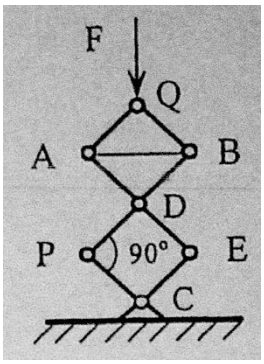
10 класс, вариант 4



1. С какой силой натянут трос AB, если на систему шарнирно скрепленных стержней действует вертикально направленная сила F? Сплошные недеформируемые стержни AE и BP соединены посередине так, что длины всех участков между шарнирами равны. Массами стержней и троса можно пренебречь.

Решение

При уменьшении длины троса на ΔL точка Q перемещается на $2\Delta L$. Работа силы натяжения троса должна, очевидно, быть равна работе силы F, то есть

$$T\Delta L = F \cdot 2\Delta L$$

а значит,

$$T = 2F$$

2. В дне открытого сверху цилиндрического сосуда площадью основания S_0, заполненного идеальной жидкостью, просверлено малое отверстие площадью $S << S_0$. Через время τ вся жидкость вытекла из сосуда. Определите высоту сосуда.

Решение

Условие $S << S_0$ позволяет использовать теорему Торричелли. По теореме Торричелли

$$V = \sqrt{2gH}$$

Из этого выражения следует, что поверхность жидкости движется как свободно падающее тело. Поэтому

$$H = \frac{g\tau^2}{2}$$

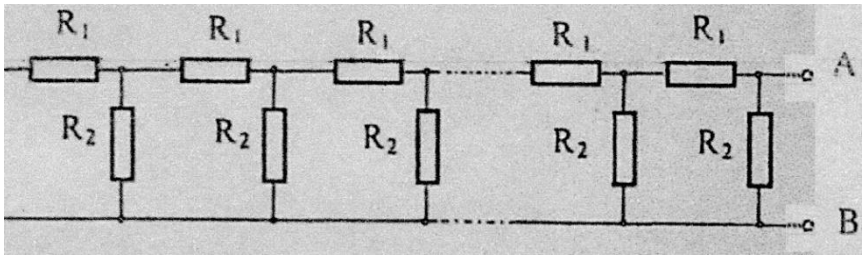
3. Закрытый сосуд содержит некоторое количество разреженного инертного газа ксенона при температуре T_0 = 100 К. Сосуд поступательно движется со скоростью V = 5 м/с. Какая температура установится в сосуде, если его резко остановить? Молярная масса ксенона равна 131 г/моль.

Решение

Процесс в газе – адиабатное сжатие, поскольку происходит быстро, и теплообменом можно пренебречь. Изменение внутренней энергии газа будет равно кинетической энергии газа как единого целого.

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{3m}{2\mu} R(T - T_0)$$

$$T = T_0 + \frac{\mu V^2}{3R} = 100{,}13\ K$$



4. Дана цепь, составленная из бесконечного числа повторяющихся секций резисторами, имеющими сопротивления R_1 = 4 Ом и R_2 = 8 Ом. Найдите сопротивление между точками А и В.

Решение

Цепь состоит из бесконечного количества звеньев R_1R_2. Удаление одного звена не изменяет полного сопротивления цепи. Поэтому можно записать для сопротивления всей цепи:

$$r = \frac{R_2(R_1 + r)}{R_2 + R_1 + r}$$

Решая это уравнение относительно r, получим

$$r = \frac{-R_1 + \sqrt{{R_1}^2 - R_1R_2}}{2} = 4\ \text{Ом}$$

5. Тонкое кольцо радиусом R и плотности ρ вращается вокруг оси, проходящей через центр кольца перпендикулярно его плоскости. При какой угловой скорости вращения ω_m кольцо разорвётся, если разрыв происходит, когда напряжение в поперечном сечении кольца достигает значения, равного $б_m$. Изменением размеров кольца при вращении можно пренебречь.

Решение

Вырежем из кольца малый участок, опирающийся на малый угол α такой, что $\sin\alpha \approx \alpha$.
На концах участка приложим силы $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$, масса сегмента $\Delta m = m\frac{2\alpha}{2\pi} \Rightarrow \Delta m = m\frac{\alpha}{\pi}$. (1)
Рассмотрим вращение данного участка жгута относительно оси вращения.
$\Delta m\vec{a} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$ (ОУД)
ox: $\Delta m a_\tau = T_2\cos\alpha - T_1\cos\alpha = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 = T$
$oy: \Delta m a_n = T_2\sin\alpha + T_1\sin\alpha \Rightarrow \Delta m a_n = 2T\alpha$ (2)
$a_n = \omega^2 R$ (3)
Подставим (1),(3) в (2) $\Rightarrow m\frac{\alpha}{\pi}\omega^2 R = 2T\alpha \Rightarrow T = \frac{m\omega^2 R}{2\pi}$; (4)
Сила разрывающая кольцо $T = S\cdot\sigma_m$ (5)
Масса кольца $m = 2\pi RS\rho$ (6)
$\frac{2\pi RS\rho\omega^2 R}{2\pi} = S\cdot\sigma_m \Rightarrow \sigma_m = \rho R^2\omega^2$

6. Небольшое тело пустили снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Найдите коэффициент трения между телом и плоскостью, если время подъёма тела оказалось в два раза меньше времени спуска.

Решение

Пусть время подъема равно τ. Тогда

$$(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\tau^2 = (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)4\tau^2$$
$$\mu = \frac{3}{5}tg\alpha$$