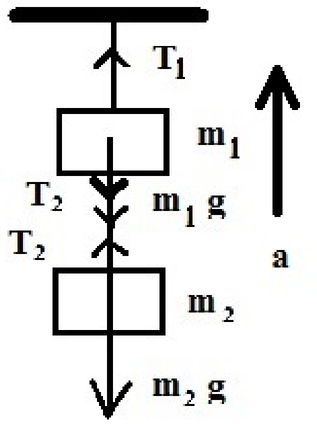
10 класс. Вариант 2

1. К потолку ускоренно движущегося лифта на нити подвешена гиря. К этой гири привязана другая нить, на которой подвешена вторая гиря. Найдите натяжение верхней нити T_1, если натяжение нити между гирями T_2=10 Н, а массы гирь m_1=1 кг, m_2=2 кг.

Решение:



Запишем условия равновесия для первого и второго грузов:

$$T_1 - m_1 g - T_2 = m_1 a$$
$$T_2 - m_2 g = m_2 a$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$T_1 = T_2 \frac{m_1 + m_2}{m_1} = 15 \text{ Н}$$

2. Три одинаковых бруска, каждый массой m, связанных между собой невесомыми нерастяжимыми нитями, движутся по горизонтальной поверхности под действием силы, приложенной к первому бруску и направленной вверх под углом α к горизонту. Найдите эту силу, если сила натяжения нити между первым и вторым брусками T, а коэффициент трения брусков о поверхность μ.

Решение:

Запишем уравнения динамики движения для третьего, второго и первого тел:

$$T' - \mu m g = m a$$
$$T - T' - \mu m g = m a$$
$$F \cos\alpha - T - \mu(mg - F\sin\alpha) = m a$$

Решая эту систему уравнений относительно F, получим

$$F = \frac{3T}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha}$$

3. Два одинаковых шарика, сделанных из вещества с удельной теплоёмкостью 450 Дж/(кг·К), движутся навстречу друг другу со скоростями 40 м/с и 20 м/с. Определите, на сколько градусов они нагреются в результате неупругого столкновения.

Решение:

Определим скорость u системы шариков после взаимодействия с помощью закона сохранения импульса:

$$2mu = mV_1 - mV_2$$

Потеря кинетической энергии системы шариков в процессе взаимодействия составляет

$$\Delta K = \frac{2mu^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_2^2}{2} = m\left(\frac{V_1^2 + V_2^2}{2} - 2V_1V_2\right)$$

В процессе соударения шарики получили количество теплоты Q, равное изменению их кинетической энергии, поскольку теплопередачей в окружающую среду за время соударения можно пренебречь. Тогда

$$cm\Delta t = m\left(2V_1V_2 - \frac{V_1^2 + V_2^2}{2}\right)$$

Изменение температуры

$$\Delta t = \frac{\left(2V_1V_2 - \frac{V_1^2 + V_2^2}{2}\right)}{c} \approx 1{,}3\ ^\circ\mathrm{C}$$

4. Протон движется из состояния покоя в однородном электрическом поле и проходит промежуток с разностью потенциалов 10^4 В. Затем он влетает в магнитное поле с индукцией 1 Тл перпендикулярно силовым линиям. Определите радиус кривизны траектории протона. Масса протона равна $1{,}6\cdot10^{-27}$ кг, заряд протона равен $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

Решение:

В электрическом поле протон приобрел скорость

$$V = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

По 2 закону Ньютона

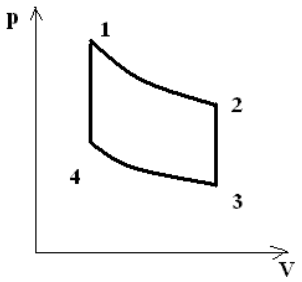
$$R = \frac{mV}{eB} = \sqrt{\frac{2mU}{eB}} \approx 1{,}4\ \text{см}$$

5. Заряженная частица вылетает из источника частиц с некоторой скоростью v. Пролетев с этой скоростью по прямолинейной траектории расстояние L, частица попадает в однородное тормозящее поле и летит до остановки с ускорением a вдоль той же прямой. При каком значении скорости v время движения частицы до остановки будет наименьшим?

Решение:

Общее время движения частицы составляет $\frac{L}{v}+\frac{v}{a}$. Из приведенного выражения видно, что оно является функцией только одной переменной v. Вычислив производную этого выражения по v и приравняв ее нулю, получим, что наименьшее время движения будет достигаться при скорости $v=\sqrt{aL}.$

6. Определите коэффициент полезного действия теплового двигателя, работающего по термодинамическому циклу, состоящему из двух адиабат и двух изохор (цикл Отто). Рассмотрите в качестве рабочего тела идеальный газ.



Решение:

Очевидно, что энергию в форме теплоты система получает на участке 4 – 1, а отдает на участке 2 – 3. По определению коэффициента полезного действия

$$\eta=1-\frac{Q_x}{Q_н}=1-\frac{c_v\nu\left(T_2-T_3\right)}{c_v\nu\left(T_1-T_4\right)},$$

где c_v – молярная теплоемкость при постоянном объеме; ν – количество вещества; T – абсолютная температура.

Для адиабатных процессов 1 – 2 и 3 – 4 (γ – показатель адиабаты) из уравнения Пуассона получаем:

$$p_1V_1^{\gamma}=p_2V_2^{\gamma}$$
$$p_4V_1^{\gamma}=p_3V_2^{\gamma},$$

что с учетом уравнения состояния Клапейрона – Менделеева дает

$$V_1^{\gamma-1}T_1=V_2^{\gamma-1}T_2$$
$$V_1^{\gamma-1}T_4=V_2^{\gamma-1}T_3$$

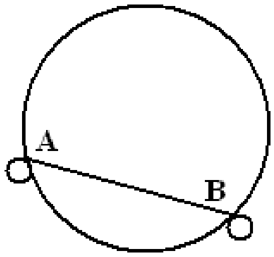
Тогда

$$\eta=1-\frac{Q_x}{Q_н}=1-\frac{\left(T_2-T_3\right)}{\left(T_1-T_4\right)}=1-\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1},$$

7. Частица с плотностью 7,8 г/см^3, заряженная одним электроном, влетает в электрическое поле с начальной скоростью V_0 = 400 м/с. После прохождения участка с разностью потенциалов U = 1 В ее скорость увеличилась в 3 раза. Найдите объем частицы.

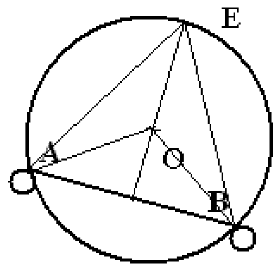
Решение

В процессе движения над частицей была совершена работа $A = eU$.



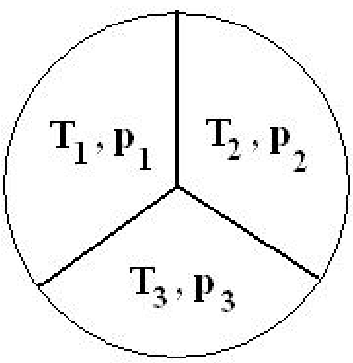
8. Шар катится без проскальзывания по двум горизонтальным рельсам со скоростью v (см. рисунок). Длина хорды AB равна радиусу шара. У каких точек шара скорость наибольшая? Чему равна эта скорость?

Решение:



Поскольку точки A и B хорды AB принадлежат мгновенной оси вращения, то и сама хорда AB является мгновенной осью вращения. Наибольшую линейную скорость u будет иметь точка E, лежащая на диаметре, перпендикулярном этой хорде, как наиболее удаленная от оси вращения. Угловая скорость определяется как

$$\omega = \frac{2v}{R\sqrt{3}} = \frac{u}{R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}, \text{ откуда } u = v\left(1+\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \approx 2{,}15v.$$



9. Цилиндрический сосуд с идеальным газом разделен теплонепроницаемыми перегородками на три отсека. В каждой перегородке есть отверстие, размер которого мал по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа. Температуры и давления газа в отсеках поддерживаются постоянными. Температуры равны T_1, T_2, T_3. Давление в первом отсеке p_1 известно. Найдите давление p_2 во втором отсеке.

Решение.

Пусть n_i – концентрация молекул в i-м отсеке, а $\langle v_i \rangle$ – средняя по модулю скорость молекул в i-м отсеке. Число ударов молекул о стенку сосуда, а также число молекул, попадающих в отверстие, пропорционально концентрации молекул и их средней по модулю скорости. Так как давление и температура в каждом отсеке поддерживаются постоянными, то через каждое отверстие в обе стороны за некоторый конечный промежуток времени проходит в среднем одинаковое количество молекул, что может быть выражено следующим образом:

$$n_1\langle v_1\rangle = n_2\langle v_2\rangle = n_3\langle v_3\rangle.$$

Средняя по модулю скорость выражается как

$$\langle v\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{m}},$$

а давление

$$p = nkT\ .$$

Из этих выражений следует, что

$$p_2 = p_1\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

10. Три одинаковых шарика, расположенные в вершинах равностороннего треугольника со стороной *a* соединены друг с другом нитями. Заряд и масса каждого шарика соответственно равны *q* и *m*. Одну из нитей пережгли. Найдите максимальную скорость среднего шарика. Влиянием силы тяжести пренебречь. (Например, шарики лежат на гладкой поверхности.)

Решение.

Потенциальная энергия системы заряженных шариков первоначально равна

$$E_p = 3\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\ .$$

Из соображений симметрии следует, что кинетическая энергия среднего шарика будет максимальна, когда шарики будут находиться на одной линии. По закону сохранения энергии

$$3\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} = 2{,}5\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{m}{2}\left(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2\right)$$

По закону сохранения импульса

$$m\left(v_1 - v_2 + v_3\right) = 0$$

Из соображений симметрии (или из закона сохранения момента импульса) следует, что $v_1 = v_3$.

Решая полученную систему уравнений, имеем

$$v_2 = \sqrt{\frac{2q^2}{3\pi\varepsilon_0 am}}$$