Методические указание по Отраслевой олимпиаде школьников «Газпром», профиль физика.

Учебное пособие для подготовки к олимпиаде

Под редакцией Бурковой Е.Г.

Задания заключительного этапа
9 класс
Вариант 1

1. Трамвай, двигаясь по прямолинейному участку, проходит расстояние между остановками $l = 1350$ м со средней скоростью $v_{\text{ср}} = 36$ км/ч. На разгон в начале движения и торможение перед остановкой он затратил общее время $\tau = 1$ мин. Все остальное время трамвай двигался с постоянной скоростью v. Найдите эту скорость.

Решение

Путь трамвая во время разгона и торможения

$$L = \frac{v\tau}{2}.$$

Весь путь

$$l = L + v(t - \tau),$$

где t — полное время движения. В свою очередь

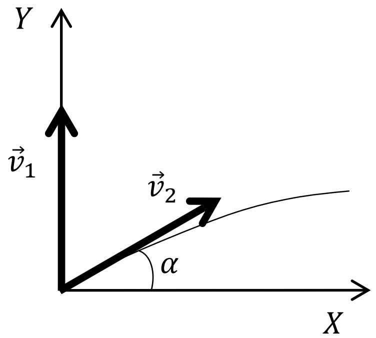
$$t = \frac{l}{v_{\text{ср}}}.$$

Решая систему относительно v, получим:

$$v = \frac{l}{\frac{l}{v_{\text{ср}}} - \frac{\tau}{2}} \approx 12{,}86\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 13\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

2. Два мальчика, находясь в одной точке спортивной площадки, одновременно бросают одинаковые мячики с одинаковой скоростью $v_0 = 10 \text{м/с}$. Первый мальчик бросил свой мячик вертикально вверх, а второй под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. На каком расстоянии L друг от друга будут мячи через 0,5 с после бросания. Ускорение свободного падения принять за $10\ \text{м/с}^2$.

Решение



Уравнения движения тел:

$$y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

$$y_2 = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2},$$

$$x_2 = v_0 t \cos\alpha.$$

Время полета второго тела

$$t_{п2} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{1}{2}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 1\ \text{с}.$$

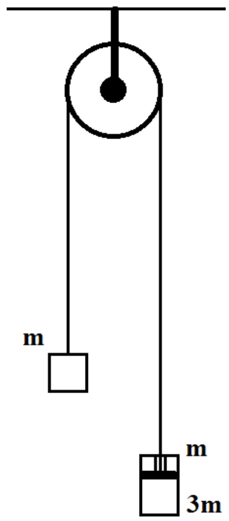
Время полета первого тела, очевидно, больше. Поэтому через 0,5 с после бросания оба тела будут еще в полете. Расстояние между телами:

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Подставляя сюда координаты из системы уравнений движения, получим ответ

$$L = v_0 t \sqrt{2(1 - \sin\alpha)} = 5\ \text{м}.$$

3. Две гири массами $m = 1$ кг и $3m$ висят на концах нити, перекинутой через невесомый блок (см. рисунок). На гирю большей массы кладут дополнительный груз массой m. Определить вес дополнительного груза P в процессе движения. Во сколько раз изменятся ускорения грузов, если дополнительный груз переложить на гирю массой m? Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{м/с}^2$.



Решение

Динамические уравнения для тел до перекладывания перегрузка:

$$T - mg = ma_1,$$

$$-T + 4mg = 4ma_1;$$

где T — сила натяжения нити. Отсюда ускорение грузов до переложения перегрузка

$$a_1 = \frac{3}{5}mg.$$

Динамическое уравнение для перегрузка:

$$mg - P = ma_1.$$

Отсюда

$$P = \frac{2}{5}mg = 4 \text{ Н}.$$

Динамические уравнения для тел после перекладывания перегрузка:

$$T - 2mg = 2ma_2,$$

$$-T + 3mg = 3ma_2;$$

Отсюда ускорение грузов после переложения перегрузка

$$a_2 = \frac{1}{5}mg.$$

Следовательно

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{3}.$$

Таким образом, ускорение уменьшится втрое.

4. Для улучшения скоростных показателей полотно велотрека на вираже делают наклонным. На вираже радиусом R полотно расположено под углом α к горизонту. С какой максимальной скоростью v можно проехать этот вираж? Коэффициент трения покоя колес о полотно велотрека равен μ. Силу сопротивления движению велосипедиста не учитывать.

Решение

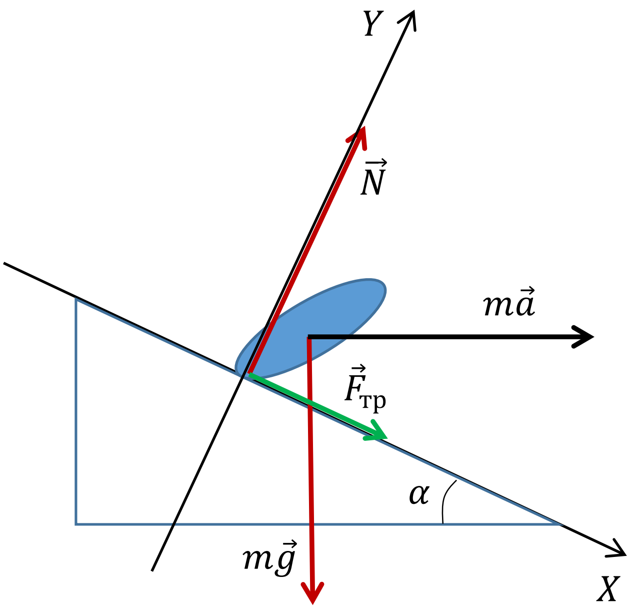


Рис. 4

Приложенные к велосипеду силы и их равнодействующая показаны на рисунке. Чтобы ехать на максимальной скорости без заноса, велосипедист должен использовать максимальную силу трения покоя колес о покрытие велотрека:

$$F_{\text{тр макс}} = \mu N.$$

Поскольку сопротивление движению велосипедиста пренебрежимо мало, вся сила трения может уйти на обеспечение поворота, то есть она будет сонаправлена оси X.

Запишем второй закон Ньютона в проекциях.

$$X: \quad \mu N + mg \sin\alpha = ma \cos\alpha.$$

$$Y: \quad N - mg \cos\alpha = ma \sin\alpha.$$

Решая систему, находим

$$a = g\frac{\mu\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} = \frac{v^2}{R}.$$

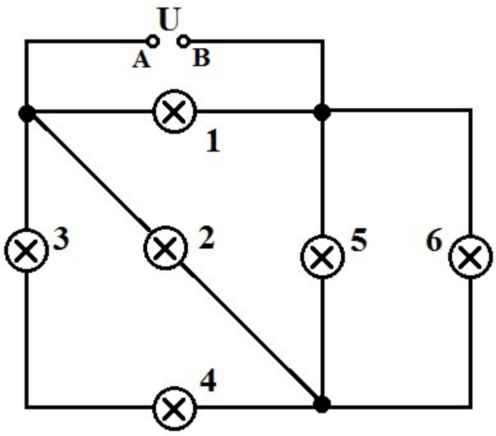
Отсюда искомая максимальная скорость

$$v = \sqrt{Rg\frac{\mu\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}} = \sqrt{Rg\frac{\mu + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \mu\operatorname{tg}\alpha}}.$$

При $\mu \operatorname{tg} \alpha \geq 1$ ограничений не существует.

Возможно альтернативное решение с использованием полной реакции опоры.

5. Учащийся в лаборатории собрал новогоднюю гирлянду, состоящую из 6 лампочек. Схема соединения и подключения к источнику с напряжение $U = 4{,}2$ В показана на рисунке. Сопротивление каждой лампочки $R = 10$ Ом. Определить полное сопротивление участка цепи AB и силу тока, протекающего через лампочку номер 5.



Решение

Исходя из соединений лампочек на схеме, находим сопротивления.

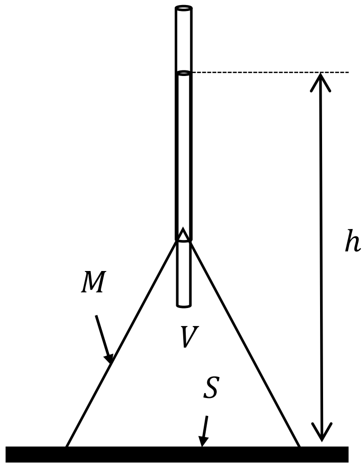
$$R_{56} = \frac{R}{2}.$$

$$R_{34} = 2R. \Rightarrow R_{234} = \frac{2}{3}R \Rightarrow R_{2-6} = \frac{7}{6}R \Rightarrow R_{\text{общ}} = \frac{7}{13}R \cong 5{,}4 \text{ Ом}.$$

Далее ток

$$I_{56} = I_{2-6} = \frac{U}{R_{2-6}} = \frac{6U}{7R} \Rightarrow I_5 = \frac{I_{56}}{2} = \frac{3U}{7R} = 0{,}18 \text{ А}.$$

6. Конический колокол массы M, соединенный с тонкой легкой трубкой, расположен на горизонтальном столе. Снизу колокол плотно прилегает столу, накрывая площадь S, и закрывая объем V. До какой высоты h над столом надо налить воду в трубке, чтобы она начала выливаться из-под колокола?



Решение

Условие равновесия колокола с водой, когда вода на грани выливания (взаимодействие стола и колокола уже отсутствует):

$$Mg + \rho V g = \rho g h S.$$

Отсюда

$$h = \frac{M + \rho V}{\rho S}.$$

Вариант 3

1. Трамвай, двигаясь по прямолинейному участку, проходит расстояние между остановками $l = 1080$ м. На разгон в начале движения и торможение перед остановкой он затратил общее время $\tau = 1$ мин. Все остальное время трамвай двигался с постоянной скоростью $v = 15$ м/с. Найдите среднюю скорость трамвая $v_{\text{ср}}$.

Решение

Путь трамвая во время разгона и торможения

$$L = \frac{v\tau}{2}.$$

Весь путь

$$l = L + v(t - \tau),$$

где t — полное время движения. В свою очередь

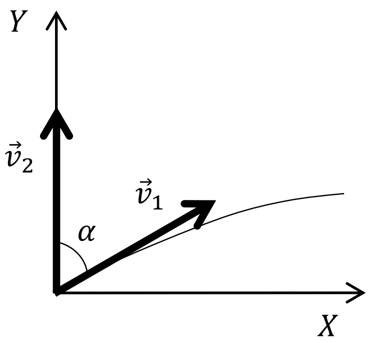
$$t = \frac{l}{v_{\text{ср}}}.$$

Решая систему относительно $v_{\text{ср}}$, получим:

$$v_{\text{ср}} = \frac{l}{\frac{l}{v} + \frac{\tau}{2}} \approx 38{,}1\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

2. Два мальчика, находясь в одной точке спортивной площадки, бросают одновременно одинаковые мячики с одинаковой скоростью $v_0 = 11 \text{м/с}$. Первый мальчик бросает свой мяч под углом $\alpha = 60°$ к вертикали, второй — вертикально. На каком расстоянии L друг от друга будут мячики через 0,5 с после начала движения. Ускорение свободного падения принять за $10\ \text{м/с}^2$.

Решение



Уравнения движения тел:

$$y_2 = v_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

$$y_1 = v_0 t \cos\alpha - \frac{gt^2}{2},$$

$$x_1 = v_0 t \sin\alpha.$$

Время полета первого тела

$$t_{\text{п}1} = \frac{2v_0\cos\alpha}{g} = \frac{2\cdot 11\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\frac{1}{2}}{10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 1{,}1\ \text{с}.$$

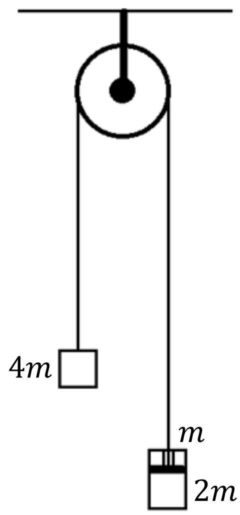
Время полета второго тела, очевидно, больше. Поэтому через 0,5 с после бросания оба тела будут еще в полете. Расстояние между телами:

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Подставляя сюда координаты из системы уравнений движения, получим ответ:

$$L = v_0 t\sqrt{2(1 - \cos\alpha)} = 5{,}5\ \text{м}.$$

3. Две гири массами $m = 7$ кг и $4m$ висят на концах нити, перекинутой через невесомый блок (см. рисунок). На гирю меньшей массы кладут перегрузок массой m. Определить вес гири массой $4m$ в процессе движения. Во сколько раз изменятся ускорения грузов, если перегрузок переложить на гирю большей массы? Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{м/с}^2$.



Решение

Динамические уравнения для тел до перекладывания перегрузка:

$$T - 3mg = 3ma_1,$$

$$-T + 4mg = 4ma_1;$$

где T — сила натяжения нити. Отсюда ускорение грузов до переложения перегрузка

$$a_1 = \frac{1}{7}mg.$$

Из этой же системы находим также силу натяжения нити, которая, по третьему закону Ньютона, равна весу гири. Таким образом,

$$P = \frac{24}{7}mg = 240 \text{ Н}.$$

Динамические уравнения для тел после перекладывания перегрузка:

$$T - 2mg = 2ma_2,$$

$$-T + 5mg = 5ma_2;$$

Отсюда ускорение грузов после переложения перегрузка

$$a_2 = \frac{3}{7}mg.$$

Следовательно

$$\frac{a_2}{a_1} = 3.$$

Таким образом, ускорение увеличится втрое.

4. Для улучшения скоростных показателей полотно велотрека на вираже наклоняют под некоторым углом α к горизонту. Такой вираж можно проехать с максимальной скоростью v? Определить радиус виража. Коэффициент трения покоя колес о полотно велотрека равен μ. Силу сопротивления движению велосипедиста не учитывать.

Решение

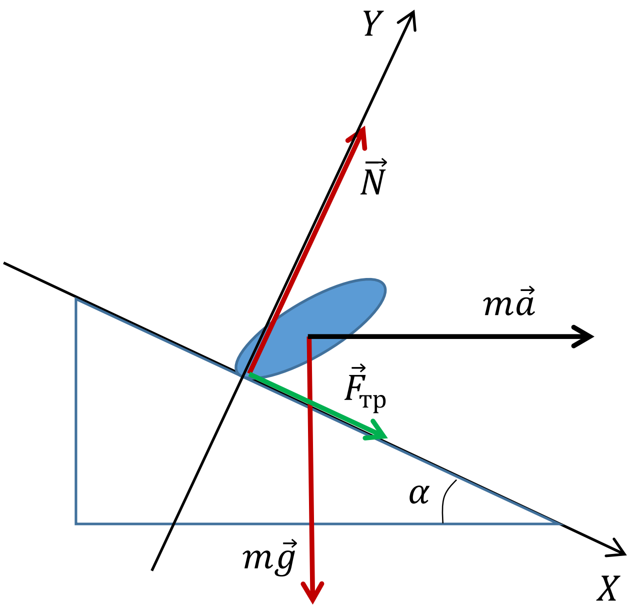


Рис. 4

Приложенные к велосипеду силы и их равнодействующая показаны на рисунке. Чтобы ехать на максимальной скорости без заноса, велосипедист должен использовать максимальную силу трения покоя колес о покрытие велотрека:

$$F_{тр\ макс} = \mu N.$$

Поскольку сопротивление движению велосипедиста пренебрежимо мало, вся сила трения может уйти на обеспечение поворота, то есть она будет сонаправлена оси X.

Запишем второй закон Ньютона в проекциях.

$$X: \quad \mu N + mg\sin\alpha = \frac{mv^2}{R}\cos\alpha.$$

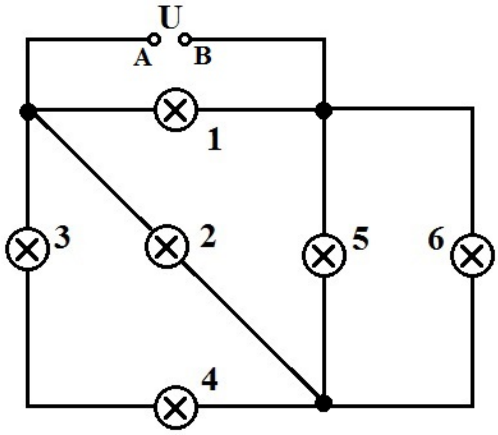
$$Y: \quad N - mg\cos\alpha = \frac{mv^2}{R}\sin\alpha.$$

Решая систему, находим

$$R = \frac{v^2(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{v^2(1 - \mu\operatorname{tg}\alpha)}{g(\operatorname{tg}\alpha + \mu)}.$$

Возможно альтернативное решение с использованием полной реакции опоры.

5. Учащийся в лаборатории собрал новогоднюю гирлянду, состоящую из 6 лампочек. Схема соединения и подключения к источнику напряжения $U = 9$ В показана на рисунке. Сопротивление каждой лампочки $R = 15$ Ом. Определить полное сопротивление участка цепи АВ и силу тока, протекающего через лампочку номер 4.



Решение

Исходя из соединений лампочек на схеме, находим сопротивления.

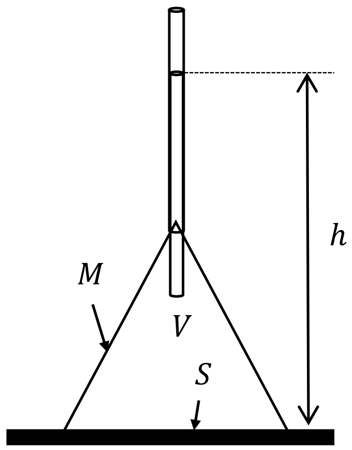
$$R_{56} = \frac{R}{2}.$$

$$R_{34} = 2R. \Rightarrow R_{234} = \frac{2}{3}R \Rightarrow R_{2-6} = \frac{7}{6}R \Rightarrow R_{\text{общ}} = \frac{7}{13}R \cong 8{,}1 \text{ Ом}.$$

Далее ток

$$I_{2-6} = \frac{U}{R_{2-6}} = \frac{6U}{7R} \Rightarrow I_4 = \frac{I_{2-4}}{3} = \frac{I_{2-6}}{3} = \frac{2U}{7R} = 171 \text{ мА}.$$

6. Конический колокол массы M, соединенный с тонкой легкой трубкой, расположен на горизонтальном столе. Снизу колокол плотно прилегает к горизонтальной опоре, закрывая объем V. Если налить воду в трубке до высоты h над столом, она начнет выливаться из-под колокола. Какую площадь S накрывает колокол на столе?



Решение

Условие равновесия колокола с водой, когда вода на грани выливания (взаимодействие стола и колокола уже отсутствует):

$$Mg + \rho V g = \rho g h S.$$

Отсюда

$$S = \frac{M + \rho V}{\rho h}.$$

Вариант 5

1. Скоростной поезд, двигаясь по прямолинейному участку, проходит расстояние между станциями $S = 60$ км с некоторой средней скоростью $v_{\text{ср}} = 150$ км/ч. Некоторое суммарное время τ поезд набирает ход и тормозит перед станцией, все остальное время он движется с постоянной скоростью $v = 200$ км/ч. Найдите время τ.

Решение

Путь поезда во время разгона и торможения

$$L = \frac{v\tau}{2}.$$

Весь путь

$$S = L + v(t - \tau),$$

где t — полное время движения. В свою очередь

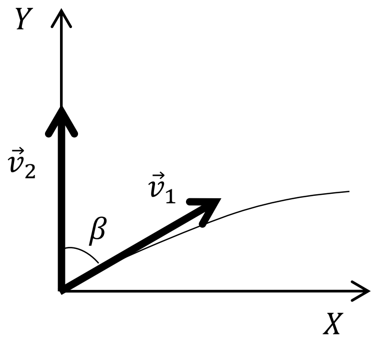
$$t = \frac{S}{v_{\text{ср}}}.$$

Решая систему относительно τ, получим:

$$\tau = 2S\frac{v - v_{\text{ср}}}{v_{\text{ср}} v} = 12 \text{ мин.}$$

2. Два мальчика, находясь в одной точке спортивной площадки, бросают одновременно одинаковые мячики с одинаковой скоростью $v_0 = 10 м/с$. Первый мальчик бросает свой мяч под углом $\alpha = 60°$ к вертикали, а второй — вертикально. Через какое время мячи окажутся на расстоянии $L = 6$ м друг от друга. Ускорение свободного падения принять за $10\ м/с^2$.

Решение



Уравнения движения тел:

$$y_2 = v_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

$$y_1 = v_0 t \cos\beta - \frac{gt^2}{2},$$

$$x_1 = v_0 t \sin\beta.$$

Время полета первого тела

$$t_{п1} = \frac{2v_0 \cos\beta}{g} = \frac{2 \cdot 10 \frac{м}{с} \cdot \frac{1}{2}}{10 \frac{м}{с^2}} = 1 \text{ с}.$$

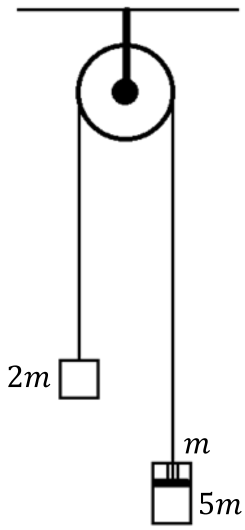
Время полета второго тела, очевидно, больше. Поэтому через 0,5 с после бросания оба тела будут еще в полете. Расстояние между телами:

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Подставляя сюда координаты из системы уравнений движения, получим ответ

$$t = \frac{L}{v_0\sqrt{2(1 - \cos\alpha)}} = 0{,}6 \text{ с}.$$

3. Две гири массами $2m = 1$ кг и $5m$ висят на концах нити, перекинутой через невесомый блок (см. рисунок). На гирю большей массы кладут перегрузок массой m. Определить вес перегрузка в процессе движения. Во сколько раз изменятся ускорения грузов, если перегрузок переложить на гирю меньшей массы? Ускорение свободного падения принять равным $g = 10\text{м}/\text{с}^2$.



Решение

Динамические уравнения для тел до перекладывания перегрузка:

$$T - 2mg = 2ma_1,$$

$$-T + 6mg = 6ma_1;$$

где T — сила натяжения нити. Отсюда ускорение грузов до переложения перегрузка

$$a_1 = \frac{1}{2}mg.$$

Динамическое уравнение для перегрузка:

$$mg - P = ma_1.$$

Отсюда

$$P = \frac{1}{2}mg = 2{,}5\text{ Н}.$$

Динамические уравнения для тел после перекладывания перегрузка:

$$T - 3mg = 3ma_2,$$

$$-T + 5mg = 5ma_2;$$

Отсюда ускорение грузов после переложения перегрузка

$$a_2 = \frac{1}{4}mg.$$

Следовательно

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2}.$$

Таким образом, ускорение уменьшится вдвое.

4. Для улучшения скоростных показателей полотно велотрека на вираже делают наклонным. В результате вираж радиусом R можно проехать с максимальным ускорением a, двигаясь равномерно. Под каким углом α к горизонту наклонено полотно велотрека на вираже? Коэффициент трения покоя колес о полотно велотрека равен μ. Силу сопротивления движению велосипедиста не учитывать.

Решение

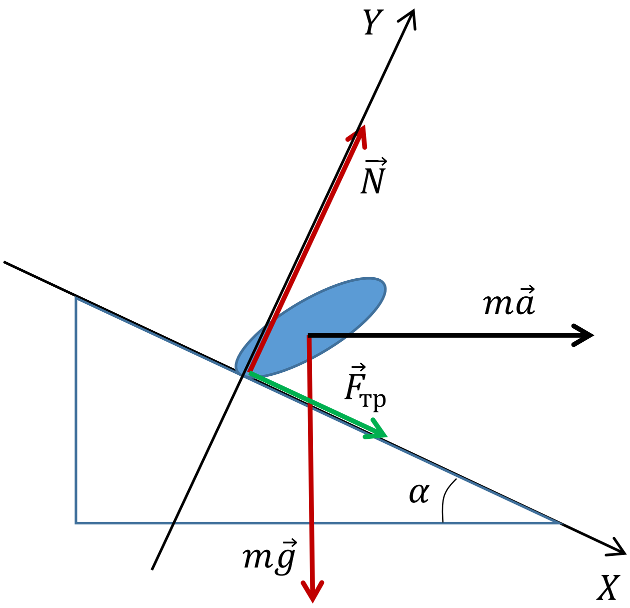


Рис. 4

Приложенные к велосипеду силы и их равнодействующая показаны на рисунке. Чтобы ехать на максимальной скорости без заноса, велосипедист должен использовать максимальную силу трения покоя колес о покрытие велотрека:

$$F_{тр\ макс} = \mu N.$$

Поскольку сопротивление движению велосипедиста пренебрежимо мало, вся сила трения может уйти на обеспечение поворота, то есть она будет сонаправлена оси X.

Запишем второй закон Ньютона в проекциях.

$$X: \quad \mu N + mg\sin\alpha = ma\cos\alpha.$$

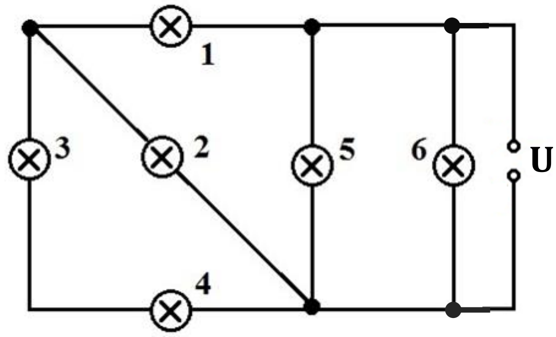
$$Y: \quad N - mg\cos\alpha = ma\sin\alpha.$$

Решая систему, находим

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{a - \mu g}{g + \mu a}.$$

Возможно альтернативное решение с использованием полной реакции опоры.

5. Учащийся в лаборатории собрал новогоднюю гирлянду, состоящую из 6 лампочек. Схема соединения и подключения к источнику напряжения $U = 1{,}5$ В показана на рисунке. Сопротивление каждой лампочки $R = 10$ Ом. Определить полное сопротивление гирлянды и силу тока, протекающего через лампочку номер



Решение

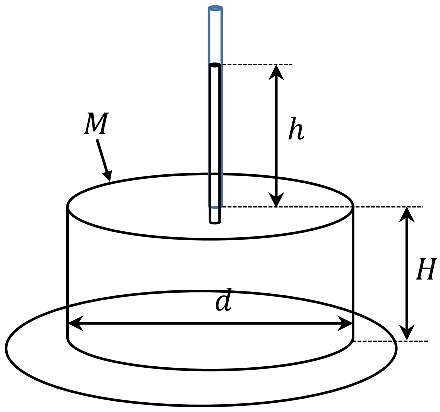
$$R_{56} = \frac{R}{2}.$$

$$R_{34} = 2R. \Rightarrow R_{234} = \frac{2}{3}R \Rightarrow R_{1-4} = \frac{5}{3}R \Rightarrow R_{\text{общ}} = \frac{5}{13}R \cong 3{,}8 \text{ Ом}.$$

Далее ток

$$I_5 = \frac{U}{R} = 0{,}15 \text{ А}.$$

6. Тонкостенный цилиндр массы M, расположенный на горизонтальном столе, через небольшое отверстие в крышке соединен с тонкой легкой вертикальной трубкой. У цилиндра нет дна, но он прилегает к столу без зазора. Диаметр основания цилиндра d, высота H. До какой высоты h над крышкой надо налить воду в трубке, чтобы она начала выливаться из-под цилиндра?



Решение

Условие равновесия цилиндра с водой, когда вода на грани выливания (взаимодействие стола и цилиндра уже отсутствует):

$$Mg + \frac{1}{4}\pi d^2 H\rho g = \rho g(h + H)S.$$

Отсюда

$$h = \frac{M + \frac{1}{4}\rho\pi H d^2}{\rho S} - H.$$