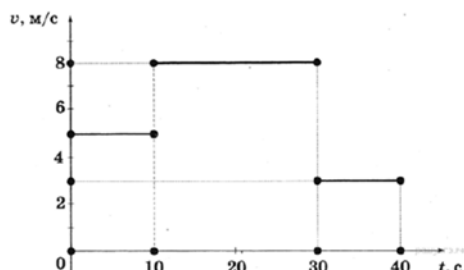


Задачи для олимпиады Газпрома

9 класс



1. На рисунке представлен график зависимости модуля скорости тела от времени. Какой путь прошло тело за первые 20 с своего движения? Ответ дайте в метрах

Раздел: Механика

Уровень сложности: 1

Ответ: 130

Возможное решение: Рассчитать путь тела можно, вычислив площадь под графиком. $s = 5 \cdot 10 + 8 \cdot 10 = 130$ м.

2. В кубический сосуд емкостью $V = 3$ л залили $m = 1$ кг воды и положили $m = 1$ кг льда. Начальная температура смеси $t_1 = 0$ °С. Под сосудом сожгли $m_1 = 50$ г бензина, причем 80 % выделившегося при этом тепла пошла на нагревание содержимого сосуда. Считая сосуд тонкостенным и пренебрегая теплоемкостью сосуда и тепловым расширением, найдите уровень воды в сосуде после нагрева. Дно сосуда горизонтально.

Раздел: Термодинамика

Уровень сложности: 1

Ответ: 1. 9,6 см верный

2. 30 см

3. 1,44 см

4. 6,9 мм

Возможное решение: Для нахождения уровня воды необходимо определить, весь ли лед растаял. При сгорании бензина выделилось количество теплоты, равное $Q = \eta q m = 0,8 \cdot 44 \cdot 10^6 \cdot 0,05 = 1,76$ МДж. Этого количества теплоты хватит на плавление $m' = \frac{Q}{\lambda} = 1,76 \cdot \frac{10^6}{3,4 \cdot 10^5} > 1$ кг, т.е. весь лед расплавится. Объем воды в этом случае равен 2 л, а уровень воды равен 9,6 см

3. Для определения плотности деревянного бруска длиной $l = 10$ см его погрузили сначала в масло, а потом в воду. При переносе бруска из масла в воду глубина его погружения уменьшилась на $h = 1$ см. Какую плотность имеет деревянный брусок? Плотность воды 1000 кг/м³, масла 900 кг/м³. Брусок плавает вертикально, его длина измерена вдоль вертикали. Ответ дайте в кг/м³.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 1

Ответ: 900

Возможное решение: В обоих случаях выполняется условие равновесия $\rho gSl = \rho_B gS(l - x) = \rho_M gS(l - x + h)$ Здесь x – длина выступающей из жидкости части. Решая эти уравнения, получим $\rho = \frac{\rho_B \rho_M}{\rho_B - \rho_M} \cdot \frac{h}{l} = 900 \text{ кг/м}^3$

4. В калориметре с некоторым количеством воды находится электронагреватель постоянной мощности. Если включить нагреватель в сеть, а в калориметр добавлять воду с температурой 0°C со скоростью 1 г/с , то установившаяся температура воды в калориметре будет равна 50°C . Какая температура установится в калориметре, если в него вместо воды добавлять лед с температурой 0°C со скоростью $0,5 \text{ г/с}$? Теплообменом калориметра с окружающей средой пренебречь. Ответ дайте в градусах по шкале Цельсия.

Раздел: Термодинамика

Уровень сложности: 1

Ответ: 22

Возможное решение: запишем уравнение, связывающее количество теплоты, переданное в единицу времени для нагревания воды в первом случае с количеством теплоты, переданным в единицу времени для плавления льда и нагревания воды во втором случае:

$$\mu_1 c \Delta T = \mu_2 (c \Delta \theta + \lambda)$$

Выражая изменение температуры во втором случае, получим

$$\Delta \theta = \frac{\mu_1}{\mu_2} \Delta T - \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{0,5} \cdot 50 - \frac{3,3 \cdot 10^5}{4,2 \cdot 10^3} \approx 22 \text{ К}$$

5. Первую четверть пути поезд шел со скоростью в $k = 1,5$ раза большей, чем оставшуюся часть пути. Какова скорость на втором участке пути, если средняя скорость прохождения всего пути равна $v_{cp} = 12 \text{ м/с}$?

Раздел: Механика

Уровень сложности: 2

Ответ: 1. $14,4 \text{ м/с}$

2. 11 м/с

3. $0,096 \text{ м/с}$

4. $9,6 \text{ м/с}$

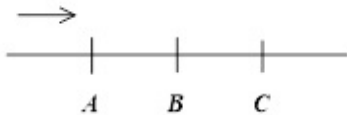
верный

Возможное решение: рассчитаем среднюю скорость движения поезда на всем пути S :

$$V_{\text{cp}} = \frac{S}{\frac{S}{4kV_2} + \frac{3S}{4V_2}}$$

Решая это уравнение относительно искомой скорости на втором участке пути, получим

$$V_2 = \frac{V_{\text{cp}}(1 + 3k)}{4k} = 11 \text{ м/с}$$



6. До пункта А автобус двигался по хорошей дороге с постоянной скоростью (см. рис.). На участке АВ его скорость была меньше на 20%, а на таком же по протяженности участке ВС – на 50% по сравнению со скоростью на хорошей дороге. В какое время t автобус прошел пункт В, если пункты А и С он проходил во моменты времени $t_1 = 9 \text{ ч. } 58 \text{ мин.}$ и $t_2 = 11 \text{ ч. } 16 \text{ мин.}$ соответственно? Ответ дайте в формате ЧЧММ.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 2

Ответ: 1028

Возможное решение: пусть скорость по хорошей дороге равна V . Тогда условие равенства длин участков АВ и ВС можно записать следующим образом:

$$0,8V\tau_1 = 1,5V\tau_2$$

Суммарное время движения на участках равно $\tau_1 + \tau_2 = t_2 - t_1$

Вычисляя время движения на первом участке и прибавляя его к начальному моменту времени, получаем 10 ч. 28 мин.

7. В двух сосудах находится по одинаковому количеству воды. Ее температура в одном сосуде $t_1 = 20^\circ\text{C}$, в другом – $t_2 = 80^\circ\text{C}$. Половину холодной воды перелили в сосуд с горячей водой, перемешали, и половину этой смеси перелили назад в прежний сосуд. Во сколько раз температура воды после первого переливания больше, чем температура воды после второго переливания? Потери теплоты не учитывайте.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 2

Ответ: 1. 1,38 верный

2. 2,8

3. 0,78

4. 7,8

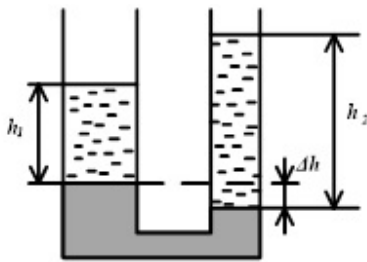
Возможное решение: пусть масса воды в каждом сосуде равна m . Составим уравнение теплового баланса для ситуации после первого переливания.

$$0,5mc(\theta_1 - t_1) = mc(t_2 - \theta_1)$$

Для второго переливания уравнение теплового баланса имеет вид

$$0,75mc(\theta_1 - \theta_2) = 0,5mc(\theta_2 - t_1)$$

Из этих уравнений вычисляется искомое отношение, равное 1,38.



8. В сообщающихся сосудах находятся ртуть, вода и масло. Какова высота h_2 столбца масла в правом сосуде, если в левом высота столбца воды $h_1 = 5$ см, а разность уровней ртути в сосудах $\Delta h = 1$ см? Плотности: ртути $\rho_p = 13,6$ г/см³, воды $\rho_v = 1,0$ г/см³, масла $\rho_m = 0,93$ г/см³. Ответ дайте в сантиметрах.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 1

Ответ: 19

Возможное решение: уравнение равновесия для сообщающихся сосудов имеет вид

$$\rho_m(h_2 + \Delta h) = \rho_v h_1 + \rho_p \Delta h$$

Решая это уравнение, получим $h_2 = 19$ см

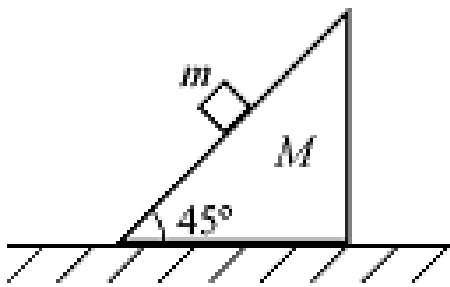
9. Эскалатор метро движется со скоростью 1 м/с. Пассажир заходит на эскалатор и начинает идти по его ступеням следующим образом: делает шаг на одну ступеньку вперед и два шага по ступенькам назад. При этом он добирается до другого конца эскалатора за 5 минут. Через какое время пассажир добрался бы до конца эскалатора, если бы шел другим способом: делал два шага вперед и один шаг назад? Скорость пассажира относительно эскалатора при движении вперед и назад одинакова и равна 2 м/с. Считать, что размеры ступеньки много меньше длины эскалатора. Ответ дайте в минутах.

Раздел: Механика

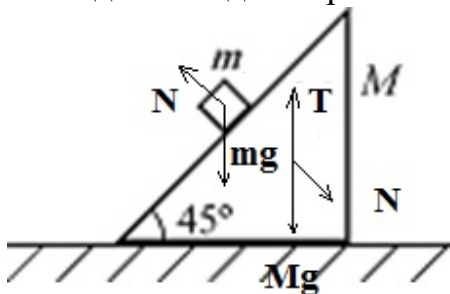
Уровень сложности: 2

Ответ: 1

Возможное решение: длина эскалатора в первом случае может быть рассчитана как $L = (3V_3 - V_{\Pi})t_1$, во втором случае $L = (3V_3 + V_{\Pi})t_2$. Приравнивая правые части, получим искомое время, равное 1 минуте.



10. На гладкой горизонтальной плоскости находится клин массой 10 кг с углом 45° при основании. По его наклонной грани может двигаться без трения небольшое тело массой 1 кг (см. рис.). Чему должна быть равна направленная горизонтально сила, приложенная к клину, чтобы ускорение тела было направлено вертикально? Клин не опрокидывается, ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 . Ответ дайте в ньютонах.



Раздел: Механика

Уровень сложности: 2

Ответ: 45

Возможное решение: на малое тело действуют силы тяжести и нормальной реакции опоры. На большое тело действуют силы тяжести и нормальных реакций опор со стороны земли и малого тела. Суммарная горизонтальная проекция ускорения малого тела является разностью проекций ускорения, создаваемой реакцией опоры со стороны клина и ускорения самого клина. Чтобы малое тело имело вертикально направленное ускорение, нужно, чтобы клин имел ускорение, равное $\frac{g \sin 2\alpha}{2}$. Для этого нужно приложить в горизонтальном направлении силу, равную $(M - m)g \frac{\sin 2\alpha}{2} = 45 \text{ Н}$.

11. В теплоизолированном сосуде находится 982 г переохлаждённой до минус 2°C воды. В воду бросили маленький кристаллик льда. Какая масса льда окажется в стакане? Ответ дайте в граммах, округлив до граммов.

Раздел: Термодинамика

Уровень сложности: 2

Ответ: 25

Возможное решение: при появлении в переохлажденной воде центра конденсации начинается лавинообразная конденсация. При конденсации выделяется энергия, необходимая для достижения переохлажденной водой температуры конденсации. Из уравнения теплового баланса

$$\lambda m_{\text{л}} = c m \Delta T$$

получим, что образовалось 25 г льда.

12. В теплоизолированном сосуде в воде плавает кусок льда массой $m = 100 \text{ г}$, в который вмержла свинцовая дробишка. Когда к льдинке подвели

количество теплоты $Q = 32$ кДж, она начала тонуть. Какова масса дробинки? Плотности воды 1 г/см³, льда $0,9$ г/см³, свинца $11,3$ г/см³, удельная теплота плавления льда 340 кДж/кг. Ответ дайте в граммах.

Раздел: Термодинамика

Уровень сложности: 2

Ответ: 7

Возможное решение: после расплавления части льда масса льдинки стала $m_{\text{л}} = m - \frac{Q}{\lambda} = 59$ г. Льдинка вместе с дробинкой начнут тонуть, когда средняя плотность станет чуть больше плотности воды. Это произойдет, если масса дробинки будет

$$m_{\text{др}} = \frac{m_{\text{л}} \rho_{\text{др}} (\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}})}{\rho_{\text{л}} (\rho_{\text{др}} - \rho_{\text{в}})} \approx 7 \text{ г}$$

13. Капля, оторвавшаяся от облака, падает с большой высоты. Сила сопротивления, действующая на каплю, пропорциональна квадрату ее скорости. Чему равно ускорение капли в момент, когда ее скорость составляет 90% от скорости, которую капля имеет вблизи поверхности земли? Ускорение свободного падения равно 10 м/с². Ответ дайте в м/с²

Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

Ответ: 1,9

Возможное решение: поскольку капля падает с большой высоты, считаем, что у поверхности земли сила сопротивления воздуха сравнялась с силой тяжести, скорость V_0 установилась. Эта скорость определяется из уравнения $kV_0^2 = mg$. Тогда искомое ускорение определяется из уравнения

$$ma = mg - k(0,9V_0)^2$$

$$a = g - \frac{0,81V_0^2 k}{m} = 0,19g = 1,9 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

14. Два металлических шара (свинцовый и железный) уравновешены на разноплечих весах. При опускании обоих шаров в воду равновесие не нарушилось. При каких условиях это возможно?

Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

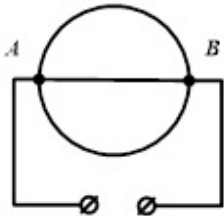
Ответ: 1 – объемы шаров равны

2 – массы шаров равны

3 – объемы шаров обратно пропорциональны длинам плеч весов

4 – ни при каких условиях

Возможное решение: чтобы равновесие не нарушилось, необходимо, чтобы моменты сил Архимеда были одинаковыми. Сила Архимеда пропорциональна объему тела, поэтому объемы шаров должны быть обратно пропорциональны длинам плеч весов



15. Проволочное кольцо с перемычкой по диаметру АВ из такой же проволоки подключили к источнику постоянного напряжения. На сколько процентов уменьшится тепловая мощность тока в участке АВ, если перемычку перерезать? Ответ округлите до целого числа процентов.

Раздел: Электричество

Уровень сложности: 3

Ответ: 44

Возможное решение: мощность в цепи обратно пропорциональна сопротивлению цепи. Сопротивление участка цепи прямо пропорционально длине участка. Относительное изменение тепловой мощности может быть рассчитано как

$$1 - \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{R_1}{R_2} = 1 - \frac{2}{2 + \frac{\pi}{2}} \approx 0,44$$

16. В вакууме разлили воду при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Спустя некоторое время часть воды испарилась, а оставшаяся превратилась в лед. Какое это время Δt , если известно, что за время $\tau_1 = 1$ с в среднем испарялась $n = 0,01$ часть первоначальной массы воды? Удельная теплота парообразования воды $L = 2,4$ МДж/кг, а удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг. Ответ выразите в секундах, округлив до целого числа.

Раздел: Термодинамика

Уровень сложности: 3

Ответ: 12

Возможное решение: Пусть первоначальная масса воды m . Количество теплоты, необходимое для испарения, испарившаяся часть воды η получила от замерзшей ее части. Это можно выразить следующим образом:

$$\eta mL = (1 - \eta)t\lambda$$

$$\eta = \frac{\lambda}{L + \lambda}$$

Скорость испарения воды может быть рассчитана как

$$V_m = \frac{m\eta}{\tau_1}$$

Тогда время всего процесса

$$\Delta\tau = \frac{\eta m}{V_m} = \frac{\lambda\tau_1}{(L + \lambda)n} \approx 12,2 \text{ с}$$

17. На боковую поверхность непроводящего электрический ток цилиндра нанесли слой электропроводящего вещества, затем тонкий слой изоляции и снова слой проводящего вещества и т.д. – всего пять проводящих слоев. К торцам цилиндра прижали параллельные металлические пластины, на которые подали постоянное электрическое напряжение. Определите тепловую мощность P_5 тока в самом внешнем (пятом) слое проводящего вещества, если в самом внутреннем (первом) она равна $P_1 = 20$ Вт. Радиус цилиндра $r = 10$ мм, толщина каждого проводящего слоя $h = 1$ мм, а изоляции – пренебрежимо мала. Ответ выразите в ваттах и округлите до десятых долей ватта.

Раздел: Электричество

Уровень сложности: 3

Ответ: 27,6

Возможное решение: сопротивление каждого слоя обратно пропорционально площади кольца, образованного этим слоем на торцевой поверхности цилиндра. Мощность, выделяемая в слое, обратно пропорциональна сопротивлению этого слоя, а значит, прямо пропорциональна площади кольца. Площадь n -го кольца равна

$$\pi[(r + nh)^2 - (r + (n - 1)h)^2] = 2rh + h^2(2n - 1)$$

Из этого следует, что в пятом слое выделяется мощность

$$P_5 = P_1 \frac{2r + 9h}{2r + h} \approx 27,6 \text{ Вт}$$

18. Брусок массой 10 кг двигался по плоскости из состояния покоя. Сила, приложенная к бруску, линейно изменялась от 20 Н до 50 Н за время 2 минуты. Какова скорость бруска к концу 2-й минуты, если коэффициент трения бруска о плоскость равен 0,3? Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 . Ответ дайте в м/с.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

Ответ: 80

Возможное решение: Максимальная сила трения покоя равна $F_{тр.м} = \mu N = \mu mg = 0,3 \cdot 10 \cdot 10 = 30 \text{ Н}$. Так как сила нарастала со скоростью $\Delta F / \Delta t =$

$30/120 = 0,25$ Н/с, то в течении 40 с брусок не двигался. Далее сила трения оставалась постоянной и равной 30 Н, а сила тяги нарастала и увеличивала ускорение бруска. Т.е. имеем дело с неравноускоренным движением. Равнодействующая сил будет равна разности сил тяги T и силы трения $F_{тр}$:

$$R = T(t) - F_{тр},$$

Можно построить график зависимости ускорения $a = R/m$ от времени. Тогда площадь, ограниченная графиком численно равна изменению скорости бруска:

$$V - V_0 = \frac{a - a_0}{2} (t - t_0) = 80 \text{ м/с}$$

19. Мальчик стоит на краю высокой горки и бросает вертикально вверх камушки. Какой наименьший путь может пролететь камушек за первую секунду своего движения? Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

Ответ: 2,5

Возможное решение: обозначим через v_0 начальную скорость камушка.

Уравнения движения камушка:

$$y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

$$v_y(t) = v_0 - gt.$$

Следует рассмотреть две возможные траектории движения камня.

I. Камень за первую секунду не успевает достичь максимальной высоты, в этом случае $v_y(\tau) > 0$. Тогда

$$S = v_0 \tau - \frac{g\tau^2}{2}, \Rightarrow v_0 = \frac{S}{\tau} + \frac{g\tau}{2} = \frac{2}{1} + \frac{10 \cdot 1}{2} = 7 \text{ м/с.} \quad (1)$$

$$v_y(\tau) = v_0 - g\tau = \frac{S}{\tau} - \frac{g\tau}{2} = 7 - 10 \cdot 1 = -3 \text{ м/с} < 0.$$

Это означает, что камень поворачивает за время $\tau = 1$ с.

Вообще траектория I возможна, если $v_y(\tau) = \frac{S}{\tau} - \frac{g\tau}{2} > 0, \Rightarrow$

$S > \frac{g\tau^2}{2} = 5 \text{ м}.$ **Камень поворачивает в течение первой секунды.**

Обозначим t_1 – время, через которое он достигнет максимальной высоты.

$$v_y(t_1) = 0, \Rightarrow, v_0 - gt_1 = 0, \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{g} < \tau, y_{\max} = y(t_1) = \frac{v_0^2}{2g}.$$

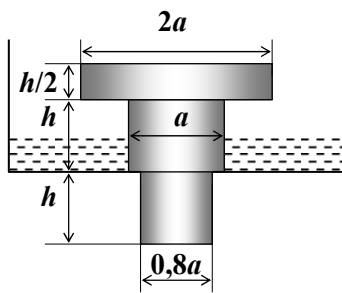
Тогда $S = y_{\max} + (y_{\max} - y(\tau)) = 2y_{\max} - y(\tau)$.

Получим следующее уравнения для нахождения v_0 .

$$S = \frac{v_0^2}{g} - v_0\tau + \frac{g\tau^2}{2}, \Rightarrow \frac{v_0^2}{g} - \tau \cdot v_0 + \left(\frac{g\tau^2}{2} - S \right) = 0. \quad (2)$$

Квадратное уравнение (2) имеет решение если $D = \frac{4S}{g} - \tau^2 \geq 0$.

$$\Rightarrow S \geq \frac{g\tau^2}{4}. \Rightarrow S_{\min} = \frac{g\tau^2}{4} = \frac{10 \cdot 1}{4} = 2,5 \text{ м.}$$



20. Круглое отверстие в дне сосуда закрыто пробкой, имеющей форму трех соединенных между собой цилиндров с общей осью симметрии (см. рисунок). Диаметр отверстия равен диаметру нижнего цилиндра $0,8a$. Значения диаметров и высот всех цилиндров, из которых состоит пробка, показаны на рисунке. Сосуд осторожно заполняют жидкостью плотности ρ . При какой наибольшей плотности материала пробки $\rho_{\text{п}}$ можно добиться ее всплытия? Поверхностным натяжением и трением пренебречь.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

Ответ: 1 – $(91/51)\rho$

2 – ρ

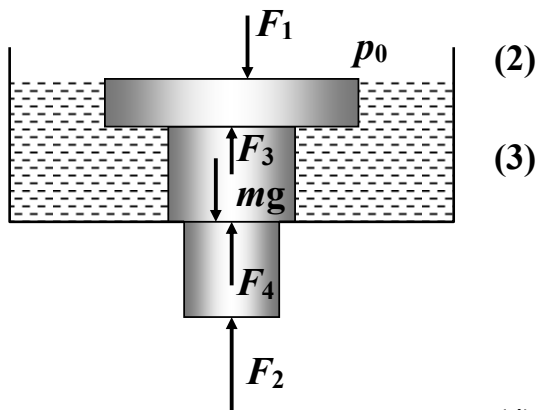
3 – пробка не всплывет ни при каком значении ρ

*4 – $(51/91)\rho$ **верный***

Возможное решение: Максимальная выталкивающая сила будет, когда жидкость доходит до верхнего края пробки (см. рисунок). Данную задачу будем решать, рассматривая вместо силы Архимеда силы давления жидкости F_1, F_2, F_3, F_4 на различные части пробки. Условие всплытия пробки:

$$F_1 - F_2 - F_3 - F_4 + mg = 0, \quad (1)$$

где m – масса пробки. Силы давления, действующие в горизонтальном направлении, уравновешены, поэтому мы их не учитываем.



$$F_1 = p_0 \cdot \pi a^2, \quad (2)$$

$$F_2 = p_0 \cdot \pi (0,4a)^2 = p_0 \cdot 0,16\pi a^2, \quad (3)$$

$$F_3 = \left(p_0 + \rho g \frac{h}{2} \right) \cdot \left(\pi a^2 - \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right) = \\ = \left(p_0 + \rho g \frac{h}{2} \right) \cdot 0,75\pi a^2, \quad (4)$$

$$F_4 = \left(p_0 + \rho g \cdot \frac{3}{2}h \right) \cdot \left(\pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 - \pi (0,4a)^2 \right) =$$

$$\left(p_0 + \rho g \cdot \frac{3}{2}h \right) \cdot 0,09\pi a^2, \quad (5)$$

$$m = \rho_{\text{н}} \left(\pi a^2 \frac{h}{2} + \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 h + \pi (0,4a)^2 h \right) = \rho_{\text{н}} \cdot 0,91\pi a^2 h \quad (6)$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{н}} = \rho \cdot \frac{0,51}{0,91} = \frac{51}{91} \rho.$$

10 класс

1. В кубический сосуд емкостью $V = 3$ л залили $m = 1$ кг воды и положили $m = 1$ кг льда. Начальная температура смеси $t_1 = 0$ °С. Под сосудом сожгли $m_1 = 50$ г бензина, причем 80 % выделившегося при этом тепла пошла на нагревание содержимого сосуда. Считая сосуд тонкостенным и пренебрегая теплоемкостью сосуда и тепловым расширением, найдите уровень воды в сосуде после нагрева. Дно сосуда горизонтально.

Раздел: Термодинамика

Уровень сложности: 1

Ответ: 1. **9,6 см** **верный**
2. 30 см
3. 1,44 см
4. 6,9 мм

Возможное решение: Для нахождения уровня воды необходимо определить, весь ли лед растаял. При сгорании бензина выделилось количество теплоты, равное $Q = \eta q m = 0,8 \cdot 44 \cdot 10^6 \cdot 0,05 = 1,76$ МДж. Этого количества теплоты хватит на плавление $m' = \frac{Q}{\lambda} = 1,76 \cdot \frac{10^6}{3,4 \cdot 10^5} > 1$ кг, т.е. весь лед расплавится. Объем воды в этом случае равен 2 л, а уровень воды равен 9,6 см

2. Для определения плотности деревянного бруска длиной $l = 10$ см его погрузили сначала в масло, а потом в воду. При переносе бруска из масла в воду глубина его погружения уменьшилась на $h = 1$ см. Какую плотность имеет деревянный брусок? Плотность воды 1000 кг/м³, масла 900 кг/м³. Брусок плавает вертикально, его длина измерена вдоль вертикали. Ответ дайте в кг/м³.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 1

Ответ: 900

Возможное решение: В обоих случаях выполняется условие равновесия $\rho g S l = \rho_B g S (l - x) = \rho_M g S (l - x + h)$ Здесь x – длина выступающей из жидкости части. Решая эти уравнения, получим $\rho = \frac{\rho_B \rho_M}{\rho_B - \rho_M} \cdot \frac{h}{l} = 900$ кг/м³

3. В калориметре с некоторым количеством воды находится электронагреватель постоянной мощности. Если включить нагреватель в сеть, а в калориметр добавлять воду с температурой 0 °С со скоростью 1 г/с, то установившаяся температура воды в калориметре будет равна 50 °С. Какая

температура установится в калориметре, если в него вместо воды добавлять лед с температурой $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ со скоростью $0,5\text{ г/с}$? Теплообменом калориметра с окружающей средой пренебречь. Ответ дайте в градусах по шкале Цельсия.

Раздел: Термодинамика

Уровень сложности: 1

Ответ: 22

Возможное решение: запишем уравнение, связывающее количество теплоты, переданное в единицу времени для нагревания воды в первом случае с количеством теплоты, переданным в единицу времени для плавления льда и нагревания воды во втором случае:

$$\mu_1 c \Delta T = \mu_2 (c \Delta \theta + \lambda)$$

Выражая изменение температуры во втором случае, получим

$$\Delta \theta = \frac{\mu_1}{\mu_2} \Delta T - \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{0,5} \cdot 50 - \frac{3,3 \cdot 10^5}{4,2 \cdot 10^3} \approx 22\text{ К}$$

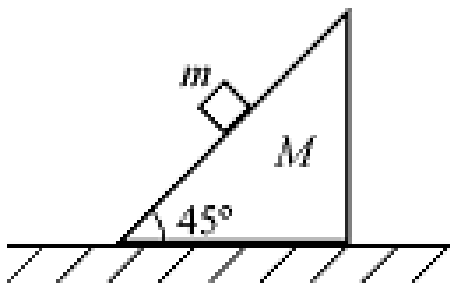
4. Эскалатор метро движется со скоростью 1 м/с . Пассажир заходит на эскалатор и начинает идти по его ступеням следующим образом: делает шаг на одну ступеньку вперед и два шага по ступенькам назад. При этом он добирается до другого конца эскалатора за 5 минут . Через какое время пассажир добрался бы до конца эскалатора, если бы шел другим способом: делал два шага вперед и один шаг назад? Скорость пассажира относительно эскалатора при движении вперед и назад одинакова и равна 2 м/с . Считать, что размеры ступеньки много меньше длины эскалатора. Ответ дайте в минутах.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 1

Ответ: 1

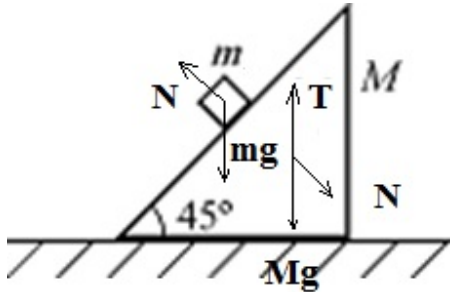
Возможное решение: длина эскалатора в первом случае может быть рассчитана как $L = (3V_э - V_п)t_1$, во втором случае $L = (3V_э + V_п)t_2$. Приравнивая правые части, получим искомое время, равное 1 минуте .



5. На гладкой горизонтальной плоскости находится клин массой 10 кг с углом 45° при основании. По его наклонной грани может двигаться без трения небольшое тело массой 1 кг (см. рис.). Чему должна быть равна направлена горизонтальная сила, приложенная к клину, чтобы ускорение тела было

направлено вертикально? Клин не опрокидывается, ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 . Ответ дайте в ньютонах.

Раздел: Механика



Уровень сложности: 1

Ответ: 45

Возможное решение: на малое тело действуют силы тяжести и нормальной реакции опоры. На большое тело действуют силы тяжести и нормальных реакций опор со стороны земли и малого тела. Суммарная горизонтальная проекция ускорения малого

тела является разностью проекций ускорения, создаваемой реакцией опоры со стороны клина и ускорения самого клина. Чтобы малое тело имело вертикально направленное ускорение, нужно, чтобы клин имел ускорение, равное $\frac{g \sin 2\alpha}{2}$. Для этого нужно приложить в горизонтальном направлении силу, равную $(M - m)g \frac{\sin 2\alpha}{2} = 45 \text{ Н}$.

6. Самолет летит по прямой горизонтально со скоростью $V_0 = 720 \text{ км/ч}$. Чтобы сделать разворот в горизонтальной плоскости, ему необходимо увеличить скорость. Какой будет эта скорость V , чтобы разворот произошел по окружности радиуса $R = 8 \text{ км}$? Подъемная сила направлена перпендикулярно плоскости крыльев и пропорциональна квадрату скорости самолета (коэффициент пропорциональности в обоих случаях, в прямолинейном и наклонном полете, считайте одинаковым). Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 . Выразите скорость в м/с, округлив до целого значения.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 2

Ответ: 283

Возможное решение: коэффициент пропорциональности для подъемной силы находится из условия, что в горизонтальном полете сила тяжести равна подъемной силе:

$$\alpha = \frac{mg}{V_0^2}$$

При повороте самолет наклоняется так, что направление подъемной силы составляет угол φ с горизонтальным направлением. Тогда горизонтальная проекция подъемной силы создает центростремительное ускорение

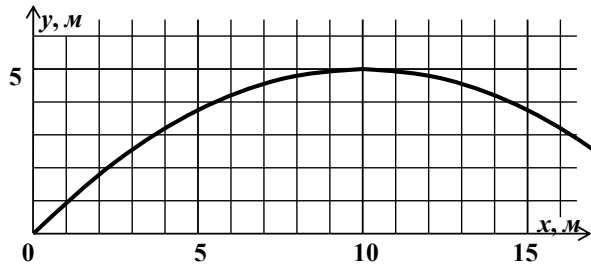
$$\alpha V^2 \cos \varphi = \frac{mV^2}{R},$$

а вертикальная ее проекция равна силе тяжести

$$\alpha V^2 \sin \varphi = mg$$

Решая эту систему уравнений, получаем

$$V = \sqrt{gR} \approx 283 \text{ м/с}$$



7. На рисунке изображена часть траектории движения камня, брошенного с поверхности земли под некоторым углом к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, посчитайте скорость камня в самой верхней точке траектории.

Начало координат совпадает с точкой броска. Ось x направлена вдоль поверхности земли.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 2

Ответ: 1 – 3,5 м/с

*2 – 9,9 м/с **верный***

3 – вычисление невозможно при данных условиях

4 – 346 м/с

Возможное решение: из заданного в условии задачи графика можно различными способами извлечь информацию о начальной скорости камня V_0 и угле α , под которым его бросили.

Можно, например, записать уравнение параболы, изображенной на рисунке: $y = -\frac{1}{20}x(x - 20) = -\frac{1}{20}x^2 + 1$ (x и y измеряются в метрах) и сравнить его с уравнением траектории тела, брошенного под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 : $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \operatorname{tg} \alpha \cdot x$.

$$\text{Откуда получим } \alpha = 45^\circ, V_0 = \sqrt{\frac{10g}{\cos^2 \alpha}} = \sqrt{20 \cdot 9,8} = \sqrt{196} = 14 \text{ м/с.}$$

$$\text{Время полета камня } t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = 2,0 \text{ с.}$$

$$\text{Скорость камня в верхней точке траектории } V = V_0 \cos \alpha = 9,9 \text{ м/с.}$$

8. Брусок массой 10 кг двигался по плоскости из состояния покоя. Сила, приложенная к бруску, линейно изменялась от 20 Н до 50 Н за время 2 минуты. Какова скорость бруска к концу 2-й минуты, если коэффициент трения бруска о плоскость равен 0,3. Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 . Ответ дайте в м/с.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 2

Ответ: 80

Возможное решение: Максимальная сила трения покоя равна $F_{тр.м} = \mu N = \mu mg = 0,3 \cdot 10 \cdot 10 = 30 \text{ Н}$. Так как сила нарастала со скоростью $\Delta F / \Delta t = 30/120 = 0,25 \text{ Н/с}$, то в течении 40 с брусок не двигался. Далее сила трения оставалась постоянной и равной 30 Н, а сила тяги нарастала и увеличивала ускорение бруска. Т.е. имеем дело с неравноускоренным движением. Равнодействующая сил будет равна разности сил тяги T и силы трения $F_{тр}$:

$$R = T(t) - F_{тр},$$

Можно построить график зависимости ускорения $a = R/m$ от времени. Тогда площадь, ограниченная графиком численно равна изменению скорости бруска:

$$V - V_0 = \frac{a - a_0}{2} (t - t_0) = 80 \text{ м/с}$$

9. Мальчик стоит на краю высокой горки и бросает вертикально вверх камушки. Какой наименьший путь может пролететь камушек за первую секунду своего движения? Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 2

Ответ: 2,5

Возможное решение: обозначим через v_0 начальную скорость камушка.

Уравнения движения камушка:

$$y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2},$$

$$v_y(t) = v_0 - gt.$$

Следует рассмотреть две возможные траектории движения камня.

I. Камень за первую секунду не успевает достичь максимальной высоты, в этом случае $v_y(\tau) > 0$. Тогда

$$S = v_0 \tau - \frac{g\tau^2}{2}, \Rightarrow v_0 = \frac{S}{\tau} + \frac{g\tau}{2} = \frac{2}{1} + \frac{10 \cdot 1}{2} = 7 \text{ м/с}. \quad (1)$$

$$v_y(\tau) = v_0 - g\tau = \frac{S}{\tau} - \frac{g\tau}{2} = 7 - 10 \cdot 1 = -3 \text{ м/с} < 0.$$

Это означает, что камень поворачивает за время $\tau = 1$ с.

Вообще траектория I возможна, если $v_y(\tau) = \frac{S}{\tau} - \frac{g\tau}{2} > 0, \Rightarrow$

$$S > \frac{g\tau^2}{2} = 5 \text{ м/П. Камень поворачивает в течение первой секунды.}$$

Обозначим t_1 – время, через которое он достигнет максимальной высоты.

$$v_y(t_1) = 0, \Rightarrow, v_0 - gt_1 = 0, \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{g} < \tau, y_{\max} = y(t_1) = \frac{v_0^2}{2g}.$$

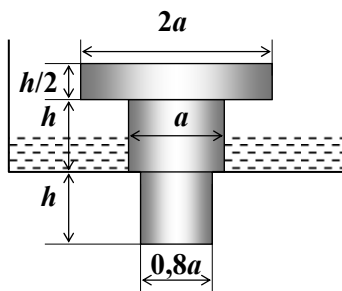
$$\text{Тогда } S = y_{\max} + (y_{\max} - y(\tau)) = 2y_{\max} - y(\tau).$$

Получим следующее уравнения для нахождения v_0 .

$$S = \frac{v_0^2}{g} - v_0\tau + \frac{g\tau^2}{2}, \Rightarrow \frac{v_0^2}{g} - \tau \cdot v_0 + \left(\frac{g\tau^2}{2} - S \right) = 0. \quad (2)$$

Квадратное уравнение (2) имеет решение если $D = \frac{4S}{g} - \tau^2 \geq 0.$

$$\Rightarrow S \geq \frac{g\tau^2}{4}. \Rightarrow S_{\min} = \frac{g\tau^2}{4} = \frac{10 \cdot 1}{4} = 2,5 \text{ м.}$$



10. Круглое отверстие в дне сосуда закрыто пробкой, имеющей форму трех соединенных между собой цилиндров с общей осью симметрии (см. рисунок). Диаметр отверстия равен диаметру нижнего цилиндра $0,8a$. Значения диаметров и высот всех цилиндров, из которых состоит пробка, показаны на рисунке. Сосуд осторожно заполняют

жидкостью плотности ρ . При какой наибольшей плотности материала пробки $\rho_{\text{п}}$ можно добиться ее всплытия? Поверхностным натяжением и трением пренебречь.

Раздел: *Механика*

Уровень сложности: 2

Ответ: 1 – $(91/51)\rho$

2 – $(51/91)\rho$ **верный**

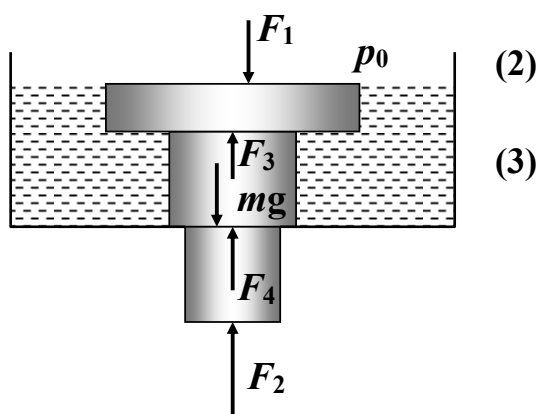
3 – пробка не всплывет ни при каком значении ρ

4 – ρ

Возможное решение: Максимальная выталкивающая сила будет, когда жидкость доходит до верхнего края пробки (см. рисунок). Данную задачу будем решать, рассматривая вместо силы Архимеда силы давления жидкости F_1, F_2, F_3, F_4 на различные части пробки. Условие всплытия пробки:

$$F_1 - F_2 - F_3 - F_4 + mg = 0, \quad (1)$$

где m – масса пробки. Силы давления, действующие в горизонтальном направлении, уравновешены, поэтому мы их не учитываем.



$$F_1 = p_0 \cdot \pi a^2, \quad (2)$$

$$F_2 = p_0 \cdot \pi(0,4a)^2 = p_0 \cdot 0,16\pi a^2, \quad (3)$$

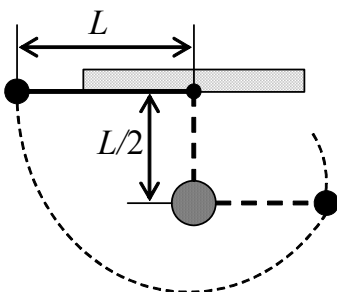
$$F_3 = \left(p_0 + \rho g \frac{h}{2} \right) \cdot \left(\pi a^2 - \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right) = \left(p_0 + \rho g \frac{h}{2} \right) \cdot 0,75\pi a^2, \quad (4)$$

$$F_4 = \left(p_0 + \rho g \cdot \frac{3}{2}h \right) \cdot \left(\pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 - \pi(0,4a)^2 \right) =$$

$$\left(p_0 + \rho g \cdot \frac{3}{2}h \right) \cdot 0,09\pi a^2, \quad (5)$$

$$m = \rho_{\text{п}} \left(\pi a^2 \frac{h}{2} + \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 h + \pi(0,4a)^2 h \right) = \rho_{\text{п}} \cdot 0,91\pi a^2 h \quad (6)$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{п}} = \rho \cdot \frac{0,51}{0,91} = \frac{51}{91} \rho.$$



11. Небольшой груз подвешен на нити длиной L к горизонтальной планке. Груз с нитью отвели на 90° и отпустили (см. рисунок). Когда нить проходила вертикальное положение, она наткнулась на гвоздь, вбитый ниже планки на расстоянии $L/2$ от точки подвеса. Трения между нитью и гвоздем нет. Рассчитайте, на каком минимальном расстоянии от планки он может оказаться?

Раздел: Механика

Уровень сложности: 2

Ответ: $1 - (1/6)L$
 $2 - (1/9)L$
 $3 - (2/27)L$ **верный**
 $4 - (1/3)L$

Возможное решение: найдем, на каком расстоянии h от планки сила натяжения нити T становится равной нулю и груз начинает двигаться свободно; α – угол, образуемый нитью с вертикалью, когда сила натяжения пропадает, v – скорость груза в этот момент (см. рисунок).

$$0 = -mgh + \frac{mv^2}{2}, \quad (1)$$

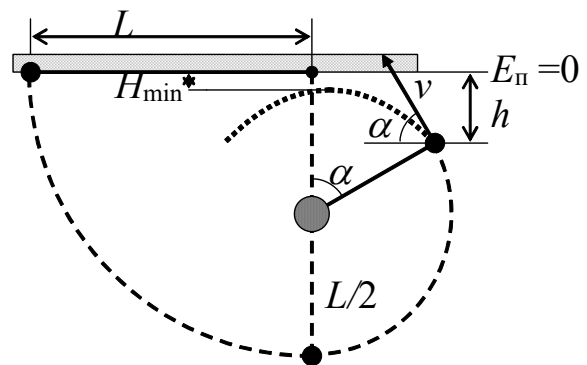
$$T + mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{L/2}, \quad (2)$$

$$T = 0, \quad (3)$$

$$h = \frac{L}{2}(1 + R \cos \alpha). \quad (4)$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}, \quad h = \frac{L}{6}, \quad v = \sqrt{\frac{gR}{3}}.$$

(5)



Груз движется по окружности до точки, находящейся на расстоянии $h = \frac{L}{6}$ от планки. В этой точке сила натяжения нити, на которой висит груз, становится равной нулю, и груз начинает двигаться свободно по параболе, как тело, брошенное под углом α к горизонту.

Минимальное расстояние H_{\min} от планки, на котором оказывается груз, можно найти с помощью формул кинематики, а можно с помощью закона сохранения энергии.

$$0 = -mgh + \frac{mv^2}{2} = -mgH_{\min} + \frac{mV_B^2}{2}, \quad (6)$$

где $V_B = v \cos \alpha$ – скорость груза в верхней точке параболы.

$$\Rightarrow H_{\min} = \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{2g} = \frac{2}{27}L.$$

12. В теплоизолированном сосуде находится 982 г переохлажденной до минус 2°C воды. В воду бросили маленький кристаллик льда. Какая масса льда окажется в стакане? Ответ дайте в граммах, округлив граммов.

Раздел: Термодинамика

Уровень сложности: 2

Ответ: 25

Возможное решение: при появлении в переохлажденной воде центра конденсации начинается лавинообразная конденсация. При конденсации выделяется энергия, необходимая для достижения переохлажденной водой температуры конденсации. Из уравнения теплового баланса

$$\lambda m_{\text{л}} = ct\Delta T$$

получим, что образовалось 25 г льда.

13. В теплоизолированном сосуде в воде плавает кусок льда массой $m = 100$ г, в который вмерзла свинцовая дробинка. Когда к льдинке подвели количество теплоты $Q = 32$ кДж, она начала тонуть. Какова масса дробинки? Плотности воды 1 г/см³, льда $0,9$ г/см³, свинца $11,3$ г/см³, удельная теплота плавления льда 340 кДж/кг. Ответ дайте в граммах.

Раздел: Термодинамика

Уровень сложности: 2

Ответ: 7

Возможное решение: после расплавления части льда масса льдинки стала $m_{\text{л}} = m - \frac{Q}{\lambda} = 59$ г. Льдинка вместе с дробинкой начнут тонуть, когда средняя плотность станет чуть больше плотности воды. Это произойдет, если масса дробинки будет

$$m_{\text{др}} = \frac{m_{\text{л}}\rho_{\text{др}}(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}})}{\rho_{\text{л}}(\rho_{\text{др}} - \rho_{\text{в}})} \approx 7 \text{ г}$$

14. Камень бросили с поверхности земли под некоторым углом к горизонту. Выберем начало координат в точке броска, ось x направим горизонтально вдоль поверхности земли, а ось y – вертикально. Тогда уравнение траектории камня описывается функцией $y(x) = -kx^2 + x$, где $k = 0,2$ м⁻¹. Пренебрегая сопротивлением воздуха, рассчитайте время движения камня. Ускорение свободного падения равно 10 м/с². Ответ дайте в секундах.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

Ответ: 1

Возможное решение: уравнение траектории в общем виде имеет вид

$$y = xt \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha}$$

Из заданной функции и уравнения траектории видно, что

$$k = \frac{g}{2V_0^2 \cos^2 \alpha}$$

Также из заданной функции видно, что максимальная дальность полета $L = 1/k$. Учитывая, что время полета равно $\frac{L}{V_0 \cos \alpha}$, получим

$$T = \frac{1}{\sqrt{\frac{kg}{2}}} = 1 \text{ с}$$

15. Маленький шарик падает с некоторой высоты h без начальной скорости на горизонтальную плоскость и отскакивает от нее. При каждом ударе о плоскость шарик теряет 19% своей энергии. К моменту девятого удара полное время движения шарика равно 120,3 с. С какой высоты h упал шарик? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ дайте в метрах

Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

Ответ: 500

Возможное решение: обозначим t_0 – время падения шарика до первого удара о плоскость. Тогда $h = \frac{gt_0^2}{2}$.

После первого удара шарик поднимется на высоту h_1 , которую найдем из закона сохранения энергии: $mgh_1 = \eta mgh$ (1), $\Rightarrow h_1 = \eta h = \eta \frac{gt_0^2}{2}$ (2), где $\eta = 1 - 0,19 = 0,81$ – доля энергии, которую имеет шарик после удара о плоскость. В результате время подъема на высоту h_1 равно $t_1 = \sqrt{\eta} \cdot t_0$.

Аналогично после второго удара шарик поднимется на высоту $h_2 = \eta h_1 = \eta^2 \frac{gt_0^2}{2}$, и время его подъема на эту высоту $t_2 = (\sqrt{\eta})^2 t_0$. При этом после n -го удара $t_n = (\sqrt{\eta})^n t_0$.

Интервалы времени t_0, t_1, t_2, \dots образуют геометрическую прогрессию. Полное время движения шарика равно $t = t_0 + 2t_1 + 2t_2 + \dots + 2t_n =$

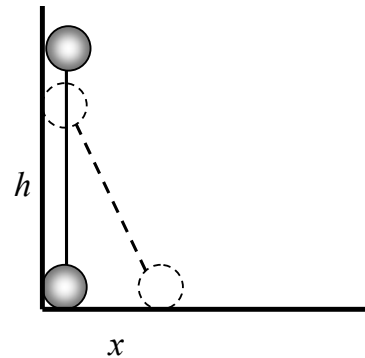
$$= t_0 + 2 \left[t_0 \sqrt{\eta} + t_0 (\sqrt{\eta})^2 + \dots + t_0 (\sqrt{\eta})^n \right] =$$

$$= -t_0 + 2 \left[t_0 + t_0 \sqrt{\eta} + t_0 (\sqrt{\eta})^2 + \dots + t_0 (\sqrt{\eta})^n \right] = -t_0 + 2t_0 \frac{1 - (\sqrt{\eta})^{n+1}}{1 - \sqrt{\eta}}.$$

$$\Rightarrow t_0 = \frac{t(1-\sqrt{\eta})}{1+\sqrt{\eta}-2(\sqrt{\eta})^{n+1}} \quad (3).$$

Численный расчет. $t_0 = \frac{120,3 \cdot 0,1}{1,9 - 2 \cdot 0,9^{10}} = 10$ с. Тогда $h = \frac{gt_0^2}{2} = \underline{\underline{500 \text{ м}}}$.

16. Два одинаковых маленьких шарика соединены невесомым жестким стержнем длиной $l = 13$ см. Стержень стоит вертикально вплотную к вертикальной плоскости (см. рисунок). При небольшом смещении нижнего шарика вправо на малое расстояние эта система приходит в движение в плоскости рисунка. Определите скорость верхнего шарика в момент, когда нижний шарик сместится по горизонтальной плоскости на расстояние $x = 5$ см. Считать, что при движении шарики не отрываются от плоскостей, трением пренебречь. Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с². Ответ дайте в м/с.



Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

Ответ: 0,17

Возможное решение: обозначим массу шарика m , скорости верхнего и нижнего шариков u и v соответственно, h – высоту, на которой находится верхний шарик. Запишем закон сохранения энергии.

$$mgh + \frac{mu^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mgl, \quad (1), \quad \Rightarrow u^2 + v^2 = 2g(l-h), \text{ где } h = \sqrt{l^2 - x^2}.$$

2. Запишем условие жесткости стержня:

$$u \cos \alpha = v \sin \alpha \quad (2), \quad \Rightarrow v = u \operatorname{ctg} \alpha.$$

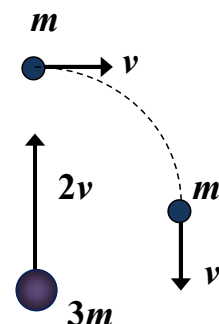
3. Пользуясь уравнениями (1) и (2), получим $u = \sin \alpha \sqrt{2g(l-h)}$.

$$4. \sin \alpha = \frac{x}{l} \quad (4)$$

5. Запишем окончательную формулу и проведем численный расчет.

$$u = \frac{x}{l} \sqrt{2g(l - \sqrt{l^2 - x^2})} = 0,17 \text{ м/с}.$$

17. На два тела – одно массой m , движущееся по прямой с постоянной скоростью v , и другое массой $3m$,



движущееся со скоростью $2v$, перпендикулярно к траектории первого, — начинают действовать одинаковые по модулю и направлению силы (см. рисунок). Спустя время t первое тело имеет скорость v и движется в направлении, перпендикулярном первоначальному. На какой угол спустя время $3t$ после начала действия силы повернется вектор скорости второго тела? Ответ приведите в градусах.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

Ответ: 45

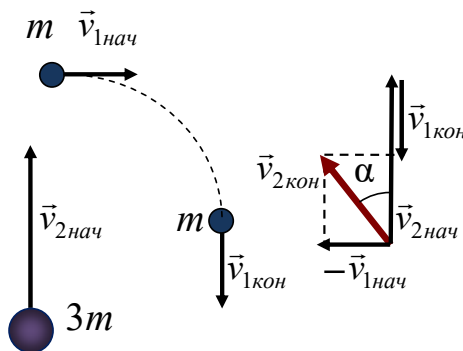
Возможное решение: Запишем закон изменения импульса для обеих частиц:

$$\vec{F}t = m\vec{v}_{1\text{кон}} - m\vec{v}_{1\text{нач}}, \text{ где } |\vec{v}_{1\text{кон}}| = |\vec{v}_{1\text{нач}}| = v \text{ для частицы массой } m,$$

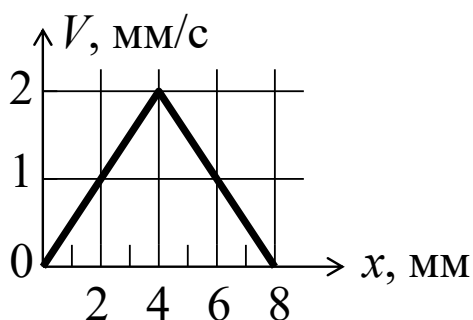
$$\vec{F} \cdot 3t = 3m\vec{v}_{2\text{кон}} - 3m\vec{v}_{2\text{нач}}, \text{ где } |\vec{v}_{2\text{нач}}| = 2v, \text{ для частицы массой } 3m.$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{2\text{кон}} = \vec{v}_{1\text{кон}} - \vec{v}_{1\text{нач}} + \vec{v}_{2\text{нач}}.$$

Модуль вектора $\vec{v}_{2\text{кон}}$ и его направление найдем из рисунка.



Откуда $\alpha = 45^\circ$.



18. Муравей движется вдоль координатной оси x . На рисунке показано, как скорость муравья V зависит от координаты x . Чему равен модуль ускорения муравья в точке с координатой 5 мм? Ответ приведите в $\text{мм}/\text{с}^2$

Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

Ответ: 0,75

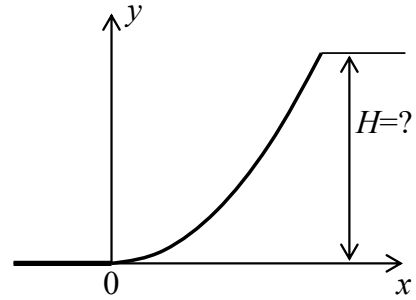
Возможное решение: задача решается с помощью преобразований:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = V \cdot \frac{\Delta V}{\Delta x}.$$

Из графика находим $\frac{\Delta V}{\Delta x} = -0,5 \text{ с}^{-1}$.

Тогда $a(5 \text{ мм}) = 1,5 \cdot (-0,5) = -0,75 \text{ мм/с}^2$

19. Снежная горка имеет форму параболы $y = kx^2$, где k – известный коэффициент (см. рисунок). Мальчик Ваня решил скатиться на санках с этой горки. Коэффициент трения между полозьями санок и снегом равен μ . Определите, с какой высоты H Ваня спустился с горки, если известно, что санки остановились прямо у основания горки (в точке с координатой $x = 0$).



Начальная скорость санок равна нулю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

Ответ: $1 - \mu^2/k$ **верный**

$2 - \mu/k$

$3 - 1/(\mu k)$

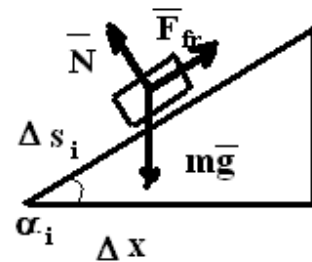
$4 - 2\mu/k$

Возможное решение: по закону изменения энергии $0 - mgh = A_{tr}$ (1)

Разобьем профиль горки на малые участки длиной Δs_i (см. рисунок).

Работа силы трения $A_{tr} = \sum_i (\vec{F}_{tr}, \Delta s_i)$, где

$$F_{tr} = \mu N = \mu mg \cos \alpha_i \quad (2)$$



Следовательно,

$$A_{tr} = -\sum_i F_{tr_i} \Delta s_i = -\sum_i \mu N_i \Delta s_i = -\sum_i \mu mg \cos \alpha_i \Delta s_i = -\sum_i \mu mg \Delta x_i = -\mu mg x$$

Найдем x из уравнения параболы:

$$H = kx^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{H}{k}}$$

После преобразований получим

$$H = \frac{\mu^2}{k}$$

20. Обруч радиусом $R = 20$ см вращается в горизонтальной плоскости с частотой $\nu = 0,5$ с⁻¹. По обручу с постоянной скоростью ползет жук в направлении, противоположном вращению обруча. Каким должен быть минимальный коэффициент трения между обручем и лапками жука, чтобы он смог оббежать весь обруч за $t = 10$ с? Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с². Ответ округлите до сотых долей.

Раздел: Механика

Уровень сложности: 3

Ответ: 0,13

Возможное решение: и ИСО, связанной с Землей, угловая скорость жука

$$\omega = 2\pi\nu - \frac{2\pi}{t} = 2,51 \quad (1)$$

Центростремительное ускорение жука

$$a = \omega_{\text{абс}}^2 R. \quad (2)$$

Сила трения направлена к центру обруча

$$F_{\text{тр}} = ma \leq \mu mg \quad (3)$$

$$\Rightarrow \mu \geq \frac{a_n}{g}, \quad \mu_{\min} = \frac{a_n}{g} = \frac{\omega^2 R}{g} \Rightarrow. \quad (4)$$

$$\mu_{\min} = 4\pi^2 \left(\nu - \frac{1}{t} \right)^2 \frac{R}{g} = 0,13$$