

9 класс. Вариант 2

Задача 1

Все 5-буквенные слова, составленные из букв *A, K, P, Y*, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. *AAAAA*

2. *AAAAK*

3. *AAAAP*

4. *AAAAY*

4. *AAAKA*

.....

Запишите слово, которое стоит на 450-м месте от начала списка.

Ответ: КУААК (13001)

Решение: Обозначим $A=0$, $K=1$, $P=2$, $Y=3$, тогда последовательность символов представляет собой последовательность чисел 4-ричной системы счисления. Следовательно, так как первое число 0, то необходимо перевести число $(450-1) = 449$ в 4-ичную систему. Получаем число 13001.

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

31 45 101 111 125 141 155

Ответ: Простые числа (19 29 37 43 53 61 71) записанные в шестеричной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 5, предположим, что числа представлены в шестеричной системе счисления.

Переведем числа из шестеричной системы счисления в десятичную: 19 29 37 43 53 61 71, в десятичной последовательности можно заметить, что все цифры нечетные и не имеют делителей, следовательно, представленный ряд: простые числа, записанные в шестеричной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 1711 такое четырехзначное число, так как числа 17, 71 и 11 являются простыми.

Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при N=5 и N=7;

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество пятизначных и семизначных чисел XYZ.

Пример.

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
5	372
7	2622

Ответ: Приведённый листинг.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a, где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел, последняя цифра которого равна i. Для цепочки длиной $N = 2$ зададим начальные данные для a: $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b, где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i.

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k, $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b. Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;
var a,b:array[1..9] of longint;
    i,j,n,k:integer;
    s:longint;
begin
    assign(input,'input.txt'); reset(input);
    assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
    readln(n);
```

```

FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
a[1]:=5;
a[3]:=6;
a[7]:=5;
a[9]:=5;
for i:=3 to n do
begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
      b[3]:=a[1]+a[7];
      b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
      b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
      a:=b
end;
for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
writeln(s);
close(input); close(output);
end.

```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

Незашифрованные данные	Зашифрованное сообщение
881665	2116 3306 2314 3116 2116
294653	2106 6346 2354 2154 2344
366511	7104 2144 2346 6104 6346
703109	2346 6114 2106 7156 6104
394775	3154 2316 6144 2114 2346

Зашифруйте оставшиеся данные: 264509 147351

Ответ обоснуйте.

Ответ: 264509 2346 6106 2344 6144 6344
147351 6114 2346 3114 6344 6106

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в шифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представления числа.

2) Представим каждую цифру шифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (шифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (нешифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

010001001110 011011000110 010011001100 011001001110 010001001110
010001000110 110011100110 010011101100 010001101100 010011100100
111001000100 010001100100 010011100110 110001000100 110011100110
010011100110 110001001100 010001000110 111001101110 110001000100
011001101100 010011001110 110001100100 010001001100 010011100110

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (нешифрованного сообщения).

000011 011001 001010 010011 000011
000001 101101 001110 000110 001100
110000 001100 001101 100000 101101
001101 100010 000001 110111 100000
010110 001011 100100 000010 001101

6) Так как цифры по условие идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

88 16 65	0000110110 0100101001 0011000011
29 46 53	0000011011 0100111000 0110001100
36 65 11	1100000011 0000110110 0000101101
70 31 09	0011011000 1000000111 0111100000
39 47 75	0101100010 1110010000 0010001101

7) В нешифрованных сообщениях число 65 присутствует 2 раза (1-е число на третьей позиции и 3-е число на второй позиции) и шифруется 0000110110. Что означает, что числа шифруются в обратном порядке, т.е. первое число надо записать как 566188 и т.д

56 61 88	0000110110 0100101001 0011000011
35 64 92	0000011011 0100111000 0110001100
11 56 63	1100000011 0000110110 0000101101
90 13 07	0011011000 1000000111 0111100000
57 74 93	0101100010 1110010000 0010001101

8) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2 единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

56 61 88	00101 00110 00110 10001 01001 01001
35 64 92	00011 00101 00110 10100 01010 10010
11 56 63	10001 10001 00101 00110 00110 00011
90 13 07	01010 01100 10011 00001 01100 11000
57 74 93	00101 11000 11000 10100 01010 00011

9) Получим шифр каждой цифры:

0	01100
1	10001
2	10010
3	00011
4	10100

5 00101

6 00110

7 11000

8 01001

9 01010

10) Зашифруем необходимые 566518 594083, запишем цифры с помощью шифров в обратном порядке:

264509: 01010 01100 00101 10100 00110 10010

147351: 10001 00101 00011 11000 10100 10001

11) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

264509:

011001100100 111001000100 110011100110 010001001110 011001001100

147351:

110001001100 011001100100 011011101100 010011001100 011001000110

12) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

264509 3144 7104 6346 2116 3114

147351 6114 3144 3354 2314 3106

Задача 5

У Толи есть доступ к сети Интернет по высокоскоростному одностороннему радиоканалу, обеспечивающему скорость получения информации 2^{19} бит в секунду. У Миши нет скоростного доступа в Интернет, но есть возможность получать информацию от Толи по низкоскоростному телефонному каналу со средней скоростью 2^{15} бит в секунду. Миша договорился с Толей, что тот будет скачивать для него данные объемом 5 Мбайт по высокоскоростному каналу и ретранслировать их Мише по низкоскоростному каналу.

Компьютер Толи может начать ретрансляцию данных не раньше, чем им будут получены первые 512 Кбайт этих данных. Каков минимально возможный промежуток времени (в секундах) с момента начала скачивания Толей данных до полного их получения Мишей?

В ответе укажите только число, слово «секунд» или букву «с» добавлять не нужно.

Ответ: 1288

Решение:

Нужно определить, сколько времени будет передаваться файл объемом 5 Мбайт по каналу со скоростью передачи данные 215 бит/с; к этому времени нужно добавить задержку файла у Толи (пока он не получит 512 Кбайт данных по каналу со скоростью 219 бит/с).

Переведём объём информации в Мб в биты:

$$Q = 5 \text{ Мб} = 5 * 220 \text{ байт} = 5 * 223 \text{ бит.}$$

$$\text{Время задержки:} = 512 \text{ кб} / 219 \text{ бит/с} = 2(9 + 10 + 3) - 19 \text{ с} = 23 \text{ с.}$$

$$\text{Время скачивания данных Мишей:} = 5 * 223 \text{ бит} / 215 \text{ бит/с} = 5 * 28 \text{ с.}$$

$$\text{Полное время:} = 5 * 28 \text{ с} + 23 \text{ с} = (256 * 5 + 8) \text{ с} = 1288 \text{ с.}$$

Задача 6

Один из простейших способов кодирования – это поменять местами определённые биты в представлении числа. Предположим, что нужно поменять местами два первых и два последних бита в байте 10001101. Результат кодирования: байт 01001110. В байтах хранятся целые беззнаковые числа. Указать какие значения в десятичной системе счисления и на сколько изменилось значение в результате кодирования. Напишите программу, которая кодирует введённое число указанным образом.

Ответ: 141 >> 78, значение изменилось на 54 и приведённый листинг.

Решение:

Необходимо выделить начало числа – два бита – делением на 64, затем конец числа – два бита – остаток от деления на 4. Средняя не изменяемая часть числа получается, как остаток от деления на 64 поделенный на 4. Далее собираем из этих трех частей новое число.

Пример программы (Паскаль)

```
program p4;
var x,y,a,b,c:integer;
begin
  readln(x);
  a := x div 64; { начало числа }
  b := x Mod 4; { конец числа }
```

```
c := (x Mod 64) div 4; { середина }  
y := b* 64 + c*4+a; { новое число }  
writeln(y)  
end.
```