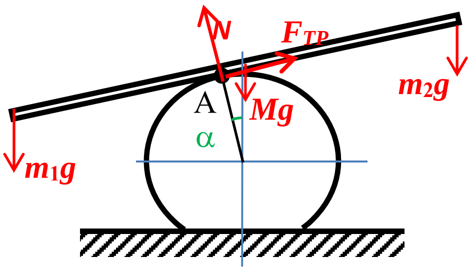
Олимпиада «ГАЗПРОМ», 11-класс
Решения. Вариант № 6

Задача 1. Решение.

Равновесие при $m_1 > m_2$ возможно, если доска не скользит $F_{TP} \le \mu N$ и не вращается

$$m_1 g\left(\frac{l}{2} - R\alpha\right)\cos\alpha - MgR\alpha\cos\alpha - m_2 g\left(\frac{l}{2} + R\alpha\right)\cos\alpha = 0$$



Т.к. $tg\alpha \le \mu = 0{,}1$, то $tg\alpha \approx \alpha = \mu$, поэтому

$$M = \frac{m_1\left(\frac{l}{2} - R\alpha\right) - m_2\left(\frac{l}{2} + R\alpha\right)}{R\alpha} = 14{,}8 \text{ кг.}$$

Задача 2. Решение.

$p_1^2 V_1^3 = p_2^2 V_2^3$. $p_1 = \frac{\nu R T_1}{V_1}$, $p_2 = \frac{\nu R T_2}{V_2}$, $T_1^2 V_1 = T_2^2 V_2$. $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt[3]{\frac{V_1}{V_2}} = \frac{1}{2}$.

$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right) = -7479$ Дж. $A = Q - \Delta U = 8000$ Дж.

Задача 3. Решение.

Закон сохранения механической энергии $\frac{m v_0^{\,2}}{2} - G\frac{mM_З}{R_З} = \frac{m v_c^{\,2}}{2} - G\frac{mM_З}{R_c}$

При движении по орбите $\frac{m v_c^{\,2}}{R_c} = G\frac{mM_З}{R_c^{\,2}}$, поэтому $\frac{m v_c^{\,2}}{2} - G\frac{mM_З}{R_c} = -G\frac{mM_З}{2R_c}$. Т.к $R_c = 3R_З$, то $\frac{m v_0^{\,2}}{2} - G\frac{mM_З}{R_З} = -G\frac{mM_З}{6R_З}$. С учётом равенства $GM_З = gR_З^{\,2}$

$v_0 = \sqrt{\frac{5}{3} g R_З} \approx 10328$ м/с

Задача 4. Решение.

Расстояние от предмета до изображения $L = d + f$. Для тонкой собирающей линзы $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$, $\frac{L}{df} = \frac{1}{F}$, $\frac{L}{F} = \frac{df}{F^2}$. Т.к. увеличение $\Gamma = \frac{f}{d}$, то $F\frac{\Gamma + 1}{\Gamma} = d$. $\frac{L}{F} = \frac{d^2\Gamma}{F^2}$,

$\frac{L}{F} = \frac{(\Gamma + 1)^2}{\Gamma}$, $L = F\frac{(\Gamma + 1)^2}{\Gamma} = 0,09$ м.

<u>Задача 5. Решение.</u>

Уравнение динамики $ma = -F_A$, Сила Ампера $F_A = IBd$, Закон Ома $\mathcal{E}_i + \mathcal{E}_S = IR = 0$, откуда $vBd = L \cdot I'(t)$. Т.к. $a = v'(t)$, то $mv'' = -I'Bd$ или $v'' = -\frac{B^2d^2}{mL}v$. Это уравнение описывает колебания проекции скорости с амплитудой v_0 и круговой частотой $\omega = \frac{Bd}{\sqrt{mL}}$. Смещение проводника тоже является колебательным движением с амплитудой

$A = \frac{v_0}{\omega}$. Следовательно, $S = \frac{v_0\sqrt{mL}}{Bd}$, откуда $m = \frac{1}{L}\left(\frac{BdS}{v_0}\right)^2$