11 класс, вариант 7

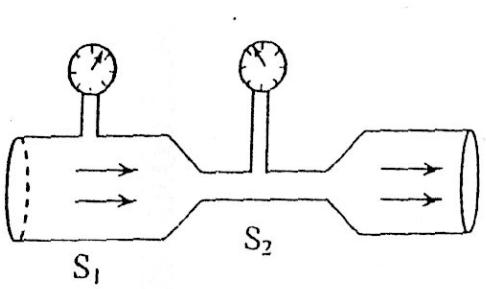
1. Тело массой 1 кг бросили под углом 60° к горизонту. Кинетическая энергия тела в наивысшей точке траектории равна 10 Дж. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите скорость тела в начальный момент времени.

Решение

Кинетическая энергия тела в наивысшей точке траектории равна

$$K = \frac{mV^2 cos^2\alpha}{2}$$

$$V = \sqrt{\frac{2K}{mcos^2\alpha}} \approx 7{,}94 \text{ м/с}$$



2. Масса невязкого жидкого топлива плотностью ρ, поступающего к потребителю через горизонтальный трубопровод за время τ, равна *M*. Определите разность давлений, установленных в местах, где площади поперечных сечений трубопроводов равны S_1 и S_2. Поток жидкости считать стационарным.

Решение

Поскольку жидкость невязкая, воспользуемся уравнением Бернулли

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2}$$

или

$$\Delta p = \frac{\rho}{2}(V_2^2 - V_1^2)$$

По уравнению неразрывности течения жидкости

$$S_1 V_1 = S_2 V_2$$

или

$$V_2 = \frac{S_1 V_1}{S_2}$$

Скорость течения в широкой части трубы можно вычислить как

$$V_1 = \frac{\rho\tau S_1}{M}$$

Тогда

$$\Delta p = \frac{M^2}{2\rho\tau^2}\left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2}\right)$$

3. При адиабатном сжатии ν молей одноатомного идеального газа была совершена работа ΔA. Найдите отношение средних квадратичных скоростей молекул этого газа в конце и в начале процесса, если начальная температура газа равна T.

Решение

Средние квадратичные скорости относятся как

$$n = \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T}}$$

Для адиабатного процесса в соответствии с первым началом термодинамики

$$|\Delta A| = |\Delta U| = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T)$$

Окончательно получим

$$n = \sqrt{1 - \frac{2\Delta A}{3\nu RT}}$$

4. На двух резисторах сопротивлениями R_1 = 2 Ом и R_2 = 4,5 Ом, поочередно подключаемых к одному источнику электрической энергии, выделяются одинаковые мощности. Определите разность между R_2 и внутренним сопротивлением источника.

Решение

Равенство мощностей означает, что

$$\frac{\mathcal{E}^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2 R_2}{(R_2 + r)^2}$$

Решая полученное уравнение относительно r, получаем

$$r = \sqrt{R_1 R_2}$$

Искомая разность

$$\Delta R = R_2 - \sqrt{R_1 R_2} = 1{,}5 \text{ Ом}$$

5. В идеальном колебательном контуре амплитуда тока в катушке индуктивности равны I_m. Определите напряжение на конденсаторе в момент времени, когда сила тока в катушке составляет $0{,}75I_m$.

Решение

Максимальные значения тока в катушке и напряжения на конденсаторе связаны соотношением

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$$

По закону сохранения энергии в любой момент времени

$$\frac{CU^2}{2} + \frac{L\left(\frac{3}{4}I_m\right)^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}$$

$$CU^2 = \frac{7}{16}LI_m^2$$

Учитывая первое выражение, получим

$$U = \frac{\sqrt{7}}{4}U_m$$

6. Какую минимальную дополнительную скорость в направлении от центра Земли по радиусу нужно сообщить за малое время космическому кораблю, движущемуся по круговой орбите, радиус которой в 5 раз больше радиуса Земли, чтобы он смог преодолеть действие поля тяготения Земли? Значение первой космической скорости вблизи поверхности Земли принять равным 7,9 км/с.

Решение

Корабль массой m движется по круговой траектории радиусом $5R_з$, т.е. его скорость равна первой космической скорости V_1 для данной орбиты.

Чтобы преодолеть действие поля тяготения Земли, корабль должен иметь в данной точке траектории вторую космическую скорость, т.е. такую, при которой кинетическая энергия корабля равна его потенциальной энергии в поле тяготения

$$\frac{m(V_1^2 + \Delta V^2)}{2} = G\frac{Mm}{5R_з}$$

Первая космическая скорость у поверхности Земли

$$V_{1з} = \sqrt{\frac{GM}{R_з}}$$

Тогда

$$\frac{V_1^2 + \Delta V^2}{2} = \frac{V_{1з}^2}{5}$$

В свою очередь,

$$V_1 = \sqrt{\frac{GM}{5R_з}} = \frac{V_{1з}}{\sqrt{5}}$$

Получаем уравнение относительно ΔV:

$$5\Delta V^2 - {V_{1з}}^2 = 0,$$

решением которого является

$$\Delta V = V_{1з}\frac{1}{\sqrt{5}} \approx 3{,}53 \text{ км/с}$$