

9 класс. Вариант 5

Задача 1

Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА

2. ААААО

3. ААААУ

4. АААОА

.....

Укажите номер слова УАУАУ.

Ответ: 183

Решение: Обозначим $A=0$, $O=1$, $U=2$ тогда последовательность символов представляет собой последовательность чисел троичной системы счисления. Следовательно, так как первое число 0, то необходимо перевести число 20202 и прибавить единицу в троичную систему счисления. Получаем число 183.

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

203 212 221 245 256 304 322 335

Ответ: Простые числа (101 107 113 131 139 151 163 173), записанные в семеричной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 6, предположим, что числа представлены в семеричной системе счисления.

Переведем числа из семеричной системы счисления в десятичную: 101 107 113 131 139 151 163 173, в десятичной последовательности можно заметить, что все цифры нечетные и не имеют делителей, следовательно, представленный ряд: простые числа, записанные в семеричной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 8317 такое четырехзначное число, так как числа 83, 31 и 17 являются простыми.

Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при N=5 и N=10;

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество пятизначных и десятизначных чисел XYZ.

Пример.

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
5	372
10	48912

Ответ: Приведённый листинг.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a, где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел, последняя цифра которого равна i. Для цепочки длиной $N = 2$ зададим начальные данные для a: $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b, где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i.

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k, $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b. Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;
var a,b:array[1..9] of longint;
    i,j,n,k:integer;
    s:longint;
begin
    assign(input,'input.txt'); reset(input);
    assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
```

```

    readln(n);
    FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
    s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
    a[1]:=5;
    a[3]:=6;
    a[7]:=5;
    a[9]:=5;
    for i:=3 to n do
        begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
              b[3]:=a[1]+a[7];
              b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
              b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
              a:=b
        end;
    for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
    writeln(s);
    close(input); close(output);
end.

```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

Незашифрованные данные	Зашифрованное сообщение
544227	7304 3116 2154 2304 7106
881665	2116 3306 2314 3116 2116
294653	2106 6346 2354 2154 2344
563961	6106 3304 6116 3104 7306
394775	3154 2316 6144 2114 2346

Зашифруйте оставшиеся данные: 492749 594083

Ответ обоснуйте.

Ответ: 492749 3306 6116 6106 2154 3304
594083 2144 6346 6344 2114 3306

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в зашифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представление числа.

2) Представим каждую цифру зашифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (зашифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (незашифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

```
111001000100 010001100100 010011100110 110001000100 110011100110
111011000100 011001001110 010001101100 010011000100 111001000110
010001001110 011011000110 010011001100 011001001110 010001001110
110001000110 010011100110 010011001110 010001101100 010011100100
010011100110 010011001100 011001001110 010001000100 011011101100
```

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (незашифрованного сообщения).

```
366511      110000 000100 001101 100000 101101
544227      111000 010011 000110 001000 110001
881665      000011 011001 001010 010011 000011
292651      100001 001101 001011 000110 001100
639208      001101 001010 010011 000000 011110
```

6) Так как цифры по условию идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

366511	11000 00001 00001 10110 00001 01101
544227	11100 00100 11000 11000 10001 10001
881665	00001 10110 01001 01001 00110 00011
292651	10000 10011 01001 01100 01100 01100
639208	00110 10010 10010 01100 00000 11110

7) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2 единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

366511	10001 10001 00101 00110 00110 00011
544227	11000 10010 10010 10100 10100 00101
881665	00101 00110 00110 10001 01001 01001
292651	10001 00101 00110 10010 01010 10010
639208	01001 01100 10010 01010 00011 00110

8) Получим шифр каждой цифры:

0 01100

1 10001

2 10010

3 00011

4 10100

5 00101

6 00110

7 11000

8 01001

9 01010

9) Зашифруем необходимые 492749 451237, запишем цифры с помощью шифров в прямом порядке:

492749: 01010 10100 11000 10010 01010 10100

594083: 00011 01001 01100 10100 01010 00101

10) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

492749:

011011000110110001001110110001000110010001101100011011000100

594083:

010001100100110011100110110011100100010001001100011011000110

11) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

492749: 3306 6116 6106 2154 3304

594083: 2144 6346 6344 2114 3306

Задача 5

У Васи есть доступ к Интернет по высокоскоростному одностороннему радиоканалу, обеспечивающему скорость получения им информации 2^{18} бит в секунду. У Пети нет скоростного доступа в Интернет, но есть возможность получать информацию от Васи по низкоскоростному телефонному каналу со средней скоростью 2^{14} бит в секунду. Петя договорился с Васей, что тот будет скачивать для него данные объемом 6 Мбайт по высокоскоростному каналу и ретранслировать их Пете по низкоскоростному каналу. Компьютер Васи может начать ретрансляцию данных не раньше, чем им будут получены первые 512 Кбайт этих данных. Каков минимально возможный промежуток времени (в секундах), с момента начала скачивания Васей данных, до полного их получения Петей? В ответе укажите только число, слово «секунд» или букву «с» добавлять не нужно.

Ответ: 3088

Решение:

Нужно определить, сколько времени будет передаваться файл объемом 6 Мбайт по каналу со скоростью передачи данных 2^{14} бит/с; к этому времени нужно добавить задержку файла у Васи (пока он не получит 512 Кбайт данных по каналу со скоростью 2^{18} бит/с).

Переведём объём информации в Мб в биты:

$$Q = 6 \text{ Мб} = 6 * 2^{20} \text{ байт} = 6 * 2^{23} \text{ бит.}$$

$$\text{Время задержки:} = 512 \text{ кб} / 2^{18} \text{ бит/с} = 2^{(9+10+3)-18} \text{ с} = 2^4 \text{ с} = 16 \text{ с.}$$

$$\text{Время скачивания данных Петей:} = 6 * 2^{23} \text{ бит} / 2^{14} \text{ бит/с} = 6 * 2^9 \text{ с} = 3072 \text{ с.}$$

$$\text{Полное время:} = (3072 + 16) \text{ с} = 3088 \text{ с.}$$

Задача 6

Один из простейших способов кодирования – это поменять местами определённые биты в представлении числа. Предположим, что нужно поменять местами три первых и три последних бита в байте 00100111. Результат кодирования: байт 11100001. В байтах хранятся целые беззнаковые числа. Указать какие значения в десятичной системе счисления и на сколько изменилось значение в результате кодирования. Напишите программу, которая кодирует введённое число указанным образом.

Ответ: $39 \gg 225$, значение изменилось на 186 и приведённый листинг.

Решение:

Необходимо выделить начало числа – три бита – делением на 32, затем конец числа – три бита – остаток от деления на 8. Средняя не изменяемая часть числа получается, как остаток от деления на 32 поделенный на 8. Далее собираем из этих трех частей новое число.

Пример программы (Паскаль)

```
program p4;
var x,y,a,b,c:integer;
begin
  readln(x);
  a := x div 32; { начало числа }
  b := x Mod 8; { конец числа }
  c := (x Mod 32) div 8; { середина }
  y := b* 32 + c*8+a; { новое число }
  writeln(y)
end.
```