9 класс

Задача №

Решение

1.

Решение.

Если Петя проедет 18 участков и пробежит оставшиеся 42 – 18 = 24, он затратит 18·3 + 24·9 = 270 мин. При этом Васе, наоборот, достанется проехать 24 участка, а пробежать 18, на что уйдет 24·3 + 18·11 = 270 мин — то же самое время. Если же Петя проедет меньшее число участков, то его время (и, соответственно, время команды) увеличится. Если Петя проедет большее количество участков, то увеличится время Васи (и время команды).

Достаточно обозначить число проезжаемых Петей участков через x и решить уравнение $x\cdot 3+(42-x)\cdot 9=(42-x)\cdot 3+11x$.

Ответ: 18.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
21	20	19	18	17

2.

Решение.

Сложив все три уравнения системы, получим уравнение (x+y+z)(2x+2y+2z)=288, из которого найдем x+y+z=12 или x+y+z=-12. Подставляя вместо x+y+z числа 12 и -12, получим в первом случае: x=2,y=4,z=6, а во втором: x=-2,y=-4,z=-6.

Ответ: (2;4;6), (-2;-4;-6).

Варианты ответов:

а	б	в	г	д

(-2;-4;-6)	(12;4;6)	(2;14;6)	(2;4;16)	(2;4;6)

3.

Решение. Точки -3 и 3(корни выражений, стоящих под модулем) разбивают всю числовую ось на три интервала, на каждом из которых следует раскрыть модули.

1) При $x \geq 3$ выполняется $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x+3 > 0 \end{cases}$, и неравенство имеет вид $2x \leq 9$, то есть $x \leq 4.5$. В этом случае ответ $[3;4.5]$.

2) При $-3 \leq x < 3$ выполняется $\begin{cases} x-3 < 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$, неравенство имеет вид $-(x-3)+(x+3) \leq 9$, то есть $6 \leq 9$. Это неравенство верно при любых значениях переменной x, и, с учетом того, что мы решаем его на множестве $-3 \leq x < 3$, получаем ответ во втором случае [-3;3] .

3) При $x<3$ выполняется $\begin{cases} x-3 < 0 \\ x+3 < 0 \end{cases}$, неравенство преобразуется к $-2x \leq 9$, и решение в этом случае [-4.5;-3]. Общее решение неравенства - объединение трех полученных ответов.

Ответ. [-4.5;4.5].

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
(-4.5;4.5)	[-3;3]	[-3;4.5]	[-4.5;4.5]	[-4.5;3]

4.

Решение.

содержание золота в первоначальных сплавах назначим X и Y. тогда

$$\frac{117X}{100}+\frac{468\mathrm{Y}}{100}=\frac{(117+468)\cdot 10}{100}$$ и еще

$$\frac{186X}{100}+\frac{279\mathrm{Y}}{100}=\frac{(186+279)\cdot 9}{100}$$

Получается система уравнений

$$\begin{cases} 117\mathrm{X}+468\mathrm{Y}=5850 \\ 186\mathrm{X}+279\mathrm{Y}=4185 \end{cases}$$

После решения получается X=6%, Y=11%. Таким образом, 11-6=5%.

Ответ. 5.

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

5.

Решение.

Скорость сближения пешехода и поезда 57 +3 = 60 км/ч. 1м/с = 3,6 км/ч.
Значит, длина поезда (60*18) / 3,6 = 300 метров.

Ответ: 300.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
285	300	1080	108	270

6.

Решение.

Каждый раз, когда мальчик попадал в цель, число имеющихся у него пулек оставалось прежним (одну использовал и одну получил от отца). Каждый раз, когда мальчик промахивался, число имеющихся у него пулек уменьшалось на 2 (одну использовал и одну отобрал отец). Это значит, что сын за 55 выстрелов промахнулся 10:2=5 раз, следовательно, попал 55-5=50 раз.

Ответ: 50.

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

7.

Решение:

Разделим обе части уравнения на x^2. После группировки получаем

$$\left(x^2+\frac{1}{x}\right)-5\left(x+\frac{1}{x}\right)+6=0$$

Замена $t = x + \frac{1}{x}$

Получаем квадратное уравнение.

$$(t^2-2)-5t+6=0$$

Ответ: $x=2\pm\sqrt{3}$

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
$x=2\pm\sqrt{3}$	$x=2$	$x=\sqrt{3}$	$x=2+\sqrt{3}$	$x=2-\sqrt{3}$

8.

Решение:

т. Косинусов для угла В $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cdot\cos\angle B$ с др. стороны $m_{BC} = AB^2 + \frac{BC^2}{4} - AB\cdot BC\cdot\cos\angle B$ Вычитая одно из другого эти уравнения получим:

$m_{BC} = \frac{1}{2}\sqrt{2\left(AB^2 + BC^2\right) - AC^2}$ или m_{BC}=2,5

Ответ: 2,5

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

9.

Решение.

Первый поймал число рыб кратное 9, а второй кратное 17. Но можно подобрать только два числа, дающих в сумме 70, так, чтобы одно делилось на 9, а второе – на 17. Эти числа: 36 и 34. Значит, первый поймал 36 рыб, а второй – 34. Тогда из условия следует, что оба поймали по 20 карасей и 14 окуней. Значит, первый поймал еще 2 щуки, а второй – 0.

Ответ: 2.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
2	0	14	20	6

10.

Решение.

Так как стрелок попадал лишь в семерку, восьмерку и девятку в остальные шесть выстрелов, то за три выстрела (по одному разу в семерку, восьмерку и девятку) он наберет 24 очка. Тогда за оставшиеся 3 выстрела надо набрать 26 очков. Что возможно при единственной комбинации 8 + 9 + 9 = 26. Итак, в семерку стрелок попал 1 раз, в восьмерку – 2 раза, в девятку – 3 раза.

Ответ: 1.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
0	1	2	3	4

11.

Решение.

Всё выражение должно быть целым числом. В числителе у нас стоит число 2 – целое число. Чтобы вся дробь была целым числом, то числитель должен делиться на знаменатель нацело, отсюда знаменатель – один из делителей числа 2. Это числа 1, 2, –1, –2 (речь идёт не о натуральных, а о целых числах). Таким образом, надо решить следующие уравнения:

1) $3n + 11 = 1$; $3n = -10$; $n = -\frac{10}{3}$ – но n не целое, что противоречит условию задачи, этот случай не подходит.

2) $3n + 11 = 2$; $3n = -9$; $n = -3$ – подходит.

3) $3n + 11 = -1$; $3n = -12$; $n = -4$ – подходит

4) $3n + 11 = -2$; $3n = -13$; $n = -\frac{13}{3}$ – не целое число, не подходит.

Таким образом, $n = -4$ и $n = -3$. Сумма: $-4+(-3)= -7$.

Ответ: – 7.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
-4	12	-3	-44/3	-7

12.

Решение: Пусть х неизвестное число. Тогда 0,6х равно значению выражения $\left(\sqrt{7} - \sqrt{5}\right) \div \left(\sqrt{7} + \sqrt{5}\right) + \sqrt{35}$. Вычислим его.

$$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\sqrt{35}=\frac{\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)}+\sqrt{35}==\frac{7-2\sqrt{7}\cdot\sqrt{5}+5}{7-5}+\sqrt{35}$$

$$=\frac{12-2\sqrt{35}+2\sqrt{35}}{2}=6$$

Тогда 0,6x=6, следовательно x=10.

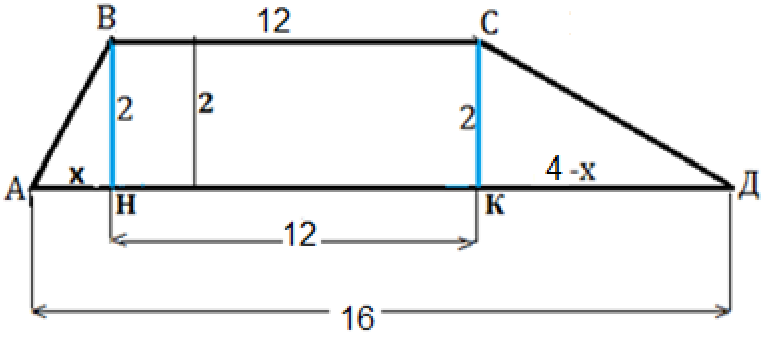
Ответ:10

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
1	3,6	6	10	13

13.

Решение. Достроим трапецию АВСД до треугольника с вершиной К.



Рассмотрим рисунок. Высоты ВН и СК "высекают" из основания АД отрезок **НК=ВС**=12 и **АН+КД**=16-12=**4.** Если принять **АН=х**, то **КД=4-х.** Высоты ВН=СК. По условию $\angle A+\angle B=90°$, поэтому $\angle BAH=\angle КСД=\alpha$, $\angle ABH=\angle КДС=90°-\alpha$. Прямоугольные треугольники АНВ и СКД подобны по первому признаку подобия треугольников (по двум углам). Тогда $\frac{АН}{СК}=\frac{ВН}{КД}=\frac{АВ}{СД}$, $\frac{x}{2}=\frac{2}{4-x}=\frac{АВ}{СД}$. Их пропорции получаем квадратное уравнение $x(4-x)=4$, $0=x^2-4x+4$. Решая его, получаем x=2см.

Из прямоугольных треугольников АНВ и СКД по теореме Пифагора выражается квадрат высоты

$$BH^2 = AB^2 - AH^2, СК^2 = СД^2 - КД^2.$$

Далее эти значения приравниваются и из получившегося квадратного уравнения находятся боковые стороны **АВ и СД**.

$$4 = AB^2 - 2^2, 4 = СД^2 - (4-2)^2.$$

Получаем $AB^{\mathbf{2}} = \mathbf{8}$, $СД^{\mathbf{2}} = \mathbf{8}$**,** $AB \cdot СД = \sqrt{\mathbf{8}} \cdot \sqrt{\mathbf{8}} = \mathbf{8}$**.**

Ответ: 8см.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
2	8	10	10/3	1/2

14.

Решение.

Пусть однокомнатная квартира стоила a рублей, двухкомнатная — b рублей. Тогда из условия задачи следует, что 1,23a + 1,13b = 1,17(a + b), откуда 1,5a = b.

Ответ. В полтора раза.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д

1,12	1,06	1,24	1,5	1

15.

Решение.

Первый покупатель купил 15-литровый и 18-литровый бочонки. Второй – 16-литровый, 19-литровый и 31-литровый. Остался не проданным 20-литровый бочонок.

Ответ: 20.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
15	16	18	19	20

16.

Решение.

Преобразуем исходное выражение:

$$\frac{16x-25y}{4\sqrt{x}-5\sqrt{y}}-\sqrt{y}=\frac{(4\sqrt{x}-5\sqrt{y})(4\sqrt{x}+5\sqrt{y})}{4\sqrt{x}-5\sqrt{y}}-\sqrt{y}=4(\sqrt{x}+\sqrt{y})=4\cdot 3=12$$

Ответ: 12.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
12	3	15	0	-3

17.

Решение.

Это сделал Толя. Не правду говорил Дима. Решение единственно, т.к. если бы Дима сказал бы правду, то наврали бы 2 человека Андрей или Витя и Юра, а это противоречит условию.

Ответ: Толя.

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

18.

Решение.

Пусть $N = xy19$ такое число. Тогда $N-19$ тоже кратно 19. Но $N-19 = xy00 = xy\cdot 100$. Так как 100 и 19 взаимно просты, то двузначное число xy делится на 19. Таких чисел всего пять: 19, 38, 57, 76, 95. Легко убедиться, что все числа 1919, 3819, 5719, 7619 и 9519 нам подходят.

Ответ: 5.

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

19.

Решение.

Чтобы произведение было точным квадратом, нужно, чтобы каждый простой множитель входил в него в четной степени. В произведение 8·9·…·17 в нечетной степени входят 2, 7, 11, 13 и 17. Значит, мы обязаны вычеркнуть сомножители 11, 13 и 17. А вот чтобы «убить» лишние простые множители 2 и 7, хватит одного вычеркнутого сомножителя 14. Итого сумма вычеркнутых чисел равна 11+13+14+17=55.

Ответ: 55.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
50	41	25	40	55

20.

Решение.

Сумма чисел на всех гранях равна 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 51. При первом броске сумма на верхней и нижней гранях равна 51 – 36 = 15, при втором — 51 – 33 = 18. Значит, на третьей паре противоположных граней сумма равна 51 – 15 – 18 = 18. Сумму

18 можно получить двумя способами: 11 + 7 или 10 + 8. Значит, на парах граней с суммой 18 напротив 11 находится 7, а напротив 10 – 8.

Ответ: 8.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
6	7	8	9	10

21.

Решение.

Так как на каждый вопрос были даны 4 правильных ответа, общее число правильных ответов делится на 4. Поскольку Петя дал 10 верных ответов, Вася — 13, а остальные трое — от 11 до 12, то общее число правильных ответов не меньше, чем $10+13+3\cdot 11 = 56$, и не больше, чем $10+13+3\cdot 12 = 59$. Из чисел в этих пределах только 56 кратно 4, поэтому число вопросов равно $\frac{56}{4}=14$.

Ответ: 14.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
13	14	15	16	17

22.

Решение.

Так как трехзначное число не может начинаться с 0, то двойка, после которой идет 0, не может стоять в разряде единиц одного из трехзначных чисел ряда.

Пусть двойка стоит в разряде десятков трехзначного числа. Тогда идущий за ней 0 стоит в разряде единиц того же числа, то есть это число оканчивается на 20. Таких чисел 9: 120, 220, …, 920.

Если двойка, после которой идет 0, стоит в разряде сотен, то соответствующее трехзначное число начинается на 20. Таких чисел 10: 200, 201,…, 209.

Таким образом, всего после двойки будет встречаться 0 19 раз.

Ответ: 19 раз.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
18	19	20	25	30

23.

Решение.

Заметим, что $1!\cdot 2!\cdot 3!\cdot 4!\cdot \ldots \cdot 20! = (1!\cdot 2!)\cdot(3!\cdot 4!)\cdot\ldots\cdot(19!\cdot 20!) =$

$$= (1!\cdot 1!\cdot 2)\cdot(3!\cdot 3!\cdot 4)\cdot(5!\cdot 5!\cdot 6)\cdot\ldots\cdot(17!\cdot 17!\cdot 18)\cdot(19!\cdot 19!\cdot 20) =$$

$$= (1!)^2\cdot(3!)^2\cdot(5!)^2\cdot\ldots\cdot(19!)^2\cdot(2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot\ldots\cdot 18\cdot 20) =$$

$$= (1!)^2\cdot(3!)^2\cdot(5!)^2\cdot\ldots\cdot(19!)^2\cdot(2\cdot(2\cdot 2)\cdot(3\cdot 2)\cdot\ldots\cdot(10\cdot 2)) =$$

$$= (1!\cdot 3!\cdot 5!\cdot\ldots\cdot 19!)^2\cdot 2^{10}\cdot(1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot 9\cdot 10) = (1!\cdot 3!\cdot 5!\cdot\ldots\cdot 19!)^2\cdot\left(2^5\right)^2\cdot 10!.$$

Первые два множителя – квадраты, поэтому, если вычеркнуть 10!, то останется квадрат.

Ответ: 10!

24.

Решение.

Пусть приписанные цифры образуют число B, $0 \le B \le 999$. Тогда получившееся число равно, с одной стороны $1000A+B$, а с другой - $1+2+\ldots+A=\frac{1}{2}A(A+1)$.

Имеем $1000A+B=\frac{1}{2}A(A+1)$; $A(A-1999)=2B$.

Число А удовлетворяет условию задачи тогда и только тогда, когда $0 \le A(A-1999) \le 1998$.

Левое неравенство $(0 \le A(A-1999))$ возможно только при $A \ge 1999$, а правое – при $A < 2000$. Следовательно, единственным решением задачи является А=1999.

Ответ: 1999.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
999	1998	1999	2016	2017

25.

Решение.

Пусть xy – искомое число, тогда $xy = x \cdot 10 + y$.

Переставим цифры местами, получим число $yx = y \cdot 10 + x$.

По условию $yx - xy = (y \cdot 10 + x) - (x \cdot 10 + y) = 27$.

$9y - 9x = 27$.

Из условия известно, что $x + y = 13 \Rightarrow x = 13 - y$.

Таким образом, $9y - 9x = 9y - 9(13 - y) = 9y - 117 + 9y = 18y - 117 = 27$.

Отсюда $y = 8$. Следовательно $x = 13 - y = 13 - 8 = 5$.

Искомое число 58.

Ответ: 58.

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

26.

Решение.

Пусть $x_1 = 9x_2$, тогда по теореме Виета $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2p, \\ x_1 \cdot x_2 = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} 9x_2 + x_2 = -2p, \\ 9x_2 \cdot x_2 = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} 10x_2 = -2p, \\ 9x_2^2 = 1; \end{cases}$

$$\begin{cases} 10x_2 = -2p, \\ x_2^2 = \frac{1}{9}; \end{cases} \quad \begin{cases} p = -5x_2, \\ \left[\begin{array}{l} x_2 = \frac{1}{3}, \\ x_2 = -\frac{1}{3}; \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} p = -5 \cdot \frac{1}{3}, \\ x_2 = \frac{1}{3}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} p = -5 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right), \\ x_2 = -\frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = -\frac{5}{3}, \\ x_2 = \frac{1}{3}; \end{cases} \text{ или } \begin{cases} p = \frac{5}{3}, \\ x_2 = -\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Значит: $\frac{5}{3}$; $-\frac{5}{3}$.

Ответ: 0.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
5/3	1/3	0	2/3	-5/3

27.

Решение.

Начертим схему движения поездов нашей задачи. Пусть прямые AB и CD – скрещивающиеся пути (рис. 1). Станция B расположена в 40 км от точки скрещения O, станция D – в 50 км от нее. Предположим, что спустя *x* минут паровозы будут в кратчайшем взаимном расстоянии друг от друга MN = m.

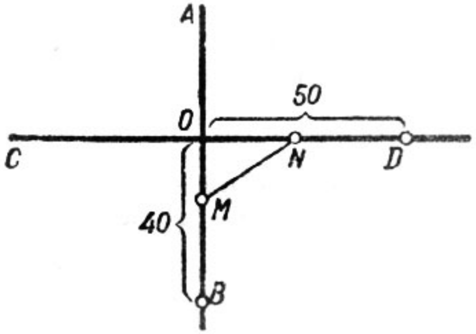


Рис. 1. Начертим схему движения поездов нашей задачи

Поезд, вышедший из В, успел к этому моменту пройти путь ВМ = 0,8*x*, так как за минуту он проходит 800 м = 0,8 км. Следовательно, ОМ = 40 – 0,8*x*. Точно так же найдем, что ON = 50 – 0,6*x*. По теореме Пифагора $MN = m = \sqrt{OM^2 + ON^2} = \sqrt{(40 - 0{,}8x)^2 + (50 - 0{,}6x)^2}$

Возвысив в квадрат обе части уравнения $m = \sqrt{(40 - 0{,}8x)^2 + (50 - 0{,}6x)^2}$

и сделав упрощения, получаем:

$x^2 - 124x + 4100 - m^2 = 0$.

Решив это уравнение относительно *x*, имеем:

$x = 62 \pm \sqrt{m^2 - 256}$.

Так как x – число протекших минут –, то $m^2 - 256$ должно быть величиной положительной, или в крайнем случае равняться нулю. Последнее соответствует наименьшему возможному значению m, и тогда

$m^2 = 256$, т. е. $m = 16$.

Очевидно, что m меньше 16 быть не может, иначе x становится мнимым. А если $m^2 - 256 = 0$, то $x = 62$.

Итак, паровозы окажутся всего ближе друг к другу через 62 мин., и взаимное их удаление тогда будет 16 км.

Определим, как они в этот момент расположены. Вычислим длину OM; она равна 40 - 62 × 0,8 = -9,6.

Знак минус означает, что паровоз пройдет за скрещение на 9,6 км. Расстояние же ON равно

50 - 62 × 0,6 = 12,8, т. е. второй паровоз не дойдет до скрещения на 12,8 км. Расположение паровозов показано на рис. 2.

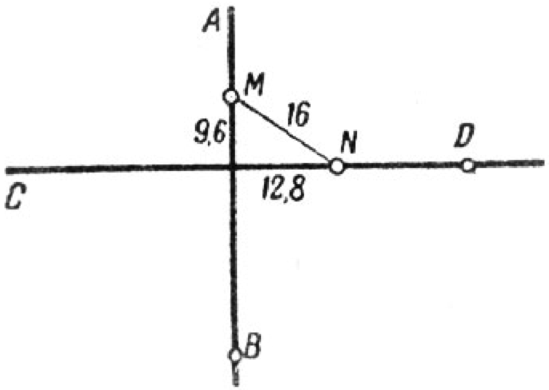


Рис. 2. Расположение паровозов

Ответ: $16 \cdot 62 = 992$

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
12,8	16	9,6	992	1388,8

28.

Решение.

$$\sqrt{25-2\cdot 5\cdot \sqrt{3}+3}+\sqrt{25+2\cdot 5\cdot \sqrt{3}+3}-10=\sqrt{(5-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(5+\sqrt{3})^2}-10=$$

$$=5-\sqrt{3}+5+\sqrt{3}-10=0$$

	Ответ: 0 **ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА**

<table>
<tr><th colspan="2">10 класс</th></tr>
<tr><td>Задача №</td><td>Решение</td></tr>
<tr><td>1.</td><td>
<p>Решение.</p>
<p>Если Петя проедет 18 участков и пробежит оставшиеся 42 – 18 = 24, он затратит 18·3 + 24·9 = 270 мин. При этом Васе, наоборот, достанется проехать 24 участка, а пробежать 18, на что уйдет 24·3 + 18·11 = 270 мин — то же самое время. Если же Петя проедет меньшее число участков, то его время (и, соответственно, время команды) увеличится. Если Петя проедет большее количество участков, то увеличится время Васи (и время команды).</p>
<p>Достаточно обозначить число проезжаемых Петей участков через x и решить уравнение $x \cdot 3+(42-x) \cdot 9=(42-x) \cdot 3+11x$.</p>
<p><u>Ответ:</u> 18.</p>
<p>Варианты ответов:</p>
<table>
<tr><td>а</td><td>б</td><td>в</td><td>г</td><td>д</td></tr>
<tr><td>21</td><td>20</td><td>19</td><td>18</td><td>17</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>
<p>Решение.</p>
<p>ОДЗ: $x \neq 0 . mx^{-2}+2x^{-2}=3m-2x^{-2}, mx^{-2}+2x^{-2}=3m-2, \frac{(m+2)}{x^{2}}=3m-2$</p>
<p>1-й случай. Если $3m$-2=0, то $m=\frac{2}{3}$. Имеем m + 2 =(2/3)+2≠0. В этом случае в левой части преобразованного уравнения будет выражение, отличное от нуля при любом x из</p>
</td></tr>
</table>

ОДЗ уравнения, а в правой части – нуль. Следовательно, при $m = \frac{2}{3}$ данное уравнение решений не имеет, то есть $m = \frac{2}{3}$ удовлетворяет условию.

2-й случай. $3m - 2 \neq 0$. Тогда $x^2 = \frac{m+2}{3m-2}$.Так как $x \neq 0$, то полученное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда ≤ 0. Решая это неравенство, получим $-2 \leq m \leq \frac{2}{3}$.

Так как в первом случае показано, что $m = \frac{2}{3}$, также удовлетворяет условию задачи, то получим $-2 \leq m \leq \frac{2}{3}$

Ответ: $-2 \leq m \leq \frac{2}{3}$

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
$0 \leq m \leq \frac{2}{3}$	$-2 \leq m \leq 0$	$-2 \leq m \leq \frac{2}{3}$	$0,6 \leq m \leq \frac{2}{3}$	$-2 \leq m \leq 0,6$

3. **Решение:** По условию имеем три последовательных члена геометрической

прогрессии: $b_1,\ b_2=b_1\cdot q\ ,\ b_3=b_1\cdot q^2$. Составим первые три члена арифметической прогрессии: $a_1=b_1+25\ ,a_2=b_1q+27\ ,\ a_3=b_1q^2+1$. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} b_1+b_1q+b_1q^2=91 \\ a_2=\dfrac{a_1+a_3}{2} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} b_1(1+q+q^2)=91 \\ \dfrac{b_1+25+b_1q^2+1}{2}=b_1q+27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1(1+q+q^2)=91 \\ b_1(q^2-2q+1)=28 \end{cases}$$

Разделим одно уравнение системы на другое, затем перемножим крайние с средние члены пропорции, приведем подобные члены и получим следующее уравнение:

$$63q^2-210q+63=0$$

Решим это уравнение и получим, что $q_1=3,q_2=\frac{1}{3}$. Подставим эти значения в систему уравнений и найдем $b_1=7,$ или $b_1=63$.

Найдем $b_7 = 7 \cdot 3^6 = 5103$ или $b_7 = \frac{63}{3^6} = \frac{7}{81}$.

Ответ. $b_7 = 5103$ или $b_7 = \frac{7}{81}$.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
5103	7	63	1701	15309

4. **Решение.**

Сложив все три уравнения системы, получим уравнение (x+y+z)(2x+2y+2z)=288, из которого найдем x+y+z=12 или x+y+z=-12. Подставляя вместо x+y+z числа 12 и -12, получим в первом случае: x=2,y=4,z=6, а во втором: x=-2,y=-4,z=-6.

Ответ: (2;4;6), (-2;-4;-6).

Варианты ответов:

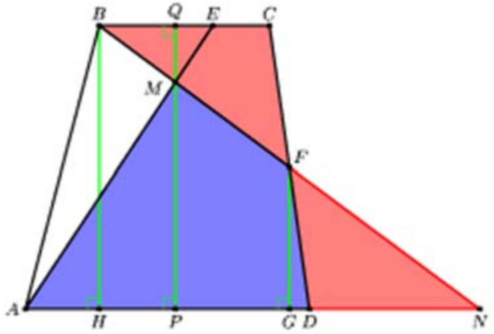
а	б	в	г	д
(-2;-4;-6)	(12;4;6)	(2;14;6)	(2;4;16)	(2;4;6)

5. **Решение**

Пусть прямая *BF* пересекает продолжение основания *AD* в точке *N*. Тогда $S_{\text{AMFD}} = S_{\text{AMN}} - S_{\text{FDN}}$.

Пусть прямая BF пересекает продолжение основания AD в точке N. Из равенства треугольников BCF и NDF следует, что $DN = BC = 3$. Треугольники AMN и EMB подобны с коэффициентом $\frac{AN}{BE} = \frac{8}{2} = 4$, поэтому высота MP треугольника AMN в 4 раза больше высоты MQ треугольника BME, а т.к. $MQ + MP = PQ = 5$, то $MP = \frac{4}{5}PQ = 4$. Поскольку $FN = BF$, то высота FG треугольника FDN вдвое меньше высоты BH треугольника ABN, поэтому $FG = \frac{1}{2}BH = \frac{5}{2}$. Следовательно,

$$S_{\text{AMFD}} = S_{\text{AMN}} - S_{\text{FDN}} = \frac{1}{2}\cdot AN\cdot MP - \frac{1}{2}\cdot DN\cdot FG = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 4 - \frac{1}{2}\cdot 3\cdot \frac{5}{2} = \frac{49}{4}.$$



Ответ $\frac{49}{4}$.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д

20	49	24,5	12,25	12

6.

Решение. Точки -3 и 3(корни выражений, стоящих под модулем) разбивают всю числовую ось на три интервала, на каждом из которых следует раскрыть модули.

1) При $x \ge 3$ выполняется $\begin{cases} x-3 \ge 0 \\ x+3 > 0 \end{cases}$, и неравенство имеет вид $2x \le 9$, то есть $x \le 4.5$. В этом случае ответ $[3;4.5]$.

2) При $-3 \le x < 3$ выполняется $\begin{cases} x-3 < 0 \\ x+3 \ge 0 \end{cases}$, неравенство имеет вид $-(x-3)+(x+3) \le 9$, то есть $6 \le 9$. Это неравенство верно при любых значениях переменной *x*, и, с учетом того, что мы решаем его на множестве $-3 \le x < 3$, получаем ответ во втором случае [-3;3] .

3) При $x<3$ выполняется $\begin{cases} x-3 < 0 \\ x+3 < 0 \end{cases}$, неравенство преобразуется к $-2x \le 9$, и решение в этом случае [-4.5;-3]. Общее решение неравенства - объединение трех полученных ответов.

Ответ. [-4.5;4.5].

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
(-4.5;4.5)	[-3;3]	[-3;4.5]	[-4.5;4.5]	[-4.5;3]

7.

Решение: Воспользуемся формулой $\arccos x + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$.Получим $\arcsin x = \frac{\pi}{6}$,

откуда $x = 0{,}5$.

Ответ: 0,5

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

8.

Решение: Обозначим последовательные числа геометрической прогрессии b, bq, bq^2. Тогда числа b, bq, bq^2-9 составят арифметическую прогрессию. По свойству арифметической прогрессии bq равен полусумме соседних членов. Получим

систему: $\begin{cases} b + bq + bq^2 = 21 \\ bq = \frac{b+bq^2-9}{2} \end{cases}$ или $\begin{cases} b + bq + bq^2 = 21 \\ 2bq = b + bq^2 - 9 \end{cases}$

Решая систему, получим q_1=4, q_2=0,25. Так как геометрическая прогрессия убывающая, то $q < 1$.

Ответ: 0,25

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
4	0,25	0,5	0,4	0,15

9.

Решение:

1) $\frac{1}{3} + 1 - \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = 1 + 1 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

2) $(7 - 6{,}35) \div 6{,}5 + 9{,}9 = 0{,}65 \div 6{,}5 + 9{,}9 = 0{,}1 + 9{,}9 = 10$

3) $\left(1{,}2 \div 36 + 1{,}2 \div 0{,}25 - 1\frac{5}{16}\right) \div \frac{169}{24} = \left(\frac{12}{10} \cdot \frac{1}{36} + \frac{12}{10} \cdot \frac{100}{25} - \frac{21}{16}\right) \cdot \frac{24}{169} = \left(\frac{1}{30} + \frac{48}{10} - \frac{21}{16}\right) \cdot \frac{24}{169} = \frac{169}{48} \cdot \frac{24}{169} = \frac{1}{2}$

4)Получили пропорцию $\frac{10}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{x}{\left(\frac{1}{2}\right)}$, x=10.

Ответ: 10

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

10.

Решение:

Пусть $x+5=t^3$. Тогда $x = t^3 -5$.

Уравнение примет вид $t+\sqrt[3]{72-t^3} = 6$. Переносим t в правую часть и возводим обе части уравнения в куб. Получим $72- t^3 =216 -108t +18t^2 – t^3$.

Решаем квадратное уравнение $18 t^2-108t +144=0$. Получим $t_1 =4$, $t_2=2$. Возвращаясь к переменной x, имеем $x_1 = 59$, $x_2 =3$.

Сумма корней равна 62.

Ответ: 62

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
6	62	59	3	4

11.

Решение.

содержание золота в первоначальных сплавах назначим X и Y. тогда

$$\frac{117X}{100}+\frac{468Y}{100}=\frac{(117+468)\cdot 10}{100}$$ и еще

$$\frac{186X}{100}+\frac{279Y}{100}=\frac{(186+279)\cdot 9}{100}$$

Получается система уравнений

$$\begin{cases}117X + 468Y = 5850\\ 186X + 279Y = 4185\end{cases}$$

После решения получается X=6%, Y=11%. Таким образом, 11-6=5%.

Ответ. 5.

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

12.

Решение.

Скорость сближения пешехода и поезда 57 +3 = 60 км/ч. 1м/с = 3,6 км/ч. Значит, длина поезда (60*18) / 3,6 = 300 метров.

Ответ: 300.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
285	300	1080	108	270

13.

Решение.

Каждый раз, когда мальчик попадал в цель, число имеющихся у него пулек оставалось прежним (одну использовал и одну получил от отца). Каждый раз, когда мальчик промахивался, число имеющихся у него пулек уменьшалось на 2 (одну использовал и одну отобрал отец). Это значит, что сын за 55 выстрелов промахнулся 10:2=5 раз, следовательно, попал 55-5=50 раз.

Ответ: 50.

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

14.

Решение:

Разделим обе части уравнения на x^2. После группировки получаем

$$\left(x^2+\frac{1}{x}\right)-5\left(x+\frac{1}{x}\right)+6=0$$

Замена $t=x\ \ +\frac{1}{x}$

Получаем квадратное уравнение.

$$(t^2-2)-5t+6=0$$

Ответ: $x=2\pm\sqrt{3}$

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
$x=2\pm\sqrt{3}$	$x=2$	$x=\sqrt{3}$	$x=2+\sqrt{3}$	$x=2-\sqrt{3}$

15\.

Решение. Пусть первоначально квас стоил *x %* от денежки, а хлеб – *(100-x)%*. После подорожания цен на 20%, получим следующий баланс $1{,}2(\mathrm{x}\%+\frac{(100-\mathrm{x})\%}{2})=100$.

Отсюда $\mathrm{x}\%=\frac{200}{3}$

При двукратном подорожании цен эта величина увеличится в 1,44 раза и достигнет величины 96%, что меньше стоимости денежки.

Ответ. Хватит.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
Да, 10%	Да, 4%	Да, 0%	Нет, 4%	Нет, 10%

16.

Решение.

Высоту CH прямоугольного треугольника ABC можно найти из формулы площади треугольника

$$S = \frac{1}{2} CH \cdot AB,$$

откуда

$$CH = \frac{2S}{AB}.$$

Площадь прямоугольного треугольника можно найти как произведения его катетов, деленное пополам:

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot CB,$$

где катет CB вычисляется по теореме Пифагора как

$$CB = \sqrt{AB^2 - AC^2}$$

$$CB = \sqrt{52^2 - 20^2} = \sqrt{2304} = 48$$

Таким образом, площадь треугольника равна

$$S = \frac{1}{2} 20 \cdot 48 = 480,$$

и высота $CH = \frac{2 \cdot 480}{52}$.

Ответ: $\frac{240}{13}$.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
240/13	480	120/13	72/13	240

17.

Решение.

Обозначим через v км/ч – собственную скорость катера, через *x* км/ч – скорость течения реки весной. Тогда скорость катера весной по течению будет равна *v+x* км/ч, а против течения *v-x* км/ч. В задаче сказано, что весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению, то есть имеем отношение:

$$\frac{v + x}{v - x} = \frac{5}{3}$$

Отсюда *v=4x*

Летом скорость течения реки становится на 1 км/ч меньше, то есть $x-1$ км/ч. Следовательно, летом скорость катера по течению равна $v+(x-1)$ км/ч, а против течения $v-(x-1)$ км/ч. Для летнего периода имеем отношение:

$$\frac{v+x-1}{v-x+1}=1\frac{1}{2}$$

Отсюда *v=5x-5*

Для двух сезонов (весна и лето) получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} v = 4x \\ v = 5x-5 \end{cases}$$

Решим эту систему: x=5

Получаем скорость течения реки весной 5 км/ч.

Ответ: 5.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
5	3	5/3	11/3	16/3

18. Решение:

$$\left(x^2-6x-9\right)^2=x\left(x^2-4x-9\right)$$

$$\left(x^2-6x-9\right)^2=x\left(x^2-6x-9+2x\right)$$

Подстановка $\left(x^2-6x-9\right)=t$ получим $t^2=x(t+2x)$

Решаем квадратное уравнение $t^2 - xt - 2x^2 = 0$ относительно t получим корни $t_1 = -x \quad t_2 = 2x$ имеем:

$\left[\begin{array}{l} x^2 - 6x - 9 = -x \\ x^2 - 6x - 9 = 2x \end{array}\right.$ или $\left[\begin{array}{l} x^2 - 5x - 9 = 0 \\ x^2 - 8x - 9 = 0 \end{array}\right.$ по т. Виета находим сумму корней:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13$.

Ответ: 13

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
5	-5	-8	8	13

19. Решение:

$\begin{cases} y = \left|x^2 - 2x - 3\right| \\ y = \alpha \end{cases}$ вершина параболы (1;-4) отобразится симметрично относительно оси абсцисс в точку (1;4). $y = \alpha$ прямая параллельная оси абсцисс. Уравнение будет иметь три корня, при $\alpha = 4$.

Ответ: 4.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
0	3	4	6	5,5

20. Решение:

$\cos^2\alpha = \frac{\sin\alpha}{6} \cdot tg\alpha$ выполняем универсальную подстановку $tg^2\alpha = t$, $\sin^2\alpha = \frac{t}{t+1}$,

$\cos^2\alpha = \frac{t^2}{t+1}$

Получаем $\left(\frac{6}{t+1}\right)^2=\frac{t^2}{t+1}$ или $t^3+t^2-36=0 \Rightarrow (t-3)(t^2+4t+12)=0 \Rightarrow t=3$

Имеем $tg^2\alpha=3 \Rightarrow \alpha=\pm{}^{\pi}\!/_{3}+\pi\kappa$ в итоге $\frac{6\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{\pi}=-2$

Ответ: -2

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
-2	-1	0	1	2

21. Решение:

Возьмем $\cos$ от обоих частей уравнения.

$\cos(2arctg(2x+1))=x$

$arctg(2x+1)=t \Rightarrow 2x+1=tgt$ имеем $\cos 2t=\frac{\cos^2 t-\sin^2 t}{\cos^2 t+\sin^2 t}=\frac{1-tg^2t}{1+tg^2t}=\frac{1-(2x+1)^2}{1+(2x+1)^2}$ т.е.

получаем уравнение: $\frac{1-(2x+1)^2}{1+(2x+1)^2}=x$ Решая его получаем $x_1=0$, $x_2={}^{\sqrt{2}}\!/_{2}$, $x_3=-{}^{\sqrt{2}}\!/_{2}$.

Выполняем проверку и делаем вывод.

Ответ : $x_1=0$

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

22. Решение:

т. Косинусов для угла В $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\angle B$ с др. стороны

<table>
<tr><td></td><td>$m_{BC}=AB^2+\frac{BC^2}{4}-AB\cdot BC\cdot\cos\angle B$ Вычитая одно из другого эти уравнения получим:
$m_{BC}=\frac{1}{2}\sqrt{2\left(AB^2+BC^2\right)-AC^2}$ или m_{BC}=2,5
Ответ: 2,5
ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА</td></tr>
<tr><td>23.</td><td>Решение:
Найдем точку пересечения прямых $\begin{cases}3x+y+5=0\\5x-2y+1=0\end{cases}$ получим (-1;-2) подставляя её в первое уравнение находим $b=1$
Ответ: 1
Варианты ответов:<table><tr><td>а</td><td>б</td><td>в</td><td>г</td><td>д</td></tr><tr><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>24.</td><td>Решение:
Найдем угловой коэффициент прямых $\begin{cases}y=\frac{-(\alpha+1)}{2}x+\frac{6-\alpha}{2}\\y=\frac{-(4\alpha-2)}{(\alpha+2)}x+\frac{5\alpha-2}{(\alpha+2)}\end{cases}$ Откуда
$\begin{cases}k_1=-\frac{\alpha+1}{2},b_1=\frac{6-\alpha}{2}\\k_2=-\frac{4\alpha-2}{\alpha+2},b_2=\frac{5\alpha-2}{\alpha+2}\end{cases}$ система имеет б.м. решений когда $\begin{cases}k_1=k_2\\b_1=b_2\end{cases}$
получим</td></tr>
</table>

$\begin{cases}\dfrac{\alpha+1}{2}=\dfrac{4\alpha-2}{\alpha+2}\\ \dfrac{6-\alpha}{2}=\dfrac{5\alpha-2}{\alpha+2}\end{cases}$ в итоге $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\alpha=3\\ \alpha=2\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}\alpha=-8\\ \alpha=2\end{array}\right.\end{cases}$ система совместна при α =2.

Ответ: 2

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
-2	-1	0	1	2

25.

Решение: по теореме Виета $x_1+x_2=-5$, $x_1\cdot x_2=-1$

$$\left(x_1^{\,3}+x_2^{\,3}\right)=(x_1+x_2)\left((x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right)=-5\cdot\left((-5)^2+3=-140\right.$$

Ответ:-140

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
-5	0	-1	-140	-20

26.

Решение:

$$P=\frac{C_6^2\cdot C_3^1}{C_{11}^3}=\frac{\dfrac{6!}{4!\cdot 2!}\cdot\dfrac{3!}{2!\cdot 1!}}{\dfrac{11!}{8!\cdot 3!}}=\frac{5\cdot 3\cdot 3\cdot 3!}{9\cdot 10\cdot 11}=\frac{30}{110}=\frac{3}{11}$$

Ответ: $\frac{3}{11}$.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
0	2/11	3/11	2/3	1/3

27.

Решение.

Первый поймал число рыб кратное 9, а второй кратное 17. Но можно подобрать только два числа, дающих в сумме 70, так, чтобы одно делилось на 9, а второе – на 17. Эти числа: 36 и 34. Значит, первый поймал 36 рыб, а второй – 34. Тогда из условия следует, что оба поймали по 20 карасей и 14 окуней. Значит, первый поймал еще 2 щуки, а второй – 0.

Ответ: 2.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
2	0	14	20	6

28.

Решение.

Так как стрелок попадал лишь в семерку, восьмерку и девятку в остальные шесть выстрелов, то за три выстрела (по одному разу в семерку, восьмерку и девятку) он наберет 24 очка. Тогда за оставшиеся 3 выстрела надо набрать 26 очков. Что возможно при единственной комбинации 8 + 9 + 9 = 26. Итак, в семерку стрелок попал 1 раз, в восьмерку – 2 раза, в девятку – 3 раза.

Ответ: 1.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
0	1	2	3	4

<table>
<tr><th colspan="2">11 класс</th></tr>
<tr><td>Задача №</td><td><i>Решение</i></td></tr>
<tr><td>1.</td><td>

Решение.

Всё выражение должно быть целым числом. В числителе у нас стоит число 2 – целое число. Чтобы вся дробь была целым числом, то числитель должен делиться на знаменатель нацело, отсюда знаменатель – один из делителей числа 2. Это числа 1, 2, –1, –2 (речь идёт не о натуральных, а о целых числах). Таким образом, надо решить следующие уравнения:

1) $3n + 11 = 1$; $3n = -10$; $n = -\frac{10}{3}$ – но n не целое, что противоречит условию задачи, этот случай не подходит.

2) $3n + 11 = 2$; $3n = -9$; $n = -3$ – подходит.

3) $3n + 11 = -1$; $3n = -12$; $n = -4$ – подходит

4) $3n + 11 = -2$; $3n = -13$; $n = -\frac{13}{3}$ – не целое число, не подходит.

Таким образом, $n = -4$ и $n = -3$. Сумма: $-4+(-3)= -7$.

<u>Ответ:</u> – 7.

Варианты ответов:

<table>
<tr><td>а</td><td>б</td><td>в</td><td>г</td><td>д</td></tr>
<tr><td>-4</td><td>12</td><td>-3</td><td>-44/3</td><td>-7</td></tr>
</table>

</td></tr>
<tr><td>29.</td><td>

Решение.

Первый покупатель купил 15-литровый и 18-литровый бочонки. Второй – 16-литровый, 19-литровый и 31-литровый. Остался не проданным 20-литровый бочонок.

<u>Ответ</u>: 20.

</td></tr>
</table>

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
15	16	18	19	20

3.

Решение.

Если Петя проедет 18 участков и пробежит оставшиеся 42 – 18 = 24, он затратит $18\cdot3 + 24\cdot9 = 270$ мин. При этом Васе, наоборот, достанется проехать 24 участка, а пробежать 18, на что уйдет $24\cdot3 + 18\cdot11 = 270$ мин — то же самое время. Если же Петя проедет меньшее число участков, то его время (и, соответственно, время команды) увеличится. Если Петя проедет большее количество участков, то увеличится время Васи (и время команды).

Достаточно обозначить число проезжаемых Петей участков через x и решить уравнение $x\cdot3+(42-x)\cdot9=(42-x)\cdot3+11x$.

Ответ: 18.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
21	20	19	18	17

4.

Решение.

ОДЗ: $x \neq 0. mx^{-2}+2x^{-2}=3m-2x^{-2}, mx^{-2}+2x^{-2}=3m-2, \frac{(m+2)}{x^{2}}=3m-2$

1-й случай. Если $3m$-2=0, то $m=\frac{2}{3}$. *И*меем $m+2$ =(2/3)+2≠0. В этом случае в левой части преобразованного уравнения будет выражение, отличное от нуля при любом x из

ОДЗ уравнения, а в правой части – нуль. Следовательно, при $m = \frac{2}{3}$ данное уравнение решений не имеет, то есть $m = \frac{2}{3}$ удовлетворяет условию.

2-й случай. $3m - 2 \neq 0$. Тогда $x^2 = \frac{m+2}{3m-2}$.Так как $x \neq 0$, то полученное уравнение не имеет решений тогда и только тогда, когда ≤ 0. Решая это неравенство, получим $-2 \leq m \leq \frac{2}{3}$.

Так как в первом случае показано, что $m = \frac{2}{3}$, также удовлетворяет условию задачи, то получим $-2 \leq m \leq \frac{2}{3}$

Ответ: $-2 \leq m \leq \frac{2}{3}$

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
$0 \leq m \leq \frac{2}{3}$	$-2 \leq m \leq 0$	$-2 \leq m \leq \frac{2}{3}$	$0{,}6 \leq m \leq \frac{2}{3}$	$-2 \leq m \leq 0{,}6$

5.

Решение: По условию имеем три последовательных члена геометрической прогрессии: $b_1,\ b_2 = b_1 \cdot q\ ,\ b_3 = b_1 \cdot q^2$. Составим первые три члена арифметической прогрессии: $a_1 = b_1 + 25\ , a_2 = b_1 q + 27\ ,\ a_3 = b_1 q^2 + 1$. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} b_1 + b_1 q + b_1 q^2 = 91 \\ a_2 = \dfrac{a_1 + a_3}{2} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} b_1(1 + q + q^2) = 91 \\ \dfrac{b_1 + 25 + b_1 q^2 + 1}{2} = b_1 q + 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1(1+q+q^2)=91 \\ b_1(q^2-2q+1)=28 \end{cases}$$

Разделим одно уравнение системы на другое, затем перемножим крайние с средние члены пропорции, приведем подобные члены и получим следующее уравнение:

$$63q^2-210q+63=0$$

Решим это уравнение и получим, что $q_1=3, q_2=\dfrac{1}{3}$. Подставим эти значения в систему уравнений и найдем $b_1=7,$ или $b_1=63$.

Найдем $b_7 = 7 \cdot 3^6 = 5103$ или $b_7 = \frac{63}{3^6} = \frac{7}{81}$.

Ответ. $b_7 = 5103$ или $b_7 = \frac{7}{81}$.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
5103	7	63	1701	15309

6\.

Решение.

Сложив все три уравнения системы, получим уравнение (x+y+z)(2x+2y+2z)=288, из которого найдем x+y+z=12 или x+y+z=-12. Подставляя вместо x+y+z числа 12 и -12, получим в первом случае: x=2,y=4,z=6, а во втором: x=-2,y=-4,z=-6.

Ответ: (2;4;6), (-2;-4;-6).

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
(-2;-4;-6)	(12;4;6)	(2;14;6)	(2;4;16)	(2;4;6)

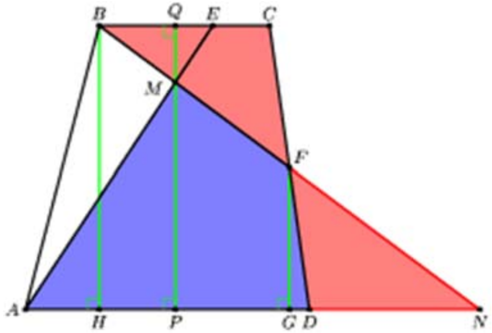
7\.

Решение

Пусть прямая *BF* пересекает продолжение основания *AD* в точке *N*. Тогда $S_{\mathrm{AMFD}} = S_{\mathrm{AMN}} - S_{\mathrm{FDN}}$.

Пусть прямая BF пересекает продолжение основания AD в точке N. Из равенства треугольников BCF и NDF следует, что $DN = BC = 3$. Треугольники AMN и EMB подобны с коэффициентом $\frac{AN}{BE} = \frac{8}{2} = 4$, поэтому высота MP треугольника AMN в 4 раза больше высоты MQ треугольника BME, а т.к. $MQ + MP = PQ = 5$, то $MP = \frac{4}{5}PQ = 4$. Поскольку $FN = BF$, то высота FG треугольника FDN вдвое меньше высоты BH треугольника ABN, поэтому $FG = \frac{1}{2}BH = \frac{5}{2}$. Следовательно,

$$S_{\text{AMFD}} = S_{\text{AMN}} - S_{\text{FDN}} = \frac{1}{2} \cdot AN \cdot MP - \frac{1}{2} \cdot DN \cdot FG = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{5}{2} = \frac{49}{4}.$$



Ответ $\frac{49}{4}$.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д

20	49	24,5	12,25	12

8.

Решение. Точки -3 и 3(корни выражений, стоящих под модулем) разбивают всю числовую ось на три интервала, на каждом из которых следует раскрыть модули.

1) При $x \geq 3$ выполняется $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x+3 > 0 \end{cases}$, и неравенство имеет вид $2x \leq 9$, то есть $x \leq 4.5$. В этом случае ответ $[3;4.5]$.

2) При $-3 \leq x < 3$ выполняется $\begin{cases} x-3 < 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases}$, неравенство имеет вид $-(x-3)+(x+3) \leq 9$, то есть $6 \leq 9$. Это неравенство верно при любых значениях переменной *x*, и, с учетом того, что мы решаем его на множестве $-3 \leq x < 3$, получаем ответ во втором случае [-3;3] .

3) При *x<3* выполняется $\begin{cases} x-3 < 0 \\ x+3 < 0 \end{cases}$, неравенство преобразуется к $-2x \leq 9$, и решение в этом случае [-4.5;-3]. Общее решение неравенства - объединение трех полученных ответов.

Ответ. [-4.5;4.5].

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
(-4.5;4.5)	[-3;3]	[-3;4.5]	[-4.5;4.5]	[-4.5;3]

<table>
<tr><td>9.</td><td>Решение: Воспользуемся формулой $\arccos x+\arcsin x=\frac{\pi}{2}$.Получим $\arcsin x=\frac{\pi}{6}$,
откуда $x=0,5$.
Ответ: 0,5
ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА</td></tr>
<tr><td>10.</td><td><u>Решение</u>: Используем свойства логарифмов. Заметим, что
$log_{12}169 = log_{12}\ (13)^2 = 2log_{12}13,$
$log_{\sqrt{13}}12 = \frac{log_{12}\,12}{log_{12}\sqrt{13}} = \frac{1}{\frac{1}{2}log_{12}13} = \frac{2}{log_{12}13}$,
$log_{20}4 + log_{20}5 = log_{20}\,(4*5) = log_{20}\,20 = 1$
Подставляя в исходное выражение, получим:
$$\frac{log_{12}169\cdot log_{\sqrt{13}}12}{log_{20}4+log_{20}5} = \frac{2log_{12}13*\dfrac{2}{log_{12}13}}{1} = 4$$<u>Ответ:</u> 4

Варианты ответов:
<table>
<tr><td>а</td><td>б</td><td>в</td><td>г</td><td>д</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>13</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>11.</td><td>Решение: Сначала решим уравнение, используя свойства показательной функции.
$\frac{4^x+4^{x+1}}{2^x+2^{x+2}} = 3^x - 2^{x-1}$, $\frac{4^x+4^x\cdot 4}{2^x+2^x\cdot 2} = 3^x - \frac{2^x}{2}$

$\frac{5\cdot 4^x}{5\cdot 2^x} = 3^x - \frac{2^x}{2}$, $2^x + \frac{1}{2}2^x = 3^x$, $\frac{3}{2}\cdot 2^x = 3^x$

$2^{x-1} = 3^{x-1}$, x-1=0 , x=1. Тогда $x^2+x+2= 1+1+2=4$</td></tr>
</table>

Ответ: 4

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
1	2	3	4	5

12. Решение: Пусть x неизвестное число. Тогда 0,6x равно значению выражения $(\sqrt{7}-\sqrt{5})\div(\sqrt{7}+\sqrt{5})+\sqrt{35}$. Вычислим его.

$$\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}+\sqrt{35}=\frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})\cdot(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})\cdot(\sqrt{7}-\sqrt{5})}+\sqrt{35}==\frac{7-2\sqrt{7}\cdot\sqrt{5}+5}{7-5}+\sqrt{35}$$

$$=\frac{12-2\sqrt{35}+2\sqrt{35}}{2}=6$$

Тогда 0,6x=6, следовательно x=10.

Ответ:10

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
1	3,6	6	10	13

13. Решение: Дробь равна нулю, если числитель дроби равен нулю, а знаменатель не равен нулю. Здесь надо рассмотреть 3 случая.

1) Решим уравнение $(\alpha+2)x^2+(\alpha+7)x+5=0$. Оно имеет единственное решение, если дискриминант равен нулю.

D=b^2-4ac=$(\alpha+7)^2-4\cdot(\alpha+2)\cdot5=\alpha^2-6\alpha+9=(\alpha-3)^2$

Дискриминант равен нулю при $\alpha=3$. Нетрудно убедиться, что при этом α исходное уравнение имеет одно решение x=-1.

2) Если дискриминант больше нуля, то уравнение

$(\alpha+2)x^2+(\alpha+7)x+5=0$ имеет два корня. Если при этом один корень равен 1, то квадратный трехчлен в разложении будет иметь множитель (x-1), который сократится со знаменателем дроби, и тогда исходное уравнение будет иметь одно решение. Подставим x=1 в уравнение $(\alpha + 2)x^2 + (\alpha + 7)x + 5 = 0$, получим $(\alpha + 2) + (\alpha + 7) + 5 = 0, \text{т. е.} \ \alpha = -7$. Нетрудно убедиться, что при этом α исходное уравнение тоже имеет одно решение x=-1.

3) Если коэффициент при x^2 в квадратном трехчлене равен нулю, то в числителе останется многочлен первого порядка. $(\alpha + 2) = 0$,

$\alpha = -2$. При этом α исходное уравнение тоже имеет одно решение x=-1.

Складываем найденные $\alpha = 3 - 7 - 2 = -6$.

Ответ: -6

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
-4	-9	-7	-2	-6

14. Решение: Обозначим последовательные числа геометрической прогрессии b, bq, bq^2. Тогда числа b, bq, bq^2-9 составят арифметическую прогрессию. По свойству арифметической прогрессии bq равен полусумме соседних членов. Получим систему:

$$\begin{cases} b + bq + bq^2 = 21 \\ bq = \frac{b+bq^2-9}{2} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} b + bq + bq^2 = 21 \\ 2bq = b + bq^2 - 9 \end{cases}$$

Решая систему, получим q_1=4, q_2=0,25. Так как геометрическая прогрессия убывающая, то $q < 1$.

Ответ: 0,25

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
4	0,25	0,5	0,4	0,15

15. Решение:

	1) $\frac{1}{3}+1-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}=1+1-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$ 2) $(7-6{,}35)\div 6{,}5+9{,}9=0{,}65\div 6{,}5+9{,}9=0{,}1+9{,}9=10$ 3) $\left(1{,}2\div 36+1{,}2\div 0{,}25-1\frac{5}{16}\right)\div\frac{169}{24}=\left(\frac{12}{10}\cdot\frac{1}{36}+\frac{12}{10}\cdot\frac{100}{25}-\frac{21}{16}\right)\cdot\frac{24}{169}=\left(\frac{1}{30}+\frac{48}{10}-\frac{21}{16}\right)\cdot\frac{24}{169}=\frac{169}{48}\cdot\frac{24}{169}=\frac{1}{2}$ 4)Получили пропорцию $\frac{10}{\left(\frac{1}{2}\right)}=\frac{x}{\left(\frac{1}{2}\right)}$, x=10. Ответ: 10 **ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА**
16.	Решение: 1) $\frac{a^2+4}{a^3+2\sqrt{2}}-\frac{1}{a+\sqrt{2}}=\frac{a^2+4}{a^3+2^{\frac{3}{2}}}-\frac{1}{a+2^{\frac{1}{2}}}=\frac{a^2+4-\left(a^2-a2^{\frac{1}{2}}+2\right)}{a^3+2^{\frac{3}{2}}}=\frac{2+a\sqrt{2}}{a^3+\left(\sqrt{2}\right)^3}=\frac{\sqrt{2}}{a^2-a\sqrt{2}+2}$ 2) $\left(\frac{a}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{a}\right)^{-1}=\left(\frac{a^2-a\sqrt{2}+2}{2a}\right)^{-1}=\frac{2a}{a^2-a\sqrt{2}+2}$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{a^2-a\sqrt{2}+2}\div\frac{2a}{a^2-a\sqrt{2}+2}.6\sqrt{2}a=\frac{1}{\sqrt{2}a}.6\sqrt{2}a=6$ Ответ: 6 **ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА**
17.	**Решение**: Пусть x+5=t^3. Тогда x = t^3 -5. Уравнение примет вид $t+\sqrt[3]{72-t^3}=6$. Переносим t в правую часть и возводим обе части уравнения в куб. Получим 72- t^3 =216 -108t +18t^2 – t^3.

Решаем квадратное уравнение $18\ t^2-108t\ +144=0$. Получим $t_1\ =4$, $t_2=2$. Возвращаясь к переменной x, имеем $x_1 = 59$, $x_2 =3$.

Сумма корней равна 62.

Ответ: 62

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
6	62	59	3	4

18.

Решение:

1. Сгруппируем слагаемые:

$$2016^2-2014^2+2012^2-2010^2+2008^2-2006^2+...-1998^2=$$

$$=\left(2016^2-2014^2\right)+\left(2012^2-2010^2\right)+\left(2008^2-2006^2\right)+$$

$$+\left(2004^2-2002^2\right)+\left(2000^2-1998^2\right)=$$

$$=(2016-2014)(2016+2014)+(2012-2010)(2012+2010)+$$

$$+(2008-2006)(2008+2006)+...=$$

$$=2\cdot 4030+2\cdot 4022+2\cdot 4014+2\cdot 4006+...$$

2. Заметим, что числа 4030, 4022, 4014, 4006,… образуют арифметическую прогрессию, у которой $a_1=4030$, $a_5=3998$.

Найдем сумму первых пяти членов арифметической прогрессии:

$$S_5 = \frac{a_1 + a_5}{2} \cdot 5 = \frac{4030 + 3998}{2} \cdot 5 = 20070.$$

3. $2016^2 - 2014^2 + 2012^2 - 2010^2 + \ldots - 1998^2 = 20070 \cdot 2 = 40140$.

Ответ: 40140.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
2016^2	2016!	20070	4032	40140

19.

Решение:

1. Выпишем область допустимых значений: $\begin{cases} sin\,2x > 0 \\ 1 - cos\,2x > 0 \end{cases}$.
2. Преобразуем исходное уравнение:

$$2\,log_4\, sin\,2x - 2\,log_2 \sqrt{1 - cos\,2x} = 1;$$

$$2\,log_{2^2}\, sin\,2x - log_2 (1 - cos\,2x) = 1;$$

$$log_2\, sin\,2x - log_2 (1 - cos\,2x) = log_2\, 2;$$

$$log_2\, sin\,2x = log_2\, 2 \cdot (1 - cos\,2x);$$

$$sin\,2x - 2 + 2\,cos\,2x = 0;$$

$$2\,sin\,x\,cos\,x - 2\,cos^2\,x - 2\,sin^2\,x + 2\,cos^2\,x - 2\,sin^2\,2x = 0;$$

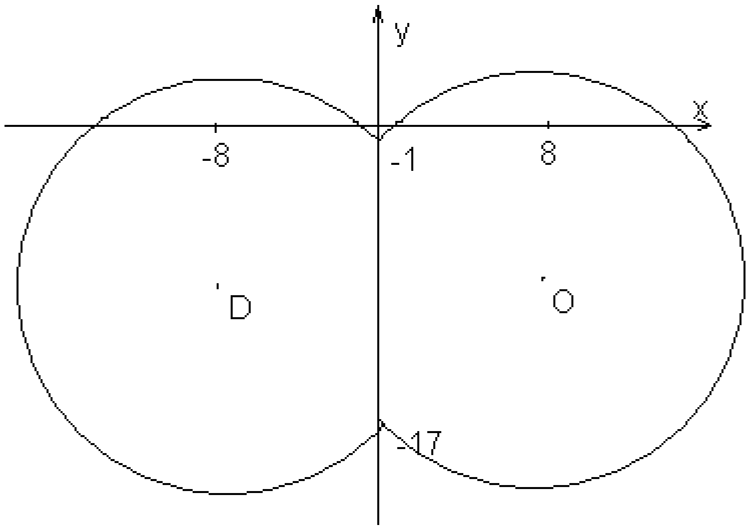
$$sin\,x\,cos\,x - 2\,sin^2\,x = 0;$$

	$\sin x(\cos x - 2\sin x) = 0$; $\sin x = 0$ или $\cos x - 2\sin x = 0 \;\vert : \cos x \neq 0$ $x = \pi n,\ n \in Z$ - не удовлетворяет ОДЗ. $tgx = \frac{1}{2}$ $x = arctg\frac{1}{2} + \pi k,\ k \in Z$. 3. Выберем из множества решений $x = arctg\frac{1}{2} + \pi k,\ k \in Z$ такие, что $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Получаем единственный корень $x = arctg\frac{1}{2}$. **Ответ:** $x = arctg\frac{1}{2}$. Варианты ответов:
20.	**Решение:** Раскрыв знак модуля и проведя преобразования, получаем: при $x \geq 0$ неравенство примет вид $(x-8)^2 + (y+9)^2 \leq 128$,

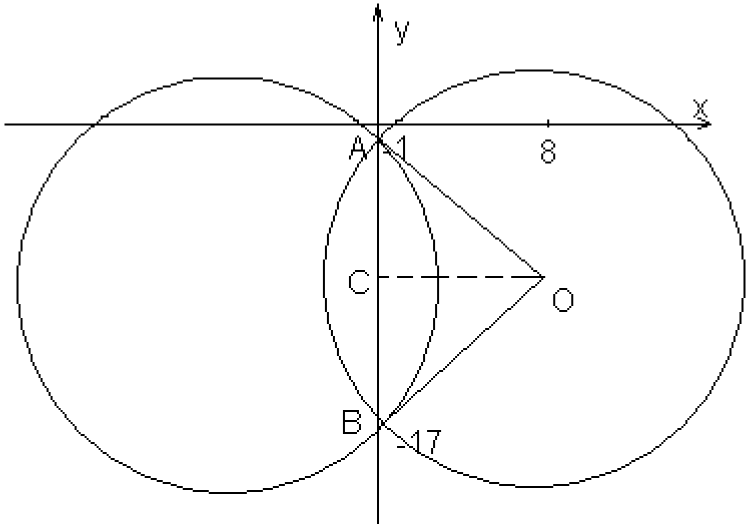
Варианты ответов к заданию выше:

а	б	в	г	д
arctg(1/2)	arctg(1/3)	arctg(-1/2)	0	1/2

при $x<0$ получим неравенство $(x+8)^2+(y+9)^2 \le 128$, т.е. фигура, заданная исходным неравенством имеет вид:



Чтобы найти площадь фигуры, проведем дополнительные построения:



Тогда площадь фигуры можно найти по формуле:

$$S_{ф} = 2\left(S_{окр} - S_{сект\,OAB} + S_{\Delta OAB}\right)$$

Вычисляем площади, входящих в формулу объектов.

$$S_{окр} = \pi R^2 = 128\pi$$
$$S_{сект\,OAB} = \frac{1}{2}R^2\alpha = \frac{1}{2}128\frac{\pi}{2}$$
$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}R^2 = \frac{1}{2}128 = 64$$

Радиус известен, легко показать, что ΔOAB прямоугольный и равнобедренный.

Находим искомую площадь заданной фигуры:

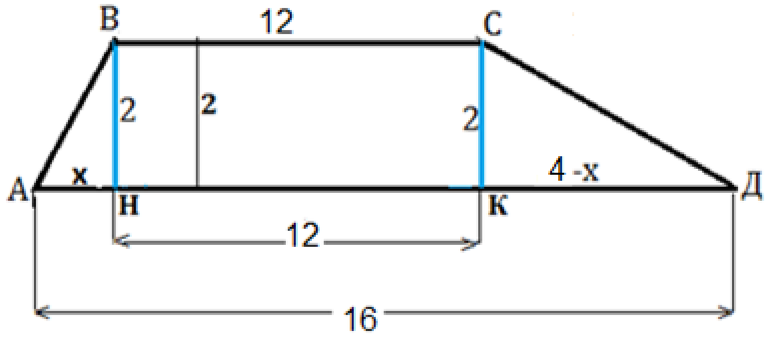
$$S_{\phi} = 2(128\pi - 32\pi + 64) = 2(96\pi + 64) = 2 \cdot 352 = 704 \text{ ед}^2$$

Ответ. 704.

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

21.

Решение. Достроим трапецию АВСД до треугольника с вершиной К.



Рассмотрим рисунок. Высоты ВН и СК "высекают" из основания АД отрезок **НК=ВС**=12 и **АН+КД**=16-12=**4.** Если принять **АН=х**, то **КД=4-х.** Высоты ВН=СК. По условию $\angle А + \angle В = 90°$, поэтому $\angle ВАН = \angle КСД = \alpha$, $\angle АВН = \angle КДС = 90° - \alpha$. Прямоугольные треугольники АНВ и СКД подобны по первому признаку подобия треугольников (по двум углам). Тогда $\frac{АН}{СК} = \frac{ВН}{КД} = \frac{АВ}{СД}$, $\frac{х}{2} = \frac{2}{4-х} = \frac{АВ}{СД}$. Их пропорции получаем квадратное уравнение $х(4 - х) = 4$, $0 = х^2 - 4х + 4$. Решая его, получаем х=2см.

Из прямоугольных треугольников АНВ и СКД по теореме Пифагора выражается квадрат высоты

$ВН^2 = АВ^2 - АН^2, СК^2 = СД^2 - КД^2.$

Далее эти значения приравниваются и из получившегося квадратного уравнения находятся боковые стороны **АВ и СД**.

$4 = АВ^2 - 2^2, 4 = СД^2 - (4 - 2)^2.$

Получаем $АВ^{\mathbf{2}} = \mathbf{8}$, $СД^{\mathbf{2}} = \mathbf{8}$**,** $АВ \cdot СД = \sqrt{\mathbf{8}} \cdot \sqrt{\mathbf{8}} = \mathbf{8}.$

Ответ: 8см.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
2	8	10	10/3	1/2

22.

Решение.

2016 = 32* 9*7=7*8*9*4.

7- простое.

Заметим, что из четырех последовательных натуральных чисел не более одного делится на 7.

Поэтому ровно одно из наших четырех чисел делится на 7.

Приравнивая к 7 по очереди все множители, находим,

n + 4 =7, n = 3, n (n + 1) (n+ 2) (n + 3) (n + 4)=3*4*5*3*2*7=2520.

n + 3 =7, n = 4, n (n + 1) (n+ 2) (n + 3) (n + 4)=4*5*6*7*8=3627.

n + 2 =7, n = 5, n (n + 1) (n+ 2) (n + 3) (n + 4)=5*6*7*8*9=15120.

n + 1 =7, n = 6,

n (n + 1) (n+ 2) (n + 3) (n + 4)=6*7*8*9*10=2*3*7*8*9*2*5=30240.(есть все множители числа 2016)

n =7, n (n + 1) (n+ 2) (n + 3) (n + 4)= 7*8*9*10*11=55440

Получаем, что только при n= 6 произведение делится на 2016.

Ответ: 6.

ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА

23. **Решение.**

Пусть однокомнатная квартира стоила a рублей, двухкомнатная — b рублей. Тогда из условия задачи следует, что 1,23a + 1,13b = 1,17(a + b), откуда 1,5a = b.

Ответ. В полтора раза.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
1,12	1,06	1,24	1,5	1

24. **Решение.**

$$f(x)=\sin^8 x+\cos^8 x=\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^4-$$

$$-\sin^2 x\cdot\cos^2 x\cdot\left(4\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)^2-2\sin^2 x\cdot\cos^2 x\right)$$

Пусть $t=\sin^2 x\cdot\cos^2 x$.

Тогда $f(x)=1-t\cdot(4-2t)=1-4t+2t^2=g\left(t\right)$.

Заметим, что $t=\left(\sin^2 2x\right)/4$, переменная t принимает значения $\left[0;1/4\right]$. Функция g на этом отрезке монотонно убывает. Таким образом, значения на отрезке будут $g\left(0\right)=1$, $g\left(1/4\right)=1/8$. Модуль разности этих значений $\left|1-1/8\right|=7/8=0,875$

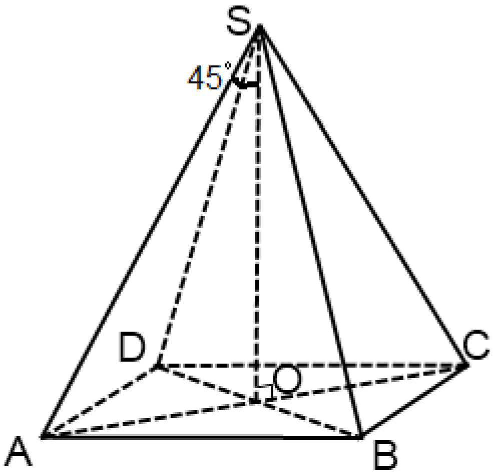
Ответ. 0,875.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
0,875	0,125	0,25	0,5	1

25.

Решение.



Высота SO, боковое ребро SA и половина диагонали основания AO составляют прямоугольный треугольник, являющийся также равнобедренным (т.к. острый угол $\angle \mathrm{ASO} = 45^\circ$ => второй острый угол $\angle \mathrm{SAO} = 180 - 90 - 45 = 45^\circ$). Значит, половина диагонали AO равна высоте SO=h, т.е. 10 см. Объем пирамиды равен $V = \frac{Socн \cdot h}{3}$. Диагональ квадрата равна $AC = 2AO = 20$ см. С другой стороны из треугольника ABC по теореме Пифагора $AC^2 = 2AB^2 \Rightarrow AB = 10\sqrt{2}$ см. искомый объем $V = \frac{AB^2 \cdot h}{3} = \frac{200 \cdot 10}{3} = 2000 / 3$ **см³.** Искомая величина 3V=2000.

Ответ. 2000.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
2000/3	2000	2016	2016/3	200

26.

Решение.

Найдем производную заданной функции

$f'(x)=12x^2-6x-6$.

Найдем критические точки функции

$f'(x)=0,\ 12x^2-6x-6=0.$

Решаем квадратное уравнение, получаем корни: $x_1=1,\ \ x=-1/2$.

Обе точки принадлежат промежутку $[-1;2]$.

Находим значения функции в этих точках и на концах промежутка.

$f(-1)=-9,\ \ f(-1/2)=-6,25,\ \ f(1)=-13,\ \ f(2)=0$.

Таким образом $\underset{\min[-1;2]}{f}=f(1)=-13,\quad \underset{\max[-1;2]}{f}=f(2)=0,$

Среднее арифметическое этих значений равно –6,25. Абсолютная величина его равна 6,25.

Ответ.6,25.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
-6,25	-0,5	1	2	6,25

27.

Решение.

Это возвратное уравнение. Сделаем замену $t=\frac{x}{3}-\frac{4}{x}$. Тогда $t^2=\left(\frac{x}{3}-\frac{4}{x}\right)^2=\frac{x^2}{9}-\frac{8}{3}+\frac{16}{x^2}$.

$$\frac{x^2}{9}+\frac{16}{x^2}=t^2-\frac{8}{3},\ \frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{3}+\frac{48}{x^2}\right)=t^2-\frac{8}{3},\ \frac{x^2}{3}+\frac{48}{x^2}=3t^2-8.$$

Уравнение примет вид $3t^2-8=10t$. Решая его как квадратное, находим корни $t_1=2,\ t_2=4/3$. Находим теперь соответствующие этим t значения x.

$$2=\frac{x}{3}-\frac{4}{x},\ x\neq 0,\ x^2-6x-12=0,\ x_{\ 1,2}=3\pm\sqrt{21}.$$

$$\frac{4}{3}=\frac{x}{3}-\frac{4}{x},\ x\neq 0,\ x^2-4x-12=0,\ x_{\ 3,4}=6;-2.$$

$$x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot x_4=6\cdot(-2)\cdot\left(3-\sqrt{21}\right)\cdot\left(3+\sqrt{21}\right)=-12\cdot(9-21)=144/$$

Ответ. 144.

Варианты ответов:

а	б	в	г	д
8/3	-12	12	144	-144

28.

Решение.

содержание золота в первоначальных сплавах назначим X и Y. тогда

$$\frac{117X}{100}+\frac{468\mathrm{Y}}{100}=\frac{(117+468)\cdot 10}{100}$$ и еще

	$\frac{186X}{100}+\frac{279Y}{100}=\frac{(186+279)\cdot 9}{100}$ Получается система уравнений $\begin{cases}117X+468Y=5850\\ 186X+279Y=4185\end{cases}$ После решения получается X=6%, Y=11%. Таким образом, 11-6=5%. **Ответ.** 5. **ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА**
29.	**Решение.** $\lg tg20-\lg tg40+\lg ctg20-\lg ctg40=\lg\left(\frac{tg20}{tg40}\cdot\frac{ctg20}{ctg40}\right)=\lg 1=0$ **Ответ.** 0. **ЗАДАЧА С УКАЗАНИЕМ ОТВЕТА**