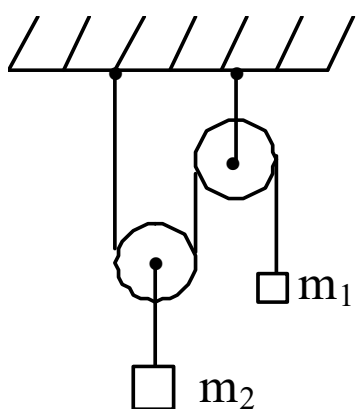


9 класс. Вариант 3.

1. Небольшой камень, брошенный с ровной горизонтальной поверхности земли под углом к горизонту, упал обратно на землю через 2 с в 20 м от места броска. Чему равна минимальная скорость камня за время полёта?

Решение:

Минимальная скорость достигается в верхней точке траектории. На всем протяжении полета она равна горизонтальной проекции скорости, а значит, равна отношению горизонтальной дальности ко времени полета, т.е., 10 м/с.



2. В системе блоков на нерастяжимой нити подвешены грузы массами $m_1 = 1,8$ кг и $m_2 = 2,8$ кг. Найдите ускорение a_1 груза массой m_1 . Массой блоков и нити и трением в осях блоков пренебречь.

Решение:

Запишем уравнения динамики движения грузов:

$$\begin{aligned}m_1 a_1 &= T_1 - m_1 g \\ -m_2 a_2 &= T_2 - m_2 g \\ T_2 &= 2T_1 \\ a_1 &= 2a_2\end{aligned}$$

Находим ускорение a_1 груза массой m_1 :

$$a_1 = 2g \frac{2m_1 - m_2}{4m_1 + m_2}$$

3. Молот массой 2 т падает на металлическую болванку массой 2 кг. В результате удара температура болванки возрастает на 25°C. Считая, что на нагревание болванки идет 50 % всей выделившейся энергии, найдите скорость молота непосредственно перед ударом о болванку. Удельная теплоемкость материала болванки 200 Дж/(кг·°C).

Решение:

Уравнение теплового баланса в нашем случае имеет вид

$$\eta \frac{MV^2}{2} = cm\Delta t$$

Скорость молота равна

$$V = \sqrt{\frac{2cm\Delta t}{\eta M}} \approx 4,47 \text{ м/с}$$

4. Электрон влетает в область пространства с однородным электрическим полем с напряженностью E перпендикулярно силовым линиям. Определите значение индукции магнитного поля B , которое необходимо создать в этой области для того, чтобы электрон пролетел ее не испытывая отклонения. Энергия электрона W .

Решение:

Для пролета без отклонения модули составляющих силы Лоренца должны быть равны между собой, т.е.

$$eE = eVB$$

Учитывая, что

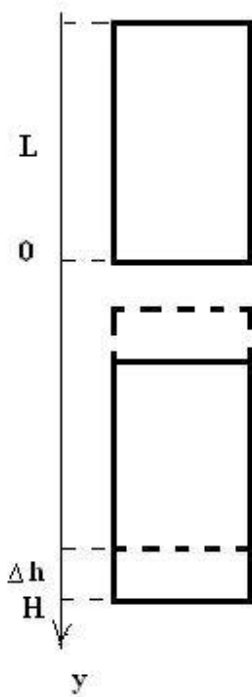
$$V = \sqrt{\frac{2W}{m}},$$

получим

$$B = E \sqrt{\frac{m}{2W}}$$

5. В закрытой с двух сторон вертикально расположенной цилиндрической прозрачной трубке массой $M = 20$ г и длиной $L = 2$ м на дне сидит муха массой $m = 1$ г. В некоторый момент времени она взлетает вверх со скоростью $V_0 = 10$ м/с и одновременно трубка начинает падать. Неподвижный наблюдатель замечает время, за которое муха долетит до "потолка" трубки. За это время трубка пролетает какое-то расстояние. На сколько отличается расстояние, пройденное трубкой за то же время, при условии, что муха остается сидеть на "полу" трубки?

Решение.



Пусть время полета мухи τ . При взлете мухи со скоростью V_0 трубка приобретает скорость, направленную вниз и равную $V_{0mp} = \frac{m}{M}V_0$. "Пол" трубки за время полета пройдет расстояние

$$H = V_{0mp}\tau + \frac{g\tau^2}{2}.$$

Перемещения относительно неподвижного наблюдателя за время τ мухи и "потолка" трубки связаны соотношением

$$V_0\tau + H = L.$$

Из этих выражений следует, что

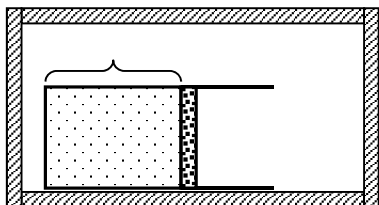
$$\tau = \frac{\sqrt{V_0^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right)^2 + 2gL} - V_0 \left(1 + \frac{m}{M}\right)}{g}.$$

Учитывая, что с мухой, сидящей на "полу" трубки, расстояние, пройденное "полом" равно

$$H - \Delta h = \frac{g\tau^2}{2},$$

получим

$$\Delta h = V_0 \frac{m}{M} \tau \approx 8,8 \text{ см.}$$

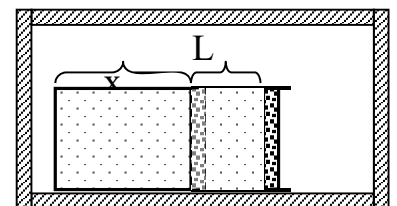


6. В горизонтальном цилиндрическом сосуде, закрытом поршнем, находится идеальный одноатомный газ. Первоначальное давление газа $p_1 = 7,5 \cdot 10^4$ Па. Расстояние от основания цилиндрического сосуда до поршня $L = 40$ см. Площадь поперечного сечения поршня

$S = 60 \text{ см}^2$. В результате медленного нагревания газа поршень сдвинулся на расстояние $x = 10$ см. При движении поршня на него со стороны стенок действует сила трения $F_{тр} = 600$ Н. Какое количество теплоты подвели к газу в этом процессе? Сосуд находится в вакууме.

Решение

Поршень начнет двигаться, как только сила давления газа станет равной или больше силы трения. Поэтому вначале необходимо оценить сила давления больше или меньше силы трения $F_{тр} \geq p_1 S$



Оценим $p_1 S = 7,5 \cdot 10^4 \cdot 60 \cdot 10^{-4} = 450 \text{ Н}$, что меньше чем сила трения. Следовательно, при подведении тепла газ сначала будет изохорно нагреваться, а затем изобарно расширяться при давлении $p_2 = \frac{F_{\text{тр}}}{S}$ (1).

В соответствии с I законом термодинамики $Q = Q_1 + Q_2$, где Q_1 тепло, полученное при изохорическом нагревании, $Q_1 = \Delta U_1 = C_V \nu \Delta T_{12}$; $Q_2 = \Delta U_2 + A_{\text{тр}} = C_V \nu \Delta T_{23} + A_{\text{тр}}$.

Т.к. $\Delta T_{12} = T_2 - T_1$ и $\Delta T_{23} = T_3 - T_2$, то $Q = C_V \nu (T_2 - T_1) + C_V \nu (T_3 - T_2) + A_{\text{тр}}$ или

$$Q = C_V \nu T_3 - C_V \nu T_1 + A_{\text{тр}}. \quad \text{Где } A_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} \cdot x$$

Т.к. газ одноатомный, то $C_V \nu T_3 = \frac{3}{2} R \nu T_3$ или в соответствии с законом Клапейрона-Менделеева $\frac{3}{2} R \nu T_3$, аналогично $C_V \nu T_1 = \frac{3}{2} p_1 V_1$ Тогда:

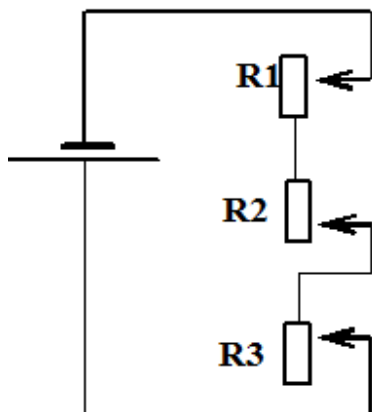
$$Q = \frac{3}{2} p_2 V_2 - \frac{3}{2} p_1 V_1 + F_{\text{тр}} \cdot x \quad (2)$$

$$V_1 = S L, \quad (3). \quad V_2 = S (L + x) \quad (4)$$

$$\text{или } Q = \frac{3}{2} S L (p_2 + \frac{x}{L} p_2 - p_1) + F_{\text{тр}} \cdot x, \quad \text{подставив значения (1), (3), (4)}$$

получим

$$Q = F_{\text{тр}} \cdot \left(\frac{3}{2} L + \frac{5}{2} x \right) - p_1 S L = 600 \left(\frac{3}{2} 40 + \frac{5}{2} 10 \right) \cdot 10^{-2} - 7,5 \cdot 10^4 \cdot 60 \cdot 10^{-4} \cdot 40 \cdot 10^{-2} = 420 \text{ Дж.}$$



7. В цепи постоянного тока, показанной на рисунке, необходимо изменить сопротивление второго реостата (R_2) с таким расчетом, чтобы мощность, выделяющаяся на нем, увеличилась вдвое. Мощность на третьем реостате (R_3) должна остаться при этом неизменной. Как этого добиться, изменив сопротивление первого (R_1) и второго (R_2) реостатов? Начальные значения сопротивлений реостатов $R_1 = 9 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$ и $R_3 = 6 \text{ Ом}$.

Решение

Т.к. мощность на R_3 остается неизменной, то ток текущий в цепи не меняется, следовательно, при изменении сопротивлений R_1 и R_2 общее сопротивление не меняется, т.е.

$$R_1 + R_2 + R_3 = R'_1 + R'_2 + R_3, \quad \text{или } R_1 + R_2 = R'_1 + R'_2 \quad (1)$$

Мощность, выделяемая на сопротивлении R_2 : $P = I^2 R_2$. После изменения сопротивления R_2 мощность на нем возросла в 2 раза, при неизменном токе. Т.е. $R'_2 = 2R_2 = 12 \text{ Ом}$. Подставив значения сопротивлений в (1) получим, что $R_1 = 3 \text{ Ом}$.

8. Через отверстие в горизонтальной плите в плите вертикально вверх вылетает шарик со скоростью V_0 . В тот момент, когда первый шарик достигает

максимальной высоты, из отверстия вылетает второй точно такой же шарик, а в момент столкновения первого шарика со вторым из отверстия вылетает третий такой же шарик. Начальные скорости всех шариков одинаковые, соударения между шарами абсолютно упругие. Определите время, в течение которого первый шарик находился над плитой. Посчитайте это время, если $V_0 = 14$ м/с

Решение

На рисунке 1 изображены начальные моменты вылетов для всех трех шариков.

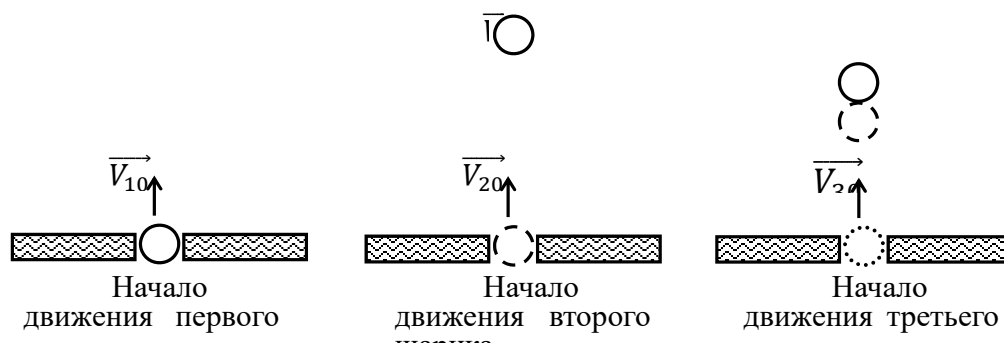


Рис. 1

Понятно, что все они летят по одинаковым траекториям. В моменты упругих ударов происходит обмен скоростями между шариками, т. е. после соударения верхний шарик приобретает скорость и направление нижнего, а нижний скорость и направление верхнего.

При соударениях вдоль одной прямой закон сохранения импульс в проекции на эту прямую будет $mV_H - mV_B = mV'_B - mV'_H$, (1)

Закон сохранения энергии:
$$\frac{mV_B^2}{2} + \frac{mV_H^2}{2} = \frac{mV'_B{}^2}{2} + \frac{mV'_H{}^2}{2}. \quad (2)$$

V_H и V'_H – скорость нижнего шарика "до" и "после" соударения
 V_B и V'_B – скорость верхнего шарика "до" и "после" соударения

После преобразований (1) и (2) получим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} V_B^2 - V'_B{}^2 = V'_H{}^2 - V_H^2 \\ V_B + V'_B = V'_H + V_H \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_B - V'_B = V'_H - V_H \\ V_B + V'_B = V'_H + V_H \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V'_H = V_B \\ V'_B = V_H \end{cases}, \text{ ч. т. д.}$$

Следовательно, после соударения, верхний шарик движется по траектории нижнего, а нижний по траектории верхнего. Построим зависимости $y(t)$ для всех трех шариков на одном графике (см. рис. 2)

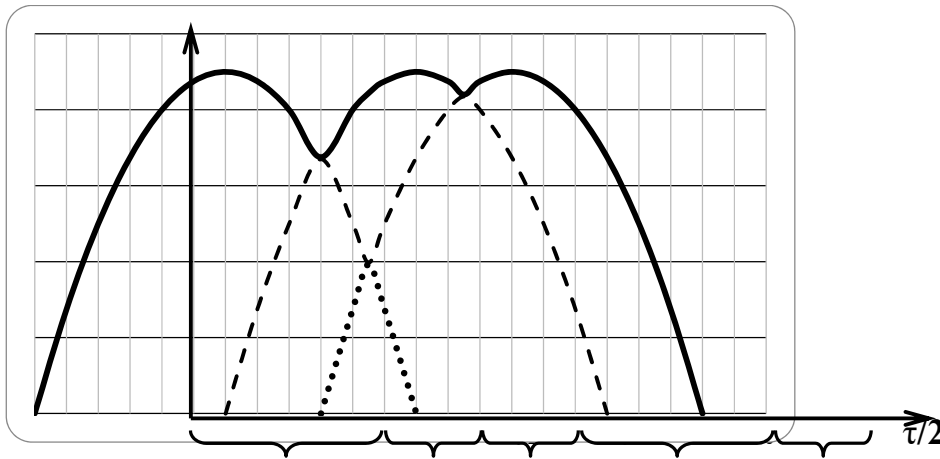
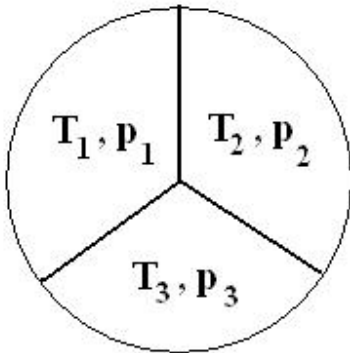


Рисунок 2

Зависимость для первого шарика нанесена сплошной линией —————
 Зависимость для второго шарика нанесена штриховой линией - - - - -
 Зависимость для третьего шарика нанесена пунктирной линией
 Введем время, равное времени поднятия на максимальную высоту $\tau = \frac{v_0}{g}$.

Тогда по рисунку 2 находим, что общее время полета $t = \frac{7}{2} \tau$



9. Цилиндрический сосуд с идеальным газом разделен теплонепроницаемыми перегородками на три отсека. В каждой перегородке есть отверстие, размер которого мал по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа. Температуры и давления газа в отсеках поддерживаются постоянными. Температуры равны T_1, T_2, T_3 . Давление в первом отсеке p_1 известно. Найдите давление p_3 в третьем отсеке.

Решение.

Пусть n_i – концентрация молекул в i -м отсеке, а $\langle v_i \rangle$ – средняя по модулю скорость молекул в i -м отсеке.

Число ударов молекул о стенку сосуда, а также число молекул, попадающих в отверстие, пропорционально концентрации молекул и их средней по модулю скорости. Так как давление и температура в каждом отсеке поддерживаются постоянными, то через каждое отверстие в обе стороны за некоторый конечный промежуток времени проходит в среднем одинаковое количество молекул, что может быть выражено следующим образом:

$$n_1 \langle v_1 \rangle = n_2 \langle v_2 \rangle = n_3 \langle v_3 \rangle.$$

Средняя по модулю скорость выражается как

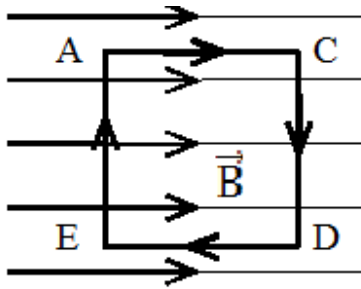
$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{m}},$$

а давление

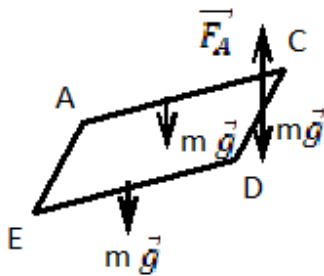
$$p = nkT.$$

Из этих выражений следует, что

$$p_3 = p_1 \sqrt{\frac{T_3}{T_1}}$$



10. На непроводящей горизонтальной поверхности лежит жёсткая рамка из однородной тонкой металлической проволоки, согнутая в виде квадрата ACDE со стороной b (см. рисунок). Рамка находится в однородном горизонтальном магнитном поле, вектор индукции \vec{B} которого перпендикулярен сторонам AE и CD. По рамке массой M протекает ток I по часовой стрелке. При каком значении модуля вектора магнитной индукции, рамка начинает поворачиваться?



Решение

Т.к. по проводнику находящемуся в магнитном поле течет ток, то на стороны квадрата EA и CD действует сила Ампера отличная от нуля. На EA, действующая сила Ампера будет направлена в горизонтальную плоскость и поэтому сторона EA будет неподвижна. На CD, действующая сила Ампера будет направлена вверх от горизонтальной плоскости и поэтому сторона CD может двигаться вверх относительно плоскости.

Под действием достаточной силы Ампера квадрат ACDE может поворачиваться относительно стороны EA. Условием начала движения будет, равенство моментов силы тяжести сторон квадрата и момента силы Ампера действующей на сторону CD. (см. рисунок). Т.к. $mg = \frac{Mg}{4}$, $F_A = I b B$, то равенство моментов: $2 \frac{Mg}{4} \cdot \frac{b}{2} + \frac{Mg}{4} \cdot b = I B b^2$. Откуда $B = \frac{Mg}{2 b I}$