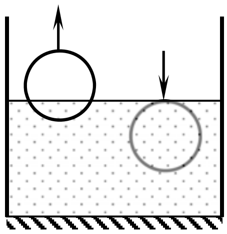
10 класс. 4 вариант

1. Мотоциклист, движущейся по городу со скоростью V_0 = 20 м/с выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением a = 5 см/с². Определить наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне уверенного приема по сотовой связи, если оператор гарантирует качественное покрытие связью на расстоянии не далее чем в 32 км от города. Какова скорость мотоциклиста в этот момент?

Решение.

Уравнение движения мотоциклиста: $32000 = 20\cdot t + \frac{0{,}05\cdot t^2}{2}$ ⇨

t = 800 с. V = 60 м/с = 216 км/ч



2. Если шар тянут вверх с силой F, то он остаётся на 1/5 своего объема погруженным в воду. Если с такой же силой давят на шар вниз, то он погружён в воду полностью. (см. рис.) Чему равна плотность шара?

Решение

Для первого случая $mg = F + F_A$; для второго случая $mg + F = F_A'$, откуда следует, что $2mg = F_A' + F_A$. Легко посчитать, что плотность шарика равна 600 кг/м^3.

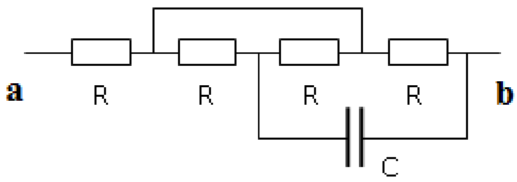
3. В сосуд с водой бросают кусочки тающего льда, при непрерывном помешивании, вначале кусочки льда тают, но в некоторый момент лед перестает таять. Первоначальная масса воды в сосуде 660 г. В конце процесса масса воды увеличилась. На сколько увеличилась масса воды к моменту прекращения таяния льда, если первоначальная температура воды 12,5°С? Потерями теплоты пренебречь.

Решение

Максимально возможная масса растаявшей воды образуется, если лед берут при температуре плавления. Прекращение таяния льда означает, что в системе установилась температура плавления льда. Уравнение теплового баланса в этом случае дает

$\Delta m = \frac{c_в m_в}{\lambda}\Delta t$ = 105 г,

где в числителе стоит произведение удельной теплоемкости воды, начальных массы и температуры воды, а в знаменателе – удельная теплота плавления льда.



4. На рисунке приведена электрическая схема, состоящая из 4-х одинаковых сопротивлений и одного конденсатора. Найдите сопротивление цепи между точками ***a*** и ***b*.**

Решение

Ток протекает только через первое и последнее сопротивления, которые соединены последовательно (два средних закорочены, поэтому ток через них не течет), т.е. $R_{об} = 2R$.

5. Найдите угол отскока шарика при угле падения 30° на идеально гладкую поверхность, если при ударе шарик теряет половину кинетической энергии. Угол падения – это угол между нормалью к поверхности и траекторией шарика.

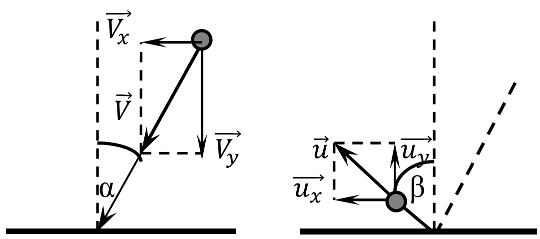
Решение

При падении на гладкую поверхность тангенциальная составляющая импульса сохраняется, и потери энергии при неупругой деформации сопровождаются изменением нормальной составляющей импульса: где индексами x и y обозначены тангенциальная и нормальная составляющие скорости (см. рис).

$$u_x = v_x = \frac{v}{2};$$

$$tg\beta = \frac{u_x}{u_y};$$

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{m\left(u_x^2 + u_y^2\right)}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{mv^2}{2},$$



До удара

после удара

Отсюда

$$u_y = \frac{v}{2} \qquad \text{тогда} \qquad tg\beta = 1\,,$$

следовательно, $\beta = 45°$.

6. Запаянный горизонтальный цилиндрический сосуд длиной l = 90 см разделен на две части подвижной перегородкой. С одной стороны от перегородки содержится 2 моль кислорода и 3 моль гелия, с другой – 3 моль азота и 1 моль гелия, а перегородка находится в равновесии. В некоторый момент времени перегородка становится проницаемой для гелия и остается непроницаемой для кислорода и азота. Найти перемещение перегородки. Температуры газов одинаковы и не меняются в течение процесса.

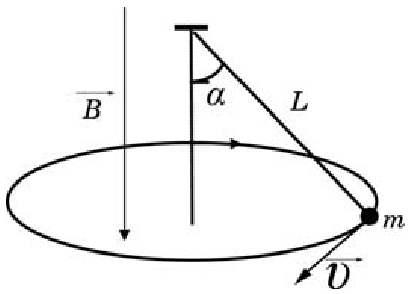
<u>*Возможное решение*</u>

До того как гелий стал проникать через перегородку равновесие найдем используя уравнение Клапейрона-Менделеева $pV_1 = \nu_1 RT$ и $pV_2 = \nu_2 RT$, т.к. давление и температура равные, то $V_1/V_2 = \nu_1/\nu_2$ или $x_1/x_2 = \nu_1 / \nu_2$, где $\nu_1 = 5$, а $\nu_2 = 4$ откуда $x_2 = 4l/9 = 40$ см.

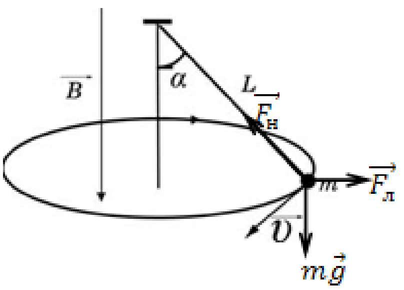
Когда гелий рвномерно рапределился по всему объему, то равновесие поршня, обеспечивается только азотом и кислородом. Тогда $y_1/y_2 = 2/3$ откуда $y_2 = 3l/5 = 54$ см. Смещение поршня влево равно $\Delta x = y_2 - x_2 = 54 - 40 = 14$ см

Ответ: $\Delta x = \frac{7l}{45} = 14$ см.

7. Положительно заряженный шарик массой $m = 1$ г подвешен на нити длиной L= 1 м и равномерно движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ (см. рисунок). Заряд шарика q = 1 мКл. Нить образует с вертикалью угол $\alpha = 60°$. Найдите угловую скорость равномерного обращения шарика по окружности.



Решение



После расстановки сил (силы натяжения $\vec{F_н}$, силы тяжести – $m\vec{g}$, силы Лоренца $\vec{F_л}$) см. рисунок, модуль $F_л = q\,v\,B$

Напишем уравнение вращательного движения тела массы m :

$m\,a_{цс} = F_н \sin\alpha - q\,v\,B$

очевидно, что $F_н \cos\alpha = mg$ и $a_{цс} = \omega^2 r$

тогда уравнение вращательного движения тела примет вид:

$m\,\omega^2 r = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha - q\,\omega\,r\,B$. Учитывая, что $r = L\sin\alpha$ окончательно получим $m\,\omega^2 L\cos\alpha + q\,\omega\,L\cos\alpha\,B + mg = 0$.

Ответ: $\omega = \dfrac{-qBL\cos\alpha + \sqrt{q^2 B^2 L^2 \cos^2\alpha + m^2 g L\cos\alpha}}{2\,m\,L\cos\alpha} =$

$= \dfrac{q\,B}{2\,m}\left(-1 + \sqrt{1 + \dfrac{m^2 g}{q^2 B^2 L\cos\alpha}}\right) = 0{,}5$ рад/с

8. Определите период T обращения спутника по эллиптической орбите, апогей которой (максимальное удаление от центра Земли) равен утроенному радиусу Земли, а перигей (минимальное удаление от центра Земли) равен радиусу Земли.

Решение.

Для нахождения периода обращения спутника по эллиптической орбите воспользуемся третьим законом Кеплера:

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3,$$

где T – это период обращения спутника по орбите;

a – большая полуось орбиты, по которой вращается спутник.

За первую орбиту примем минимальную круговую орбиту спутника, движущегося по ней с первой космической скоростью. Радиус этой орбиты равен радиусу Земли. Длина окружности по любому из меридианов приблизительно равно 40000 км, первая космическая скорость равна 7,8 км/с, следовательно, период

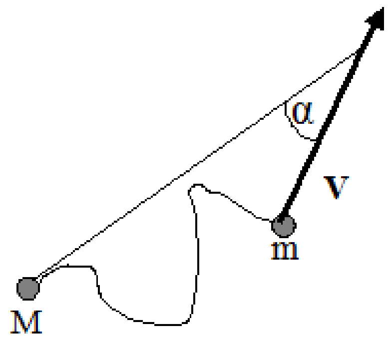
$T_1 = \frac{40000}{7{,}8} = 5128$ с = 85,5 мин

Полуось круговой орбиты очевидно равна радиусу Земли: $\boldsymbol{a_1} = R$

Полуось орбиты спутника, как легко подсчитать $\boldsymbol{a_2} = 2R$

Из третьего закона Кеплера следует, что

$T_2 = T_1 \cdot \sqrt{\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3} = 85{,}5 \cdot \sqrt{8} = = 241{,}8$ мин ≈ 4 часа 2 мин.



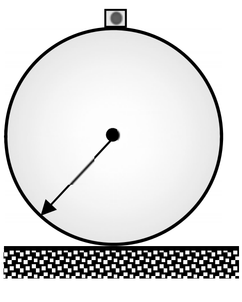
9. На столе, примерно в одном месте, находятся шарики массы M = 400 г и m = 100 г, связанные исходно ненатянутой нитью. Шарику m сообщают скорость v = 10 м/с. В момент, когда нить оказывается натянутой, она образует угол α = 60° с направлением первоначального движения шарика m. Найдите скорость шарика M сразу как нить натянется.. Нить нерастяжима. Трения нет.

Решение:

Сила натяжения нити направлена вдоль нити, поэтому шарик M приобретёт импульс по направлению нити. Из не растяжимости нити следует, что проекции скорости на направления нити после «неупругого удара» у шариков одинаковы. Обозначим это общее значение проекции u. Тогда из сохранения импульса вдоль нити имеем

$$(M + m)u = mv\cos\alpha/(M + m), \text{ а } u = mv\cos\alpha/(M + m).$$

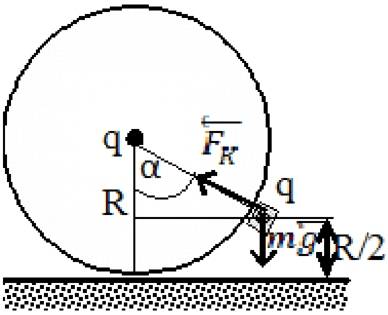
Подставив числа получим: u = 1 м/с



10. Небольшое тело массой m = 1,4 г соскальзывает из состояния покоя с вершины гладкой сферы радиуса R = 60 см. На теле и в центре сферы размещают одинаковые по модулю разноименные заряды, чтобы тело не отрывалось от поверхности сферы, пока тело не окажется на высоте равной R/2 от поверхности, на которой покоится сфера. Каково значение этих зарядов?

Решение:

Т.к. при движении тело движется по окружности, то вплоть до отрыва, в соответствии со вторым законом Ньютона $ma_{\text{цс}} = F_K \pm mg\cos\alpha - N$ (1), где F_K - сила



Кулона, $F_K = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$, (2) , α – угол между вертикальным диаметром и радиусом, проведенным к текущему положению тела; в формуле: (+) – когда тело движется по верхней части сферы и (–) - когда тело движется по нижней части сферы; N – сила реакции опоры.

В точке отрыва реакция опоры равна нулю (см. рис.) и уравнение (1) примет вид:

$$m\frac{V^2}{R} = F_K - mg\cos\alpha \qquad (3),$$

Из закона сохранения энергии: $\frac{3}{2}mgR + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{mV^2}{2}$ (4). За нулевой уровень потенциальной энергии принят уровень находящейся на высоте R/2 от поверхности, на которой покоится сфера.

Из (4) находим, что V^2 = 3gR. По рисунку легко посчитать, что cos α =0,5 Подставив эти значения, а так же (2) в (3) получим: $q = R\sqrt{14\pi\varepsilon_0 mg} = 0{,}6 \cdot \sqrt{14 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 10}$ = 1,4·10^{-6} Кл = 1,4 мкКл.