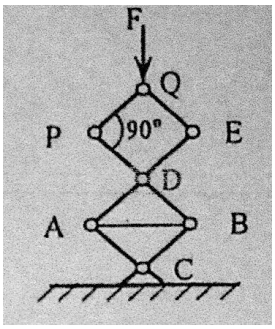
11 класс, вариант 3



1. С какой силой натянут трос AB, если на систему шарнирно скрепленных стержней действует вертикально направленная сила F? Сплошные недеформируемые стержни AE и BP соединены посередине так, что длины всех участков между шарнирами равны. Массами стержней и троса можно пренебречь.

Решение

При уменьшении длины троса на ΔL точка Q перемещается тоже на ΔL. Работа силы натяжения троса должна, очевидно, быть равна работе силы F, то есть

$$T\Delta L = F \cdot \Delta L$$

а значит,

$$T = F$$

2. В дне открытого сверху цилиндрического сосуда высотой H и площадью основания S_0, заполненного жидкостью, просверлено малое отверстие площадью $S << S_0$. Считая жидкость идеальной, определите, через какое время вся жидкость выльется из сосуда.

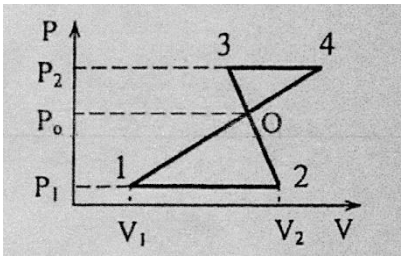
Решение

Условие $S << S_0$ позволяет использовать теорему Торричелли. По теореме Торричелли

$$V = \sqrt{2gH}$$

Из этого выражения следует, что поверхность жидкости движется как свободно падающее тело. Поэтому

$$\tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$



3. Определите работу, которую совершает идеальный газ в цикле 1 – 4 – 3 – 2 – 1, изображенном на рисунке, если $p_1 = 10^5$ Па, $p_0 = 6 \cdot 10^5$ Па, $p_2 = 8 \cdot 10^5$ Па, $V_2 - V_1 = 10$ л, а участки цикла 4 – 3 и 2 – 1 параллельны оси V.

Решение

Работа в цикле равна

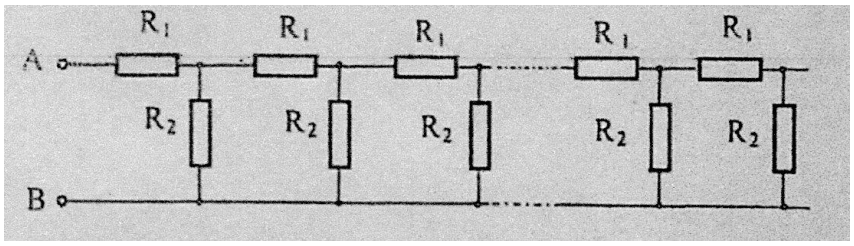
$$A = \frac{p_0 - p_1}{2}(V_2 - V_1) - \frac{p_2 - p_0}{2}(V_4 - V_3)$$

Учтем, что

$$\frac{V_4 - V_3}{V_2 - V_1} = \frac{p_2 - p_0}{p_0 - p_1}$$

Тогда

$$A = \frac{1}{2}(V_2 - V_1)\left[p_0 - p_1 - \frac{(p_2 - p_0)^2}{p_0 - p_1}\right] = 2{,}1 \text{ кДж}$$



4. Дана цепь, составленная из бесконечного числа повторяющихся секций резисторами, имеющими сопротивления R_1 = 4 Ом и R_2 = 8 Ом. Найдите сопротивление между точками А и В.

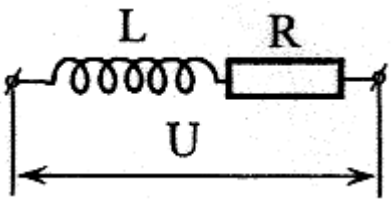
Решение

Цепь состоит из бесконечного количества звеньев R_1R_2. Удаление одного звена не изменяет полного сопротивления цепи. Поэтому можно записать для сопротивления всей цепи:

$$r = R_1 + \frac{R_2 r}{R_2 + r}$$

Решая это уравнение относительно r, получим

$$r = \frac{-R_2 + \sqrt{{R_2}^2 - R_1 R_2}}{2} = 8 \text{ Ом}$$



5. Катушку индуктивности L = 1,0 мГн, соединенную последовательно с резистором, подключили к источнику переменного напряжения с амплитудным значением U_0 = 10 В и циклической частотой ω = 400 рад/с. Найдите значение сопротивления R резистора, при котором в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность.

Решение

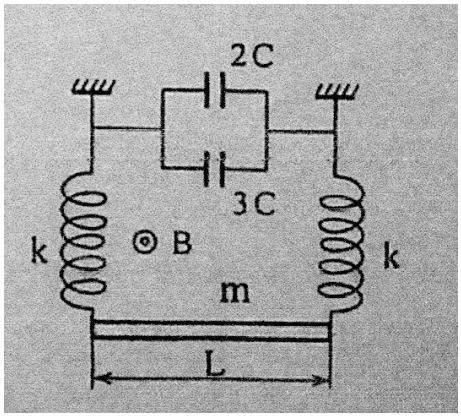
Полное сопротивление цепи и полная мощность цепи будет определяться как

$$Z=\sqrt{R^2+X_L^2}\Rightarrow P=\frac{U_\partial^2 R}{R^2+X_L^2}=\frac{U_0^2 R}{2\left(R^2+X_L^2\right)}$$

Максимум тепловой мощности будет наблюдаться при условии

$$\frac{dP}{dR}=\frac{U_0^2}{2}\left(\frac{R^2+X_L^2-R\cdot 2R}{\left(R^2+X_L^2\right)^2}\right)=0\Rightarrow X_L^2-R^2=0$$

Значит, $R=X_L\Rightarrow R=\omega L$, R = 0,4 Ом



6. Проводящий стержень массой m и длиной L подвешен к диэлектрическим подвесам с помощью двух одинаковых пружин жесткостью k каждая. К верхним концам пружин присоединена батарея их двух конденсаторов, емкости которых $2C$ и $3C$. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B, вектор магнитной индукции направлен перпендикулярно плоскости рисунка. Система совершает колебания в вертикальной плоскости. Пренебрегая массой пружин, сопротивлением, собственными емкостями и индуктивностями проводников, определите период колебаний системы.

Решение

При движении стержня в нем возникает э.д.с. индукции и протекает индукционный ток. На стержень действуют силы тяжести, упругости пружин и Ампера. На период колебаний влияют только две последних силы. Суммарная емкость батареи конденсаторов равна $6C$. Уравнение колебательного движения стержня имеет вид

$$m\frac{d^2y}{dt^2}+IBL+2kx=0$$

Учитывая, что

$$I=6C\frac{dU_c}{dt},$$

а по второму правилу Кирхгофа э.д.с. индукции равна напряжению на конденсаторе, получаем

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = BL\frac{d^2y}{dt^2}$$

Уравнение движения приобретает вид

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{2ky}{m + 6CB^2L^2} = 0$$

Период колебаний равен

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + 6CB^2L^2}{2k}}$$