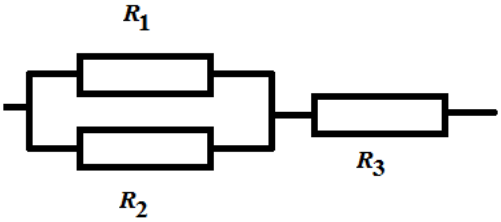
9 класс, вариант 1

1. Резисторы 200 Ом и 500 Ом соединены параллельно, последовательно с этой цепочкой включили еще один резистор. К выводам получившейся последовательно-параллельной схемы несколько раз подключали разные батарейки. Полный заряд, протекший через резистор 500 Ом оказался равным 0,5 Кл. Какой полный заряд протек через последовательно включенный резистор?



Решение

Напряжения на первом (200 Ом) и втором (500 Ом) резисторах равны, а значит,

$$I_1\tau = I_2\tau\frac{R_2}{R_1}$$

Для третьего резистора

$$q_3 = q_1 + q_2 = q_1\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 1{,}75 \text{ Кл}$$

2. Из одной точки вертикально вверх бросают друг за другом с одинаковой начальной скоростью два шарика. Второй шарик брошен в момент достижения первым максимальной высоты, равной h = 10 м. На какой высоте H они встретятся? Сопротивлением воздуха пренебречь?

Решение

Время подъема первого шарика

$$\tau = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Начальная скорость обоих шариков

$$V_0 = \sqrt{2gh}$$

Определим момент времени встречи шариков:

$$V_0 t - \frac{gt^2}{2} = V_0(t-\tau) - \frac{g(t-\tau)^2}{2}$$

$$t = 3\sqrt{\frac{h}{2g}}$$

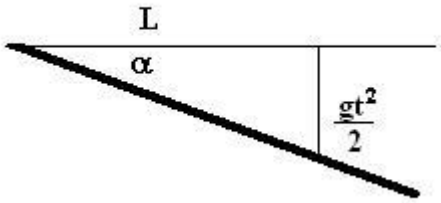
Подставим в выражение

$$H = V_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

полученные результаты для V_0 и t и получим

$$H = 0{,}75h = 7{,}5 \text{ м}$$

3. На невесомый жесткий стержень, шарнирно закрепленный одним концом, надели массивную бусинку, которая может скользить по нему без трения. Вначале стержень покоился в горизонтальном положении, а бусинка находилась на расстоянии L от закрепленного конца. Найдите зависимость угла, который составляет стержень с горизонталью, от времени. Стержень достаточно длинный, случай соскакивания бусинки со стержня не рассматривать.



Решение

Так как стержень невесомый, а трение отсутствует, то бусинка свободно падает вдоль вертикальной прямой, отстоящей от оси вращения стержня на расстояние L. Из рисунка видно, что

$$\alpha = arctg\frac{gt^2}{2L}$$

После того, как бусинка соскользнет со стержня, он продолжит вращение с постоянной угловой скоростью.

4. Из одной точки одновременно бросают два тела с одинаковыми по модулю скоростями V_0: одно вертикально вверх, другое под углом α к горизонту. Найдите их относительную скорость в момент времени t.

Решение

Выразим относительную скорость через ее проекции

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

В свою очередь

$$V_x = -V_0 \cos\alpha$$
$$V_y = V_0(1 - \sin\alpha)$$

Подставив эти выражения в первое выражение, получим

$$V = \sqrt{1 - 2V_0^2 \sin\alpha + V_0^2}$$

5. Через невесомый блок, укрепленный на потолке комнаты, перекинута невесомая нерастяжимая нить, на концах которой подвешены грузы массами m_1 и m_2. Пренебрегая трением в блоке и сопротивлением воздуха, найдите ускорение центра масс этой системы.

Решение

Поскольку ускорения грузов равны по модулю, линия соединяющая грузы будет вращаться вокруг точки, лежащей на одной вертикали с осью блока. Пусть для определенности $m_1 > m_2$ и пусть в некоторый момент времени грузы находятся на одной высоте на расстоянии L друг от друга. Тогда центр масс, находящийся на расстоянии

$$x = \frac{L}{2} - \frac{m_2 L}{m_1 + m_2} = L\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

от середины расстояния между грузами будет иметь ускорение

$$a_{\text{цм}} = g\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2$$

6. В сосуде смешиваются три жидкости массами m_1, m_2 и m_3. Удельные теплоемкости жидкостей соответственно равны c_1, c_2, c_3. Определите удельную теплоемкость полученной смеси c.

Решение

$$c = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{m_1 c_1 \Delta T + m_2 c_2 \Delta T + m_3 c_3 \Delta T}{\Delta T(m_1 + m_2 + m_3)} = \frac{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$