2346

991420

3314 3116 2304 3116 2344

Зашифруйте оставшиеся данные: 200871 732711

Ответ обоснуйте.

Ответ: 200871 7144 2304 7144 6154 6144

732711 7204 2356 6106 2146 2314

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в зашифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представление числа.

2) Представим каждую цифру зашифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (зашифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (незашифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

111011000110 010001000100 111001101100 010011000110 010001001110
111011100100 010001000100 110011100110 010011100100 110001000110
010011100110 110001001100 010001000110 111001101110 110001000100
011001101100 010011001110 110001100100 010001001100 010011100110
011011001100 011001001110 010011000100 011001001110 010011100100

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (незашифрованного сообщения).

111001 000000 110110 001001 000011
111100 000000 101101 001100 100001
001101 100010 000001 110111 100000
010110 001011 100100 000010 001101
011010 010011 001000 010011 001100

б) Так как цифры по условию идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

810947	11100 10000 00110 11000 10010 00011
146077	11110 00000 00101 10100 11001 00001
703109	00110 11000 10000 00111 01111 00000
394775	01011 00010 11100 10000 00100 01101
991420	01101 00100 11001 00001 00110 01100

7) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2 единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

810947	11000 10100 01010 01100 10001 01001
146077	11000 11000 01100 00110 10100 10001
703109	01010 01100 10001 00011 01100 11000
394775	00101 11000 11000 10100 01010 00011
991420	01100 10010 10100 10001 01010 01010

8) Получим шифр каждой цифры:

0	01100
1	10001
2	10010
3	00011
4	10100
5	00101
6	00110
7	11000
8	01001
9	01010

9) Зашифруем необходимые 200871 732711, запишем цифры с помощью шифров в прямом порядке:

200871: 10001 11000 01001 01100 01100 10010

732711: 10001 10001 11000 10010 00011 11000

10) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

200871:

111001100100010011000100111001100100110001101100110001100100

732711:

111001000100010011101110110001000110010001100110010011001100

11) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

200871: 7144 2304 7144 6154 6144

732711: 7104 2356 6106 2146 2314

Задача 5

У Кати есть доступ в Интернет по высокоскоростному одностороннему радиоканалу, обеспечивающему скорость получения информации 2^{20} бит в секунду. У Сергея нет скоростного доступа в Интернет, но есть возможность получать информацию от Кати по телефонному каналу со средней скоростью 2^{13} бит в секунду. Сергей договорился с Катей, что она скачает для него данные объёмом 9 Мбайт по высокоскоростному каналу и ретранслирует их Сергею по низкоскоростному каналу. Компьютер Кати может начать ретрансляцию данных не раньше, чем им будут получены первые 1024 Кбайт этих данных. Каков минимально возможный промежуток времени (в секундах) с момента начала скачивания Катей данных до полного их получения Сергеем? В ответе укажите только число, слово «секунд» или букву «с» добавлять не нужно.

Ответ: 9224

Решение: Нужно определить, сколько времени будет передаваться файл объёмом 9 Мбайт по каналу со скоростью передачи данных 2^{13} бит/с; к этому времени нужно добавить задержку файла у Кати (пока она не получит 1024 Кбайт данных по каналу со скоростью 2^{20} бит/с).

Переведём объём информации в Мб в биты:

$$Q = 9 \text{ Мб} = 9 * 2^{20} \text{ байт} = 9 * 2^{23} \text{ бит.}$$

$$\text{Время задержки:} = 1024 \text{ кб} / 2^{20} \text{ бит/с} = 2^{(10+10+3)-20} \text{ с} = 2^3 \text{ с.}$$

$$\text{Время скачивания данных Сергеем:} = 9 * 2^{23} \text{ бит} / 2^{13} \text{ бит/с} = 9 * 2^{10} \text{ с.}$$

$$\text{Полное время:} = 9 * 2^{10} \text{ с} + 2^3 \text{ с} = (9216 + 8) \text{ с} = 9224 \text{ с.}$$

Задача 6

Один из простейших способов кодирования – это поменять местами определённые биты в представлении числа. Предположим, что нужно поменять местами четыре первых и два последних бита в числе 1100011010. Результат кодирования: число 1001101100. Указать какие значения в десятичной системе счисления и на сколько изменилось значение в результате кодирования. Напишите программу, которая кодирует введённое число указанным образом.

Ответ: 794 >> 620, значение изменилось на 174 и приведённый листинг.

Решение:

Необходимо выделить начало числа – четыре бита – делением на 64, затем конец числа – два бита – остаток от деления на 4. Средняя не изменяемая часть числа получается, как остаток от деления на 64 поделенный на 4. Далее собираем из этих трех частей новое число.

Пример программы (Паскаль)

```
program p4;
var x,y,a,b,c:integer;
begin
  readln(x);
  a := x div 64; { начало числа }
  b := x Mod 4; { конец числа }
  c := (x Mod 64) div 4; { середина }
  y := b* 256 + c*16+a; { новое число }
  writeln(y)
end.
```