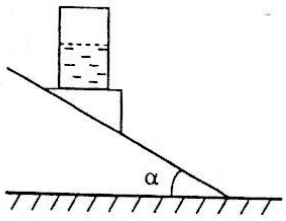
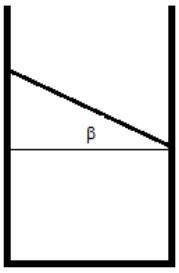
11 класс, вариант 5



1. Сосуд, имеющий в основании квадрат со стороной 1 м и высотой 2 м, заполненный водой наполовину, поставлен на клин, скользящий вниз по наклонной плоскости, составляющей угол α = 45° с горизонтом. Дно сосуда расположено горизонтально. Коэффициент трения клина о наклонную плоскость равен 0,278. Найдите силу давления воды на заднюю по ходу движения стенку сосуда.



Решение

При движении сосуда с ускорением, имеющим горизонтальную проекцию, поверхность воды отклонится от горизонтальной на угол, определяемый как

$$tg\beta = \frac{\sqrt{2}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{2}$$

Обозначим высоты воды у передней стенки через y, а у задней стенки – через $x + y$. Тогда объем воды в покое и при движении может быть записан как

$$\frac{Hl^2}{2} = l^2\frac{x+2y}{2}$$

Учитывая, что

$$\frac{x}{l} = tg\beta,$$

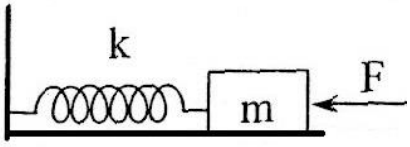
$$H = ltg\beta + 2y$$

и

$$x + y = \frac{H}{2} + \frac{\sqrt{2}l}{4g}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

Тогда

$$F = \frac{\rho gl(x+y)}{2} = \frac{\rho gl}{4}\left[H + \frac{\sqrt{2}}{2g}l(sin\,\alpha - \mu\,cos\,\alpha)\right] \approx 5090\text{ Н}$$



2. На неподвижный груз массой m = 1 кг, лежащий на гладком горизонтальном столе и прикрепленный к пружине жесткостью $k = 9\cdot10^2$ Н/м начинает действовать постоянная сила F = 1 Н. Через некоторое время действие силы прекращается. Определите, через какое время должно прекратиться действие силы, чтобы скорость тела в момент прекращения действия силы равнялась нулю.

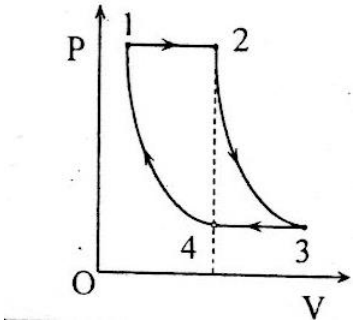
Решение

Нулевое значение скорости будет достигнуто при максимальном сжатии пружины. Это будет соответствовать по времени половине периода колебания пружинного маятника с параметрами, заданными в условии.

Искомое время равно

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 104 \text{ мс}$$

3. На диаграмме зависимости давления от объема для некоторой массы идеального газа изображен цикл, состоящий из двух изотерм и двух изобар. Найдите отношение температур в точках 3 и 1, если отношение объемов в этих точках равно $n = 2$. Объемы газа в точках 2 и 4 одинаковые.



Решение

Запишем уравнения состояния для всех четырех состояний:

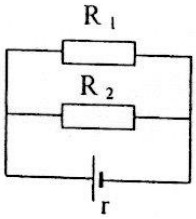
$$p_1V_1 = \nu RT_1$$
$$p_1V_2 = \nu RT_3$$
$$p_3V_3 = \nu RT_3$$
$$p_3V_2 = \nu RT_1$$

Разделим первое уравнение на третье, а второе на четвертое, получим:

$$\frac{T_1}{T_3} = \frac{T_3}{T_1} \cdot \frac{1}{n}$$

Окончательно имеем

$$\frac{T_3}{T_1} = \sqrt{n} = \sqrt{2}$$



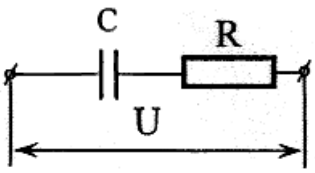
4. Определите коэффициент полезного действия цепи, схема которой изображена на рисунке.

Решение

Коэффициент полезного действия цепи рассчитывается как отношение мощности на нагрузке к мощности идеального источника электрической энергии. В рассматриваемой цепи

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + r} = \frac{R_1R_2}{R_1R_2 + R_1r + R_2r}$$

5. Конденсатор емкостью C, соединенный последовательно с резистором, подключили к источнику переменного напряжения с амплитудным значением U и круговой частотой ω. При каком значении сопротивления R резистора в цепи будет выделяться максимальная тепловая мощность?



Решение

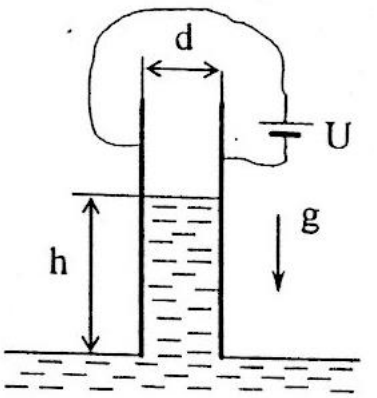
Полное сопротивление цепи и полная мощность цепи будет определяться как

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \Rightarrow P = \frac{U_\partial^2 R_\Sigma}{R^2 + X_C^2} = \frac{U_0^2 R_\Sigma}{2\left(R^2 + X_C^2\right)}$$

Максимум тепловой мощности будет наблюдаться при условии

$$\frac{dP}{dR} = \frac{U_0^2}{2}\left(\frac{R_\Sigma^2 + X_C^2 - R_\Sigma \cdot 2R_\Sigma}{\left(R_\Sigma^2 + X_C^2\right)^2}\right) = 0 \Rightarrow X_C^2 - R_\Sigma^2 = 0$$

$$R = X_C \Rightarrow R = \frac{1}{\omega C}$$



6. Плоский конденсатор с квадратными пластинами установлен в вертикальном положении так, что его пластины соприкасаются с диэлектрической жидкостью. Расстояние d между пластинами конденсатора много меньше линейных размеров пластин. Плотность жидкости ρ, диэлектрическая проницаемость ε. Если конденсатор подсоединить к источнику постоянного напряжения U, то жидкость между пластинами поднимется. Определите высоту подъема жидкости. Силами поверхностного натяжения пренебречь.

Решение

Пусть площадь пластин S.

Изменение энергии конденсатора, складывающееся из изменения энергии электрического поля и потенциальной энергии диэлектрика в поле силы тяжести, равно работе сторонних сил источника электрической энергии.

Изменение энергии электрического поля равно

$$\Delta W_э = \frac{U^2}{2}(C_\Sigma - C)$$

$$C_\Sigma = \frac{\varepsilon_0\left(\sqrt{S} - h\right)\sqrt{S}}{d} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0 h\sqrt{S}}{d}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Изменение потенциальной энергии диэлектрика в поле силы тяжести

$$\Delta W_м = \frac{\rho g h^2 d\sqrt{S}}{2}$$

Работа источника электрической энергии

$$A = U\Delta q = (C_\Sigma - C)U^2$$

В итоге получаем

$$h = \frac{U^2\varepsilon_0(\varepsilon - 1)}{\rho g d^2}$$