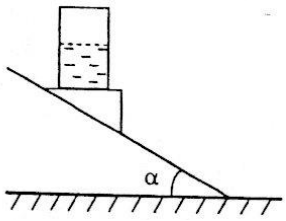
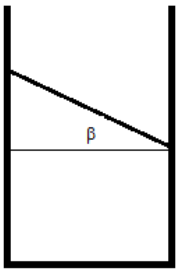
11 класс, вариант 6



1. Сосуд, имеющий в основании квадрат со стороной 1 м и высотой 2 м, заполненный водой наполовину, поставлен на клин, скользящий вниз по наклонной плоскости, составляющей угол α = 45° с горизонтом. Дно сосуда расположено горизонтально. Коэффициент трения клина о наклонную плоскость равен 0,278. Найдите силу давления воды на переднюю по ходу движения стенку сосуда.



Решение

При движении сосуда с ускорением, имеющим горизонтальную проекцию, поверхность воды отклонится от горизонтальной на угол, определяемый как

$$tg\beta = \frac{\sqrt{2}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{2}$$

Обозначим высоты воды у передней стенки через y, а у задней стенки – через $x + y$. Тогда объем воды в покое и при движении может быть записан как

$$\frac{Hl^2}{2} = l^2\frac{x+2y}{2}$$

Учитывая, что

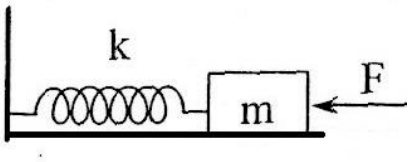
$$\frac{x}{l} = tg\beta,$$

получим

$$H = ltg\beta + 2y$$

Тогда

$$F = \frac{\rho gly}{2} = \frac{\rho gl}{4}\left[H - \frac{\sqrt{2}}{2}l(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\right] \approx 4100 \text{ Н}$$



2. На неподвижный груз массой m = 1 кг, лежащий на гладком горизонтальном столе и прикрепленный к пружине жесткостью $k = 9\cdot10^2$ Н/м начинает действовать постоянная сила. Через некоторое время действие силы прекращается. Определите, через какое время должно прекратиться действие силы, чтобы скорость тела в момент прекращения действия силы была максимальна.

Решение

Максимальное значение скорости будет достигнуто при равенстве силы упругости внешней силе. Это будет соответствовать по времени четверти периода колебания пружинного маятника с параметрами, заданными в условии.

Искомое время равно

$$\tau = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 52{,}5 \text{ мс}$$

3. В идеальном газе совершается процесс, в котором давление прямо пропорционально объему. Определите изменение внутренней энергии газа в этом процессе, если известно количество теплоты Q, подведенное к газу.

Решение

Как следует из первого начала термодинамики, количество теплоты Q, подведенное к газу, равно сумме работы газа и изменения внутренней энергии. При переходе из состояния 1 в состояние 2 при условии, что давление прямо пропорционально объему с коэффициентом пропорциональности k, работа газа будет определяться как

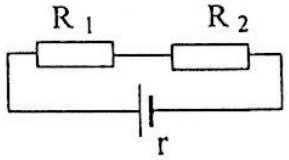
$$A = 0{,}5(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = 0{,}5k(V_2^2 - V_1^2) = 0{,}5\nu R\Delta T$$

Учитывая, что

$$\Delta U = 1{,}5\nu R\Delta T,$$

Получаем

$$A = \frac{Q}{4}$$



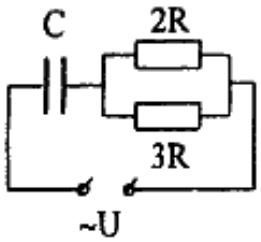
4. Определите коэффициент полезного действия цепи, схема которой изображена на рисунке.

Решение

Коэффициент полезного действия цепи рассчитывается как отношение мощности на нагрузке к мощности идеального источника электрической энергии. В рассматриваемой цепи

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + r}$$

5. Конденсатор емкостью C, соединенный последовательно с цепочкой резисторов, подключили к источнику переменного напряжения и круговой частотой ω. При каком значении R в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность?



Решение

Полное сопротивление цепи и полная мощность цепи будет определяться как

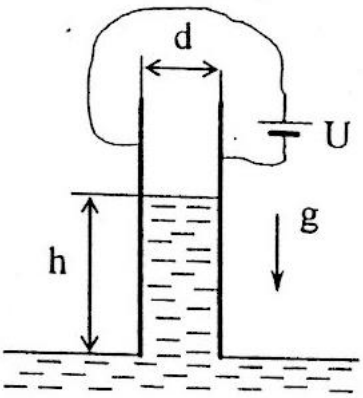
$$Z=\sqrt{R_\Sigma^2+X_C^2}\Rightarrow P=\frac{U_\partial^2 R_\Sigma}{R_\Sigma^2+X_C^2}=\frac{U_0^2 R_\Sigma}{2\left(R_\Sigma^2+X_C^2\right)}$$

Максимум тепловой мощности будет наблюдаться при условии

$$\frac{dP}{dR}=\frac{U_0^2}{2}\left(\frac{R_\Sigma^2+X_C^2-R_\Sigma\cdot 2R_\Sigma}{\left(R_\Sigma^2+X_C^2\right)^2}\right)=0\Rightarrow X_C^2-R_\Sigma^2=0$$

Значит, $R_\Sigma=X_C\Rightarrow R_\Sigma=\dfrac{1}{\omega C}$ и

$$\frac{1}{R_\Sigma}=\frac{1}{2R}+\frac{1}{3R}\Rightarrow R_\Sigma=\frac{6}{5}R=\frac{1}{\omega C}\Rightarrow R=\frac{5}{6}\frac{1}{\omega C}$$



6. Плоский конденсатор с квадратными пластинами установлен в вертикальном положении так, что его пластины соприкасаются с диэлектрической жидкостью. Расстояние d между пластинами конденсатора много меньше линейных размеров пластин. Плотность жидкости ρ, диэлектрическая проницаемость ε. Если конденсатор подсоединить к источнику постоянного напряжения, то жидкость между пластинами поднимется на высоту h. Определите напряжение источника. Силами поверхностного натяжения пренебречь.

Решение

Пусть площадь пластин S.

Изменение энергии конденсатора, складывающееся из изменения энергии электрического поля и потенциальной энергии диэлектрика в поле силы тяжести, равно работе сторонних сил источника электрической энергии.

Изменение энергии электрического поля равно

$$\Delta W_э=\frac{U^2}{2}(C_\Sigma-C)$$

$$C_{\Sigma} = \frac{\varepsilon_0\left(\sqrt{S} - h\right)\sqrt{S}}{d} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0 h\sqrt{S}}{d}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Изменение потенциальной энергии диэлектрика в поле силы тяжести

$$\Delta W_{\text{м}} = \frac{\rho g h^2 d\sqrt{S}}{2}$$

Работа источника электрической энергии

$$A = U\Delta q = (C_{\Sigma} - C)U^2$$

В итоге получаем

$$U = \sqrt{\frac{\rho g d^2 h}{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)}}$$