

10-11 класс. Вариант 2

Задача 1

Сколько различных решений имеет уравнение

$$((J \rightarrow K) \rightarrow (M \wedge N \wedge L)) \wedge ((J \wedge \neg K) \rightarrow \neg(M \wedge N \wedge L)) \wedge (M \rightarrow J) = 1$$

где J, K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений J, K, L, M и N , при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

Решение: Используем формулы $A \rightarrow B = \neg A \vee B$ и $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

Рассмотрим первую подформулу:

$$(J \rightarrow K) \rightarrow (M \wedge N \wedge L) = \neg(\neg J \vee K) \vee (M \wedge N \wedge L) = (J \wedge \neg K) \vee (M \wedge N \wedge L)$$

Рассмотрим вторую подформулу

$$(J \wedge \neg K) \rightarrow \neg(M \wedge N \wedge L) = \neg(J \wedge \neg K) \vee \neg(M \wedge N \wedge L) = (\neg J \vee K) \vee \neg M \vee \neg N \vee \neg L$$

Рассмотрим третью подформулу

1) $M \rightarrow J = 1$, следовательно,

а) $M = 1, J = 1$

$$(J \wedge \neg K) \vee (M \wedge N \wedge L) = (1 \wedge \neg K) \vee (1 \wedge N \wedge L) = \neg K \vee N \wedge L;$$

$$(0 \vee K) \vee 0 \vee \neg N \vee \neg L = K \vee \neg N \vee \neg L;$$

Объединим:

$$\neg K \vee N \wedge L \wedge K \vee \neg N \vee \neg L = 0 \vee L \vee 0 \vee \neg L = L \vee \neg L = 1, \text{ следовательно, 4}$$

решения.

б) $M = 0, J = 1$

$$(J \wedge \neg K) \vee (M \wedge N \wedge L) = (1 \wedge \neg K) \vee (0 \wedge N \wedge L) = \neg K;$$

$$(\neg J \vee K) \vee \neg M \vee \neg N \vee \neg L = (0 \vee K) \vee 1 \vee \neg N \vee \neg L = K \vee 1 \vee \neg N \vee \neg L$$

Объединим:

$$K \vee 1 \vee \neg N \vee \neg L \wedge \neg K = 1 \vee \neg N \vee \neg L, \text{ следовательно, 4 решения.}$$

в) $M = 0, J = 0$.

$$(J \wedge \neg K) \vee (M \wedge N \wedge L) = (0 \wedge \neg K) \vee (0 \wedge N \wedge L) = 0.$$

$$(\neg J \vee K) \vee \neg M \vee \neg N \vee \neg L = (1 \vee K) \vee 1 \vee \neg N \vee \neg L.$$

Ответ: $4 + 4 = 8$.

Ответ: 8

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

12100 11114 10201 4301 3414 3100

Ответ: Убывающая последовательность, состоящая из квадратов четных чисел ($30^2 28^2 26^2 24^2 22^2 20^2$) записанных в пятеричной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 4, предположим, что числа представлены в пятеричной системе счисления.

Переведем числа из пятеричной системы счисления в десятичную: 900 784 676 576 484 400, в десятичной последовательности можно заметить, что все цифры четные и являются квадратами $30^2 28^2 26^2 24^2 22^2 20^2$, следовательно, представленный ряд: Убывающая последовательность, состоящая из квадратов нечетных чисел, записанных в пятеричной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 8979 такое четырехзначное число, так как числа 89, 97 и 79 являются простыми.

- Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при $N=13$ и $N=19$;
- Ответьте на вопрос сколько чисел XYZ при $N=2$.

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество тринадцатизначных и девятнадцатизначных чисел XYZ.

Пример.

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
13	911212
19	316357532

Ответ: 21 и приведённый листинг.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые

числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a , где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел, последняя цифра которого равна i . Для цепочки длиной $N = 2$ зададим начальные данные для a : $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b , где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i .

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k , $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b . Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;
var a,b:array[1..9] of longint;
    i,j,n,k:integer;
    s:longint;
begin
    assign(input,'input.txt'); reset(input);
    assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
    readln(n);
    FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
    s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
    a[1]:=5;
    a[3]:=6;
    a[7]:=5;
    a[9]:=5;
    for i:=3 to n do
        begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
             b[3]:=a[1]+a[7];
             b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
             b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
             a:=b
        end;
    for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
    writeln(s);
    close(input); close(output);
end.
```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

Незашифрованные данные	Зашифрованное сообщение
881665	2116 3306 2314 3116 2116
294653	2106 6346 2354 2154 2344
366511	7104 2144 2346 6104 6346
703109	2346 6114 2106 7156 6104
394775	3154 2316 6144 2114 2346

Зашифруйте оставшиеся данные: 264509 147351

Ответ обоснуйте.

264509	3144 7104 6346 2116 3114
147351	6114 3144 3354 2314 3106

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в зашифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представление числа.

2) Представим каждую цифру зашифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (зашифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (незашифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

```
010001001110 011011000110 010011001100 011001001110 010001001110
010001000110 110011100110 010011101100 010001101100 010011100100
111001000100 010001100100 010011100110 110001000100 110011100110
010011100110 110001001100 010001000110 111001101110 110001000100
```

011001101100 010011001110 110001100100 010001001100 010011100110

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (нешифрованного сообщения).

000011 011001 001010 010011 000011

000001 101101 001110 000110 001100

110000 001100 001101 100000 101101

001101 100010 000001 110111 100000

010110 001011 100100 000010 001101

6) Так как цифры по условию идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

88 16 65 0000110110 0100101001 0011000011

29 46 53 0000011011 0100111000 0110001100

36 65 11 1100000011 0000110110 0000101101

70 31 09 0011011000 1000000111 0111100000

39 47 75 0101100010 1110010000 0010001101

7) В нешифрованных сообщениях число 65 присутствует 2 раза (1-е число на третьей позиции и 3-е число на второй позиции) и шифруется 0000110110. Что означает, что числа шифруются в обратном порядке, т.е. первое число надо записать как 566188 и т.д

56 61 88 0000110110 0100101001 0011000011

35 64 92 0000011011 0100111000 0110001100

11 56 63 1100000011 0000110110 0000101101

90 13 07 0011011000 1000000111 0111100000

57 74 93 0101100010 1110010000 0010001101

8) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2

единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

56 61 88	00101 00110 00110 10001 01001 01001
35 64 92	00011 00101 00110 10100 01010 10010
11 56 63	10001 10001 00101 00110 00110 00011
90 13 07	01010 01100 10011 00001 01100 11000
57 74 93	00101 11000 11000 10100 01010 00011

9) Получим шифр каждой цифры:

0 01100

1 10001

2 10010

3 00011

4 10100

5 00101

6 00110

7 11000

8 01001

9 01010

10) Зашифруем необходимые 566518 594083, запишем цифры с помощью шифров в обратном порядке:

264509: 01010 01100 00101 10100 00110 10010

147351: 10001 00101 00011 11000 10100 10001

11) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

264509:

011001100100 111001000100 110011100110 010001001110 011001001100

147351:

110001001100 011001100100 011011101100 010011001100 011001000110

12) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

264509 3144 7104 6346 2116 3114

147351

6114 3144 3354 2314 3106

Задача 5

На поле размером $N \times N$ клеток, клетки закрашиваются прямоугольниками $m \times n$, расположенными строго по горизонтали или вертикали. Закрашенные прямоугольники не соприкасаются между собой. (Проверить правильность закрашенных прямоугольников не нужно.)

Напишите программу, которая получает на вход закрашенные на поле клетки, а на выходе получает средний размер прямоугольников (в клетках).

Входные данные:

N – длина стороны поля в клетках ($0 < N < 101$); далее построчно – обозначения клеток поля (0 – клетка не закрашена, 1 – клетка закрашена).

В ответе должно быть целое число: средний размер прямоугольника. (Дробную часть числа отбрасывать.)

Ответ: Приведённый листинг.

Решение:

Решение:

```
program p3;
var x:array[1..100,1..100]of integer;
i,j,n,k,s :integer; left,top:boolean;
begin
{ввод поля}
readln(n);
for i:=1 to n do
begin
for j:=1 to n do
read(x[i,j]);
end;

s:=0; {количество 1}
k:=0; {количество клеток}
for i:=1 to n do
for j:=1 to n do
if x[i,j]=1 then {если в клеточке часть}
begin
s:=s+1; {увеличиваем площадь}
if (i=1) then {сверху – граница матрицы}
left:=true
else
if x[i-1,j]=0 then {сверху нет}
```

```

left :=true
else
left:=false;
if (j=1) then {слева- граница матрицы}
top:=true
else
if x[i,j-1]=0 then {слева нет}
top:=true
else
top:=false;
if left and top then {слева и сверху нет - это верхний
левый угол}
k:=k+1;
end;
if k<>0 then s:=s div k;
writeln(s); {подсчет среднего}
end.

```

Задача 6

Во время проведения бухгалтерского отчета по предприятию, произошел сбой при передаче данных по затратам подразделений. Предприятие имеет 10 подразделений. Известно, что затраты каждого подразделения не превышают 1000 млн. рублей и контрольная сумма SUM. Контрольная сумма удовлетворяет следующим условиям:

- 1) SUM — произведение затрат от трех подразделений.
- 2) SUM делится на 16.

Если контрольной суммы, удовлетворяющей условиям, нет, то значения не корректны и бухгалтерский отчет не сформирован.

Напишите эффективную программу, проверяющую корректность контрольной суммы.

Программа должна напечатать отчет по следующей форме:

Контрольная сумма: ...

Отчет сформирован. (или — Отчет не сформирован)

Кратко опишите используемый алгоритм решения.

На вход программе в каждой строке подаются затраты подразделений в млн. рублей (натуральные числа, не превышающее 1000). В последней строке записана контрольная сумма.

Пример входных данных

32

183

18

64

14

6

92

49

112

672

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

Контрольная сумма: 672

Отчет сформирован.

Ответ: Приведённый листинг.

Пояснение.

Пример правильной и эффективной программы на языке Паскаль

```
var M2,M7,M14,R,MAX,dat,res,i,N: longint;
begin
N :=10;
M2 := 0;
M7 := 0;
M14 := 0;
MAX := 0;
for i := 1 to N do begin
readln(dat);
if ((dat mod 2) = 0) and ((dat mod 7) > 0) and (dat > M2)
then M2 := dat;
if ((dat mod 7) = 0) and ((dat mod 2) > 0) and (dat > M7)
then M7 := dat;
if (dat mod 14 = 0) and (dat > M14) then begin
if M14 > MAX then MAX := M14; M14 := dat
end
else
if dat > MAX then MAX := dat;
end;
readln(R);
if (M2*M7 < M14 *MAX) then
res := M14 * MAX else
res := M2*M7; writeln(' Контрольная сумма: ',res);
```

```
if R = res
then
writeln('Отчет сформирован.')
else
writeln('Отчет не сформирован.');
```

end.