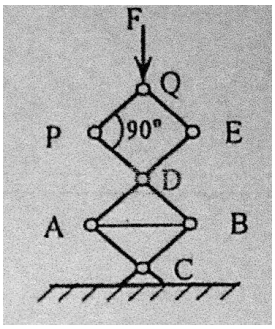
10 класс, вариант 3



1. С какой силой натянут трос AB, если на систему шарнирно скрепленных стержней действует вертикально направленная сила F? Сплошные недеформируемые стержни AE и BP соединены посередине так, что длины всех участков между шарнирами равны. Массами стержней и троса можно пренебречь.

Решение

При уменьшении длины троса на ΔL точка Q перемещается тоже на ΔL. Работа силы натяжения троса должна, очевидно, быть равна работе силы F, то есть

$$T\Delta L = F \cdot \Delta L$$

а значит,

$$T = F$$

2. В дне открытого сверху цилиндрического сосуда высотой H и площадью основания S_0, заполненного жидкостью, просверлено малое отверстие площадью $S << S_0$. Считая жидкость идеальной, определите, через какое время вся жидкость выльется из сосуда.

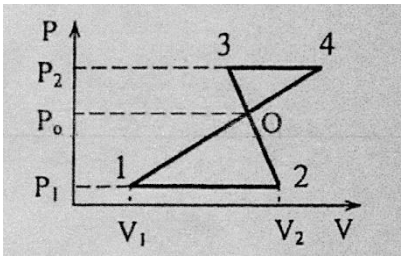
Решение

Условие $S << S_0$ позволяет использовать теорему Торричелли. По теореме Торричелли

$$V = \sqrt{2gH}$$

Из этого выражения следует, что поверхность жидкости движется как свободно падающее тело. Поэтому

$$\tau = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$



3. Определите работу, которую совершает идеальный газ в цикле 1 – 4 – 3 – 2 – 1, изображенном на рисунке, если $p_1 = 10^5$ Па, $p_0 = 6 \cdot 10^5$ Па, $p_2 = 8 \cdot 10^5$ Па, $V_2 - V_1 = 10$ л, а участки цикла 4 – 3 и 2 – 1 параллельны оси V.

Решение

Работа в цикле равна

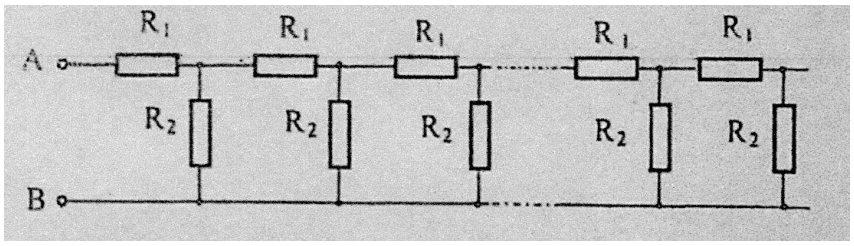
$$A = \frac{p_0 - p_1}{2}(V_2 - V_1) - \frac{p_2 - p_0}{2}(V_4 - V_3)$$

Учтем, что

$$\frac{V_4 - V_3}{V_2 - V_1} = \frac{p_2 - p_0}{p_0 - p_1}$$

Тогда

$$A = \frac{1}{2}(V_2 - V_1)\left[p_0 - p_1 - \frac{(p_2 - p_0)^2}{p_0 - p_1}\right] = 2{,}1 \text{ кДж}$$



4. Дана цепь, составленная из бесконечного числа повторяющихся секций резисторами, имеющими сопротивления R_1 = 4 Ом и R_2 = 8 Ом. Найдите сопротивление между точками А и В.

Решение

Цепь состоит из бесконечного количества звеньев R_1R_2. Удаление одного звена не изменяет полного сопротивления цепи. Поэтому можно записать для сопротивления всей цепи:

$$r = R_1 + \frac{R_2 r}{R_2 + r}$$

Решая это уравнение относительно r, получим

$$r = \frac{-R_2 + \sqrt{{R_2}^2 - R_1 R_2}}{2} = 8 \text{ Ом}$$

5. Коэффициент жёсткости резинового жгута, длина которого L и масса m, равен k. Кольцо, изготовленное из этого жгута, вращается с угловой скоростью ω в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через центр кольца. Определите радиус вращающегося кольца.

Решение

Вырежем из кольца малый участок, опирающийся на малый угол α такой, что $\sin\alpha \approx \alpha$.
На концах участка приложим силы $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$, масса сегмента $\Delta m = m\frac{2\alpha}{2\pi} \Rightarrow \Delta m = m\frac{\alpha}{\pi}$. (1)
Рассмотрим вращение данного участка жгута относительно оси вращения.
$\Delta m\vec{a} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$ (ОУД)
ox: $\Delta m a_\tau = T_2\cos\alpha - T_1\cos\alpha = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 = T$
$oy: \Delta m a_n = T_2\sin\alpha + T_1\sin\alpha \Rightarrow \Delta m a_n = 2T\alpha$ (2)
$a_n = \omega^2 R$ (3)
Подставим (1),(3) в (2) $\Rightarrow m\frac{\alpha}{\pi}\omega^2 R = 2T\alpha \Rightarrow T = \frac{m\omega^2 R}{2\pi}$; (4)

Удлинение кольца

$$\Delta L = \frac{T}{k} = \frac{m\omega^2 R}{2\pi k}$$

В свою очередь, радиус кольца

$$R = \frac{L + \Delta L}{2\pi}$$

Из этого следует

$$R = \frac{2\pi k L}{4\pi^2 k - m\omega^2}$$

6. Из одной точки, находящейся на некоторой высоте над поверхностью земли, горизонтально в противоположных направлениях бросают два тела со скоростями V_1 = 40 м/с и V_2 = 30 м/с. Найдите их относительную скорость в момент времени t. Считайте, что за это время тела не упали на поверхность.

Вертикальная проекция относительной скорости равно нулю, а горизонтальная – 70 м/с.