

9 класс. Вариант 4

Задача 1

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА

2. ААААО

3. ААААУ

4. АААОА

.....

Укажите номер слова ОАОАО.

Ответ: 92

Решение: Обозначим $A=0$, $O=1$, $Y=2$ тогда последовательность символов представляет собой последовательность чисел троичной системы счисления. Следовательно, так как первое число 0, то необходимо перевести число 10101 и прибавить единицу в троичную систему счисления. Получаем число 92.

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

35 43 51 56 64 102 110 115

Ответ: Арифметическая последовательность (26 31 36 41 46 51 56 61) с шагом 5, записанная в семеричной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 6, предположим, что числа представлены в семеричной системе счисления.

Переведем числа из семеричной системы счисления в десятичную: 26 31 36 41 46 51 56 61, в десятичной последовательности можно заметить, что все числа идут в порядке возрастания и отличаются на пять, следовательно, представленный ряд: арифметическая последовательность с шагом 5, записанные в семеричной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 4713 такое четырехзначное число, так как числа 47, 71 и 13 являются простыми.

Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при N=7 и N=9;

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество семизначных и девятизначных чисел XYZ.

Пример.

| INPUT.TXT | OUTPUT.TXT |
|-----------|------------|
| 7 | 2622 |
| 9 | 18442 |

Ответ: Приведённый листинг.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a, где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел, последняя цифра которого равна i. Для цепочки длиной $N = 2$ зададим начальные данные для a: $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b, где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i.

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k, $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b. Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;
var a,b:array[1..9] of longint;
    i,j,n,k:integer;
    s:longint;
begin
    assign(input,'input.txt'); reset(input);
    assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
    readln(n);
```

```

FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
a[1]:=5;
a[3]:=6;
a[7]:=5;
a[9]:=5;
for i:=3 to n do
begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
      b[3]:=a[1]+a[7];
      b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
      b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
      a:=b
end;
for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
writeln(s);
close(input); close(output);
end.

```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

| Незашифрованные данные | Зашифрованное сообщение |
|------------------------|--------------------------|
| 881665 | 2116 3306 2314 3116 2116 |
| 294653 | 2106 6346 2354 2154 2344 |
| 366511 | 7104 2144 2346 6104 6346 |
| 703109 | 2346 6114 2106 7156 6104 |
| 394775 | 3154 2316 6144 2114 2346 |

Зашифруйте оставшиеся данные: 566518 594083

Ответ обоснуйте.

Ответ: 566518 3304 2344 2346 6104 7306
594083 2144 6346 6344 2114 3306

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в зашифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представление числа.

2) Представим каждую цифру зашифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (зашифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (незашифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

```
010001001110 011011000110 010011001100 011001001110 010001001110
010001000110 110011100110 010011101100 010001101100 010011100100
111001000100 010001100100 010011100110 110001000100 110011100110
010011100110 110001001100 010001000110 111001101110 110001000100
011001101100 010011001110 110001100100 010001001100 010011100110
```

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (незашифрованного сообщения).

```
000011 011001 001010 010011 000011
000001 101101 001110 000110 001100
110000 001100 001101 100000 101101
001101 100010 000001 110111 100000
010110 001011 100100 000010 001101
```

6) Так как цифры по условию идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

| | |
|----------|----------------------------------|
| 88 16 65 | 0000110110 0100101001 0011000011 |
| 29 46 53 | 0000011011 0100111000 0110001100 |
| 36 65 11 | 1100000011 0000110110 0000101101 |
| 70 31 09 | 0011011000 1000000111 0111100000 |
| 39 47 75 | 0101100010 1110010000 0010001101 |

7) В нешифрованных сообщениях число 65 присутствует 2 раза (1-е число на третьей позиции и 3-е число на второй позиции) и шифруется 0000110110. Что означает, что числа шифруются в обратном порядке, т.е. первое число надо записать как 566188 и т.д

| | |
|----------|----------------------------------|
| 56 61 88 | 0000110110 0100101001 0011000011 |
| 35 64 92 | 0000011011 0100111000 0110001100 |
| 11 56 63 | 1100000011 0000110110 0000101101 |
| 90 13 07 | 0011011000 1000000111 0111100000 |
| 57 74 93 | 0101100010 1110010000 0010001101 |

8) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2 единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

| | |
|----------|-------------------------------------|
| 56 61 88 | 00101 00110 00110 10001 01001 01001 |
| 35 64 92 | 00011 00101 00110 10100 01010 10010 |
| 11 56 63 | 10001 10001 00101 00110 00110 00011 |
| 90 13 07 | 01010 01100 10011 00001 01100 11000 |
| 57 74 93 | 00101 11000 11000 10100 01010 00011 |

9) Получим шифр каждой цифры:

| | |
|---|-------|
| 0 | 01100 |
| 1 | 10001 |
| 2 | 10010 |
| 3 | 00011 |
| 4 | 10100 |

5 00101

6 00110

7 11000

8 01001

9 01010

10) Зашифруем необходимые 566518 594083, запишем цифры с помощью шифров в прямом порядке:

566518: 01001 10001 00101 00110 00110 00101

594083: 00011 01001 01100 10100 01010 00101

11) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

566518:

011011000100010011100100010011100110110001000100111011000110

594083:

010001100100110011100110110011100100010001001100011011000110

12) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

566518: 3304 2344 2346 6104 7306

594083: 2144 6346 6344 2114 3306

Задача 5

У Васи есть доступ к Интернет по высокоскоростному одностороннему радиоканалу, обеспечивающему скорость получения им информации 2^{17} бит в секунду. У Пети нет скоростного доступа в Интернет, но есть возможность получать информацию от Васи по низкоскоростному телефонному каналу со средней скоростью 2^{16} бит в секунду. Петя договорился с Васей, что тот будет скачивать для него данные объемом 8 Мбайт по высокоскоростному каналу и ретранслировать их Пете по низкоскоростному каналу. Компьютер Васи может начать ретрансляцию данных не раньше, чем им будут получены первые 1024 Кбайт этих данных. Каков минимально возможный промежуток времени (в секундах), с момента начала скачивания Васей данных, до полного их получения Петей? В ответе укажите только число, слово «секунд» или букву «с» добавлять не нужно.

Решение:

Нужно определить, сколько времени будет передаваться файл объемом 8 Мбайт по каналу со скоростью передачи данных 2^{16} бит/с; к этому времени нужно добавить задержку файла у Васи (пока он не получит 1024 Кбайта данных по каналу со скоростью 2^{17} бит/с).

Переведём объём информации из мегабайт в биты:

$$Q = 8 \text{ Мбайт} = 8 * 2^{20} \text{ байт} = 2^{26} \text{ бит.}$$

$$\text{Время задержки:} = 1024 \text{ кб} / 2^{17} \text{ бит/с} = 2^{(10+10+3)-17} \text{ с} = 2^6 \text{ с} = 64 \text{ с.}$$

$$\text{Время скачивания данных Петей:} = 2^{26} \text{ бит} / 2^{16} \text{ бит/с} = 2^{10} \text{ с} = 1024 \text{ с.}$$

$$\text{Полное время:} = (1024 + 64) \text{ с} = 1088 \text{ с.}$$

Задача 6

Один из простейших способов кодирования – это поменять местами определённые биты в представлении числа. Предположим, что нужно поменять местами два первых и два последних бита в числе 1100011010. Результат кодирования: число 1000011011. Указать какие значения в десятичной системе счисления и на сколько изменилось значение в результате кодирования. Напишите программу, которая кодирует введённое число указанным образом.

Ответ: 794 >> 539, значение изменилось на 255 и приведённый листинг.

Решение:

Необходимо выделить начало числа – два бита – делением на 512, затем конец числа – два бита – остаток от деления на 4. Средняя не изменяемая часть числа получается, как остаток от деления на 512 поделенный на 4. Далее собираем из этих трех частей новое число.

Пример программы (Паскаль)

```

program p4;
var x,y,a,b,c:integer;
begin
  readln(x);
  a := x div 512; { начало числа }
  b := x Mod 4; { конец числа }
  c := (x Mod 512) div 4; { середина }
  y := b* 512 + c*4+a; { новое число }
  writeln(y)

```

end.