

**Олимпиада «ГАЗПРОМ», 11-класс**  
**Решения. Вариант № 2**

Задача 1. Решение:

Согласно законам сохранения энергии и импульса,

$$\frac{2mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}, \quad (1)$$

$$2m \cdot \mathbf{v} = m\mathbf{u}_1 + m\mathbf{u}_2. \quad (2)$$

Возводя уравнение (2) в квадрат, получим:

$$(2v)^2 = u_1^2 + 2\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2 + u_2^2. \quad (3)$$

Из определения скалярного произведения находим, что  $\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2 = |\mathbf{u}_1| \cdot |\mathbf{u}_2| \cdot \cos 90^\circ = 0$ .

Тогда из (1) с учетом (3) получаем:

$$\frac{2mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot (2v)^2 = 2mv^2.$$

Отсюда искомый коэффициент жесткости:  $k = 2mv^2/x^2$ .

Ответ:  $k = \frac{2mv^2}{x^2}$ .

Задача 2. Решение:

Очевидно, что минимальная температура достигается в состоянии 3, а максимальная температура – в состоянии 2. Таким образом, согласно условию можно написать  $\Delta T = T_2 - T_3$ .

Из первого закона термодинамики для изобарного процесса 1-2 находим:

$$Q = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + A_{12} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + p_1 \cdot \Delta V_{12} = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1). \quad (1)$$

Напишем выражение для работы газа во всем цикле:

$$A = p_1 \cdot \Delta V_{12} + A_{31} = R(T_2 - T_1) - A_{13}, \quad (2)$$

где  $A_{31}$  – работа, совершаемая над газом в адиабатическом процессе 3-1.

Первый закон термодинамики для процесса 3-1 имеет вид:  $\frac{3}{2}R(T_1 - T_3) - A_{13} = 0$ , отсюда находим  $A_{13}$  и подставляем в (2).

$$A = R(T_2 - T_1) - \frac{3}{2}R(T_1 - T_3) = R(T_2 - T_1) - \frac{3}{2}R(T_1 - T_2 + T_2 - T_3) = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1) - \frac{3}{2}R\Delta T.$$

Искомое количество теплоты равно:  $Q = A + \frac{3}{2}R\Delta T$ .

Ответ:  $Q = A + \frac{3}{2}R\Delta T$ .

Задача 3. Решение:

При некотором очередном соприкосновении заряд пластины  $q_1 = C_1\varphi$ , а заряд шара  $q_2 = C_2\varphi$ , где  $C_1$  и  $C_2$  – емкости пластины и шара соответственно,  $\varphi$  – потенциалы соприкасающихся тел.

При первом соприкосновении заряды пластины и шара равны:

$$q_1 = q, \quad q_2 = Q - q. \quad (1)$$

Отношение зарядов:

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1}{C_2} = \text{const} = \frac{q}{Q-q}. \quad (2)$$

Прекращение зарядки пластины означает, что шар при соприкосновении с пластиной уже не разряжается, тогда из (2) получаем уравнение:  $\frac{q_{max}}{Q} = \frac{C_1}{C_2} = const = \frac{q}{Q-q}$ .

Отсюда:  $q_{max} = Q \cdot \frac{q}{Q-q}$ .

Ответ:  $q_{max} = Q \cdot \frac{q}{Q-q}$ .

Задача 4. Решение:

Из определения емкости находим заряд на первом конденсаторе:

$$q_1 = C_1 U = \frac{\epsilon_0 S}{d_1} U, \text{ отсюда } q_1 (d_0 + vt) = \epsilon_0 S U. \quad (1)$$

Аналогично для второго конденсатора:

$$q_2 (d_0 - vt) = \epsilon_0 S U. \quad (2)$$

Продифференцируем по времени обе части уравнений (1) и (2).

$$-\frac{dq_1}{dt} (d_0 + vt) + q_1 v = 0, \quad \frac{dq_2}{dt} (d_0 - vt) - q_2 v = 0. \quad (3)$$

Знак «минус» в первом уравнении означает, что на первом конденсаторе происходит убыль заряда, за счет уменьшения емкости, в то время как на втором конденсаторе заряд увеличивается. Согласно закону сохранения заряда имеем:

$$I = \left| \frac{dq_1}{dt} \right| = \frac{dq_2}{dt}, \quad q_1 + q_2 = q. \quad (4)$$

Из (3) с учетом (4) находим искомый ток:  $I = \frac{qv}{2d_0}$ .

Ответ:  $I = \frac{qv}{2d_0}$ .

Задача 5. Решение:

Когда ключ замкнут, сила тока текущего в левом контуре определяется по закону Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\epsilon}{R_1 + R_2}. \quad (1)$$

Напряжение на конденсаторе, в установившемся режиме, равно:

$$U_c = IR_2 = \frac{\epsilon R_2}{R_1 + R_2}. \quad (2)$$

После размыкания ключа, все выделившееся тепло на резисторе  $R_2$ , согласно закону сохранения энергии, будет равно сумме энергий электрического поля конденсатора и магнитного поля тока в катушке:

$$Q = W_c + W_L = \frac{CU_c^2}{2} + \frac{LI^2}{2}. \quad (3)$$

Подставляя (1) и (2) в (3) находим искомую теплоту:

$$Q = \frac{(L + C\epsilon^2)R_2^2}{2(R_1 + R_2)^2}.$$

Ответ:  $Q = \frac{(L + C\epsilon^2)R_2^2}{2(R_1 + R_2)^2}$ .