

9 класс. Вариант 6

1. Стрела пущена с ровной горизонтальной поверхности земли под углом к горизонту. Какова дальность полета стрелы, если через $t = 0,5$ с после пуска ее скорость была направлена горизонтально и равна $V = 20$ м/с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

На всем протяжении полета горизонтальная проекция скорости постоянна, а значит, точка, в которой скорость направлена горизонтально, является высшей точкой траектории и находится на половине дальности полета. Время полета вдвое больше времени достижения этой точки. Дальность полета равна 20 м.

2. Небольшое тело массой m скользит по вогнутой сферической поверхности радиуса R . Найдите силу трения, которая действует на это тело в нижней точке поверхности, если его скорость в ней равна v , а коэффициент трения между телом и поверхностью равен μ .

Решение:

Сила трения в соответствии с уравнением Кулона-Амонтона равна

$$F_{tr} = \mu N,$$

где N – сила нормальной реакции опоры. По второму закону Ньютона

$$m \frac{V^2}{R} = N - mg$$

Тогда

$$F_{tr} = \mu m \left(g + \frac{V^2}{R} \right)$$

3. Температура сосуда с водой $t_0 = 30$ °С. В сосуд наливают кружку воды при температуре $t = 100$ °С. При этом температура воды в сосуде повысилась до $t_1 = 40$ °С. Какой станет температура воды t_2 , если в сосуд налить еще одну кружку воды при температуре 100 °С? Теплоемкостью сосуда пренебречь.

Решение:

Запишем уравнение теплового баланса для первого случая:

$$C(\theta_1 - t_0) = C_B(t - \theta_1)$$

Здесь C – теплоемкость воды, C_B – теплоемкость воды в кружке, θ_1 – установившаяся температура.

Во втором случае уравнение теплового баланса имеет вид:

$$C_B(t - \theta_2) = C(\theta_2 - \theta_1) + C_B(\theta_2 - \theta_1)$$

Здесь θ_2 – искомая установившаяся температура.

Решая систему полученных уравнений найдем θ_2 :

$$\theta_2 = \frac{\theta_1(2t - t_0) - t_0 t}{\theta_1 + t - 2t_1} \approx 47,5 \text{ }^\circ\text{C}$$

4. В схеме, показанной на рисунке, $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 4$ Ом. На резисторе R_2 выделяется мощность 27 Вт. Определите, какая мощность выделяется на резисторе R_1 .

Решение:

Напряжение на втором резисторе равно

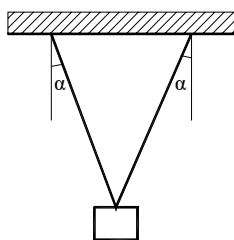
$$U_2 = \sqrt{P_2 R_2}$$

Отношение напряжений на первом и втором резисторах равно

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2 R_3}{R_1 (R_2 + R_3)}$$

Мощность на первом резисторе равна

$$P_1 = \frac{P_2 R_1 (R_2 + R_3)^2}{R_2 R_3^2} \approx 91,1 \text{ Вт}$$



5. Лифт движется с ускорением, направленным вверх. К его потолку прикреплены две нити, на которых подвешен груз массой $m = 10$ кг так, что нити составляют с вертикалью углы $\alpha = 30^\circ$ (см. рисунок). При каком значении ускорения нити оборвутся, если они выдерживают натяжение $T_0 = 60$ Н?

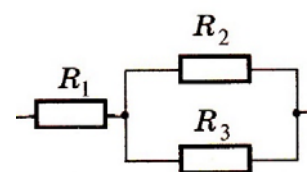
Решение:

Для равнодействующей сил натяжения имеем:

$$\begin{aligned} ma &= R - mg \\ R &= 2T \cos \alpha \end{aligned}$$

Тогда

$$a = \frac{2T \cos \alpha - mg}{m} \approx 0,39 \text{ м/с}^2$$



6. Если полностью открыть только горячий кран, то ведро объёмом 10 л наполняется за 100 с, а если полностью открыть только холодный кран, то банка объёмом 3 л наполняется за 24 с. Температура горячей воды 70 °С, холодной – 20 °С. Определите, за какое время наполнится водой кастрюля ёмкостью 4,5 л, если оба крана открыты полностью и тепловое равновесие устанавливается, пока вода находится в смесителе. Найти температуру воды, которая получилась в смесителе.

Решение:

Расход горячей воды – 0,1 кг/с, расход холодной – 0,125 кг/с. За одну секунду оба крана расходуют 0,225 кг воды, объем 4,5 л заполнится за 20 с. Уравнение теплового баланса имеет вид

$$m_{\Gamma}(t_{\Gamma} - \theta) = m_{\times}(\theta - t_{\times})$$

Установится температура

$$\theta = \frac{m_{\Gamma}t_{\Gamma} + m_{\times}t_{\times}}{m_{\Gamma} + m_{\times}} \approx 42,2 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

7. За время 40 с в цепи, состоящей из трех одинаковых проводников, соединенных последовательно и включенных в сеть, выделилось некоторое количество теплоты. За какое время выделится такое же количество теплоты, если проводники соединить параллельно?

Решение:

Приравняем количества теплоты, выделившиеся в первой и второй цепи, используя закон Джоуля-Ленца:

$$\frac{3U^2}{R} \Delta t_2 = \frac{U^2}{3R} \Delta t_1$$

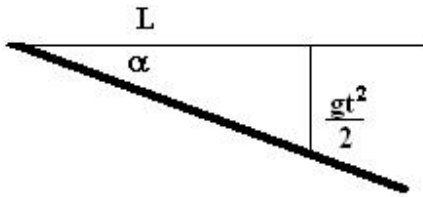
Отсюда следует, что

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{9} \approx 4,4 \text{ с}$$

8. На невесомый жесткий стержень, шарнирно закрепленный одним концом, надели массивную бусинку, которая может скользить по нему без трения. Вначале стержень покоился в горизонтальном положении, а бусинка находилась на расстоянии L от закрепленного конца. Найдите зависимость угла, который составляет стержень с горизонталью, от времени. Стержень достаточно длинный, случай соскакивания бусинки со стержня не рассматривать.

Решение:

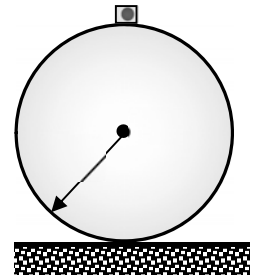
Так как стержень невесомый, а трение отсутствует, то бусинка свободно падает вдоль вертикальной прямой, отстоящей от оси вращения стержня на расстояние L . Из рисунка видно, что



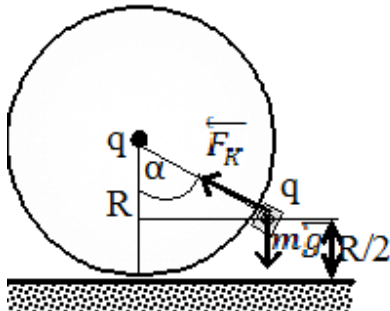
$$\alpha = \arctg \frac{gt^2}{2L}$$

После того, как бусинка соскользнет со стержня, он продолжит вращение с постоянной угловой скоростью.

9. Небольшое тело массой $m = 1,4$ г соскальзывает из состояния покоя с вершины гладкой сферы радиуса $R = 60$ см. На теле и в центре сферы размещают одинаковые по модулю разноименные заряды, чтобы тело не отрывалось от поверхности сферы, пока тело не окажется на высоте равной $R/2$ от поверхности, на которой покоится сфера. Каково значение этих зарядов?



Решение:



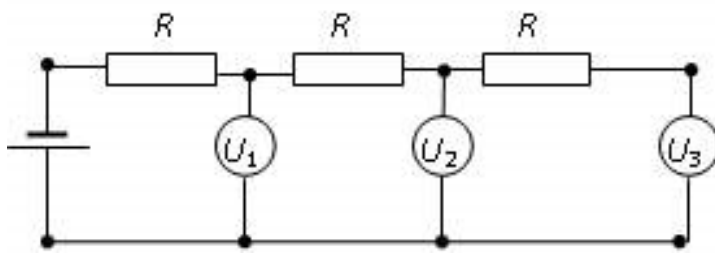
Т.к. при движении тело движется по окружности, то вплоть до отрыва, в соответствии со вторым законом Ньютона $ma_{\text{цс}} = F_K \pm mg \cos \alpha - N$ (1), где F_K - сила Кулона, $F_K = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^2}$, (2), α - угол между вертикальным диаметром и радиусом, проведенным к текущему положению тела; в формуле: (+) - когда тело движется по верхней части сферы и (-) - когда тело движется по нижней части сферы; N - сила реакции опоры.

В точке отрыва реакция опоры равна нулю (см. рис.) и уравнение (1) примет вид:

$$m \frac{v^2}{R} = F_K - mg \cos \alpha \quad (3),$$

Из закона сохранения энергии: $\frac{3}{2}mgR + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{mv^2}{2}$ (4). За нулевой уровень потенциальной энергии принят уровень находящейся на высоте $R/2$ от поверхности, на которой покоится сфера.

Из (4) находим, что $v^2 = 3gR$. По рисунку легко посчитать, что $\cos \alpha = 0,5$. Подставив эти значения, а так же (2) в (3) получим: $q = R\sqrt{14\pi\epsilon_0 mg} = 0,6 \cdot \sqrt{14 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 1,4 \cdot 10^{-6}$ Кл = 1,4 мкКл.



10. Цепь собрана из одинаковых резисторов и вольтметров. Второй вольтметр показывает $U_2 = 4$ В, а третий $U_3 = 2$ В. Каково показание первого вольтметра? Внутренним сопротивлением источника

пренебречь.

Показания вольтметров неодинаковые, а значит, вольтметры неидеальные. Пронумеруем резисторы слева направо, покажем токи через резисторы штрихованными обозначениями. Запишем соотношения между токами и напряжениями в цепи:

$$\begin{aligned}
 U_3 &= I_3 R_v \\
 U_2 &= U_3 + I_3 R \\
 U_1 &= U_2 + I_2 R \\
 I_2 &= I_3 + \frac{U_2}{R_v} \\
 I_1 &= I_2 + \frac{U_1}{R_v}
 \end{aligned}$$

Тогда

$$U_1 = \frac{U_2 U_3 - U_3^2 + U_2^2}{U_3} = 10 \text{ В}$$