**Олимпиада «ГАЗПРОМ», 11-класс**
**Решения. Вариант № 3**

*Задача 1. Решение*

Пусть m – масса бруска, *a* – ускорение доски, *ka* – ускорение бруска ($k > 1$), F – величина постоянной силы, действующая на брусок, $F_{тр}$ – величина силы трения, M – масса доски
Второй закон Ньютона для бруска и доски в проекцию на ось X запишется

$$F - F_{тр} = mka$$
$$F_{тр} = Ma$$

Если за *t* обозначить время движения бруска от одного края доски до другого, то путь, пройденный бруском, будет равен $L_m = \frac{kat^2}{2}$, а путь, пройденный доской, равен $L_m = \frac{at^2}{2}$. Разность этих путей есть длина доски

$$L = L_m - L_M$$

Работа силы, приложенной к бруску, равна

$$A = F \cdot L_m = (mka - Ma) \cdot L_m$$

Запишем закон сохранения энергии для системы «брусок-доска»

$$A = \frac{m}{2}(kat) + \frac{M}{2}(at) + Q = mkaL_m + MaL_M + Q$$

откуда

$$Q = Ma(L_m - L_M) = MaL$$

и получаем $\quad M = \frac{Q}{aL} \quad M = \frac{10}{1 \cdot 2} = 5 \text{ кг}$

*Задача 2. Решение*

Полезная мощность электрической плитки расходуется на перевод некоторой массы воды в единицу времени в пар при температуре кипения, то есть $N = \frac{\Delta m}{\Delta t} L$, где $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ - секундный выход пара.

Из уравнения Менделеева – Клапейрона

$$p_0 \cdot \Delta V = \frac{\Delta m \cdot RT}{\mu} \qquad \Delta m = \frac{p_0 \mu \cdot \Delta V}{RT}$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{p_0 \mu}{RT} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{N}{L} \qquad \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{N}{L} \cdot \frac{RT}{p_0 \mu} \quad (1)$$

Объем секундного перехода воды в пар равен $\Delta V = Sv \cdot \Delta t$

Откуда $\frac{\Delta V}{\Delta t} = Sv \quad (2)$

Приравняем выражения (1) и (2) $\frac{N}{L}\cdot\frac{RT}{p_0\mu}=Sv$

И окончательно

$$v=\frac{N}{LS}\cdot\frac{RT}{p_0\mu}=\frac{10^3}{2{,}26\cdot10^6\cdot10^{-4}}\frac{8{,}31\cdot373}{10^5\cdot0{,}018}=7{,}62\left(\frac{м}{с}\right)$$

*<u>Задача 3. Решение</u>*

Емкость шара $C=\frac{q}{\varphi}=4\pi\varepsilon_0\cdot R$

Потенциал шара $\varphi=\frac{kq}{R}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

По условию задачи потенциал поля заряженного шара в точке, удаленной от его поверхности на расстоянии $\boldsymbol{\ell}$ равен

$$\varphi=\frac{kq}{R+\ell} \qquad (1)$$

Поверхностная плотность заряда на поверхности шара

$$q=\sigma\cdot S=\sigma\cdot4\pi R^2 \qquad (2)$$

(2) в (1)

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\sigma\cdot4\pi R^2}{R+\ell}=\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0(R+\ell)} \qquad \varphi\varepsilon_0 R+\varphi\varepsilon_0\ell=\sigma R^2$$

$$R^2-\frac{\varphi\varepsilon_0 R}{\sigma}-\frac{\varphi\varepsilon_0\ell}{\sigma}$$

$$R_{1,2}=\frac{\varphi\varepsilon_0}{2\sigma}\pm\sqrt{\frac{\varphi^2\varepsilon_0^2}{4\sigma^2}+\frac{\varphi\varepsilon_0\ell}{\sigma}}=\frac{\varphi\varepsilon_0}{2\sigma}\pm\frac{\sqrt{\varphi^2\varepsilon_0^2\left(1+\frac{4\sigma\ell}{\varphi\varepsilon_0}\right)}}{2\sigma}=$$

$$R_{1,2}=\frac{\varphi\varepsilon_0}{2\sigma}\pm\frac{\varphi\varepsilon_0}{2\sigma}\sqrt{1+\frac{4\sigma\ell}{\varphi\varepsilon_0}}=\frac{\varphi\varepsilon_0}{2\sigma}\left(1+\sqrt{1+\frac{4\sigma\ell}{\varphi\varepsilon_0}}\right)$$

$$R_{1,2}=\frac{\varphi\varepsilon_0}{2\sigma}\left(1+\sqrt{1+\frac{4\sigma\ell}{\varphi\varepsilon_0}}\right)$$

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_0\cdot\varphi\varepsilon_0}{2\sigma}\left(1+\sqrt{1+\frac{4\sigma\ell}{\varphi\varepsilon_0}}\right)=\frac{2\pi\varepsilon_0^2\varphi}{\sigma}\left(1+\sqrt{1+\frac{4\sigma\ell}{\varphi\varepsilon_0}}\right)$$

*Задача 4. Решение*

Полезная энергия, выделяемая кипятильником, равна

$$W = Q = \eta \frac{U^2}{R} t = \eta \frac{U^2 t}{\frac{\rho \ell}{S}} = \eta \frac{S U^2 t}{\rho \ell}$$

$S = \frac{\pi d^2}{4}$ - площадь поперечного сечения проводника

$\ell = \pi \cdot d \cdot N$ - длина проводника. Тогда

$$Q = \eta \frac{\pi d^2 U^2 t}{4 \rho \pi D N} = \eta \frac{d^2 U^2 t}{4 \rho D N} \qquad (1)$$

$$Q = mc \cdot \Delta T = \rho_в V c \cdot \Delta T \qquad (2) \qquad\qquad (1) = (2)$$

$$\rho_В V c \cdot \Delta T = \eta \frac{d^2 U^2 t}{4 \rho D N}$$ Откуда

$$N = \eta \frac{d^2 U^2 t}{\rho_В V c \cdot \Delta T \cdot 4 \rho D} = \frac{0{,}6 \cdot 4 \cdot 10^{-8} \cdot 10^4 \cdot 600}{10^3 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 4200 \cdot 90 \cdot 4 \cdot 4{,}2 \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2}} \approx 13$$

*Задача 5. Решение*

Обозначим $F_{тр\,п}$ - трение покоя, $F_{тр\,п}^{max}$ - максимальное значение трения покоя. Максимальное ускорение груз на платформе будет иметь в случае, когда сила трения покоя достигнет своего максимального значения, $F_{тр\,п} = F_{тр\,п}^{max}$

$ma_{max} = F_{тр\,п} = \mu N = \mu mg$, откуда $a_{max} = \mu g = \omega_0^2 \cdot x_{max} = 4\pi^2 \nu^2$

$\omega_0 = 2\pi \cdot \nu$

$$x_{max} = \frac{\mu g}{4\pi^2 \nu^2} = \frac{0{,}1 \cdot 9{,}8}{4\pi^2 \cdot 0{,}25^2} = 0{,}4(м)$$