

9 класс. Вариант 1

Задача 1

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, К, Р, У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА

2. ААААК

3. ААААР

4. ААААУ

5. АААКА

.....

Запишите слово, которое стоит на 350-м месте от начала списка.

Ответ: КККУР (11131).

Решение: Обозначим $A=0$, $K=1$, $P=2$, $Y=3$, тогда последовательность символов представляет собой последовательность чисел 4-ричной системы счисления. Следовательно, так как первое число 0, то необходимо перевести число $(350-1) = 349$ в 4-ичную систему. Получаем число 11131.

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

32 43 111 131 142 214 232

Ответ: Простые числа (17 23 31 41 47 59 67) записанные в пятеричной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 4, предположим, что числа представлены в пятеричной системе счисления.

Переведем числа из пятеричной системы счисления в десятичную: 17 23 31 41 47 59 67, в десятичной последовательности можно заметить, что все цифры нечетные и не имеют делителей, следовательно, представленный ряд: простые числа, записанные в пятеричной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 4373 такое четырехзначное число, так как числа 43, 37 и 73 являются простыми.

Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при N=6 и N=7;

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество шестизначных и семизначных чисел XYZ.

Пример.

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
6	992
7	2622

Ответ: Приведённый листинг.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a, где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел, последняя цифра которого равна i. Для цепочки длиной $N = 2$ зададим начальные данные для a: $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b, где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i.

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k, $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b. Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;
var a,b:array[1..9] of longint;
    i,j,n,k:integer;
    s:longint;
begin
    assign(input,'input.txt'); reset(input);
    assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
    readln(n);
```

```

FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
a[1]:=5;
a[3]:=6;
a[7]:=5;
a[9]:=5;
for i:=3 to n do
begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
      b[3]:=a[1]+a[7];
      b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
      b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
      a:=b
end;
for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
writeln(s);
close(input); close(output);
end.

```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

Незашифрованные данные	Зашифрованное сообщение
651136	2114 7156 2154 2304 7154
980173	3144 6314 3144 6116 2154
366511	7104 2144 2346 6104 6346
544227	7304 3116 2154 2304 7106
418035	2114 3344 7304 3344 3114

Зашифруйте оставшиеся данные: 200871 451237

Ответ обоснуйте.

Ответ: 200871 7144 2304 7144 6154 6144
451237 6304 3156 2114 3144 7114

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в шифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представления числа.

2) Представим каждую цифру шифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (шифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (нешифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

```
010001001100111001101110010001101100010011000100111001101100
011001100100110011001100011001100100110001001110010001101100
111001000100010001100100010011100110110001000100110011100110
111011000100011001001110010001101100010011000100111001000110
010001001100011011100100111011000100011011100100011001001100
```

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (нешифрованного сообщения).

```
000010 110111 000110 001000 110110
010100 101010 010100 100011 000110
110000 000100 001101 100000 101101
111000 010011 000110 001000 110001
000010 011100 111000 011100 010010
```

6) Так как цифры по условие идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

651136	00001 01101 11000 00011 10001 10110
980173	01010 01010 10010 10010 00110 00110
366511	11000 00001 00001 10110 00001 01101
544227	11100 00100 11000 11000 10001 10001
418035	00001 00111 00111 00001 11000 10010

7) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2 единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

651136	00110 00011 10001 10001 10100 00110
980173	00011 11000 10001 01100 01001 01010
366511	10001 10001 00101 00110 00110 00011
544227	11000 10010 10010 10100 10100 00101
418035	00101 00011 01100 01001 10001 10100

8) Получим шифр каждой цифры:

0	01100
1	10001
2	10010
3	00011
4	10100
5	00101
6	00110
7	11000
8	01001
9	01010

Зашифруем необходимые 200871 451237, запишем цифры с помощью шифров в обратном порядке:

200871:	10001 11000 01001 01100 01100 10010
451237:	11000 00011 10010 10001 00101 10100

9) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

200871:

111001100100010011000100111001100100110001101100110001100100

451237:

110011000100011001101110010001001100011001100100111001001100

10) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

200871: 7144 2304 7144 6154 6144

451237: 6304 3156 2114 3144 7114

Задача 5

У Кати есть доступ в Интернет по высокоскоростному одностороннему радиоканалу, обеспечивающему скорость получения информации 220 бит в секунду. У Сергея нет скоростного доступа в Интернет, но есть возможность получать информацию от Кати по телефонному каналу со средней скоростью 213 бит в секунду. Сергей договорился с Катей, что она скачает для него данные объёмом 9 Мбайт по высокоскоростному каналу и ретранслирует их Сергею по низкоскоростному каналу. Компьютер Кати может начать ретрансляцию данных не раньше, чем им будут получены первые 1024 Кбайт этих данных.

Каков минимально возможный промежуток времени (в секундах) с момента начала скачивания Катей данных до полного их получения Сергеем?

В ответе укажите только число, слово «секунд» или букву «с» добавлять не нужно.

Ответ: 9224

Решение:

Введем обозначения:

v_k -скорость получения\передачи информации Катей

v_c -скорость получения\передачи информации Сергеем

$v_k=220\cdot 2^3=217$ байт\с

$v_c=213\cdot 2^3=210$ байт\с.

1024 Кбайт= $210\cdot 210=220$ байт

Определим время, необходимое для скачки Катей 220 байт, чтобы начать ретрансляцию Сергею:

$$t1=220\sqrt{217}=23=8 \text{ с.}$$

Определим время, необходимое для скачки Сергеем 9 Мбайт:

$$t2=9*220\sqrt{210}=9*210=9*1024=9216$$

Определим общее время:

$$t1+t2=8+9216=9224 \text{ с.}$$

Задача 6

Один из простейших способов кодирования – это поменять местами определённые биты в представлении числа. Предположим, что нужно поменять местами три первых и три последних бита в байте 10100111. Результат кодирования: байт 11100101. В байтах хранятся целые беззнаковые числа. Указать какие значения в десятичной системе счисления и на сколько изменилось значение в результате кодирования. Напишите программу, которая кодирует введённое число указанным образом.

Ответ: $167 \gg 229$, значение изменилось на 62 и приведённый листинг.

Решение:

Необходимо выделить начало числа – три бита – делением на 32, затем конец числа – три бита – остаток от деления на 8. Средняя не изменяемая часть числа получается как остаток от деления на 32 поделенный на 8. Далее собираем из этих трех частей новое число.

Пример программы (Паскаль)

```
program p4;
var x,y,a,b,c:integer;
begin
  readln(x);
  a := x div 32; { начало числа }
  b := x Mod 8; { конец числа }
  c := (x Mod 32) div 8; { середина }
  y := b* 32 + c*8+a; { новое число }
  writeln(y)
end.
```

