10 класс, вариант 7

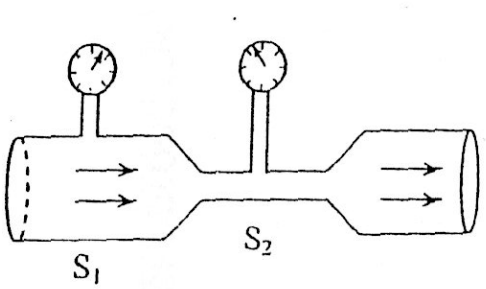
1. Тело массой 1 кг бросили под углом 60° к горизонту. Кинетическая энергия тела в наивысшей точке траектории равна 10 Дж. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите скорость тела в начальный момент времени.

Решение

Кинетическая энергия тела в наивысшей точке траектории равна

$$K = \frac{mV^2 cos^2\alpha}{2}$$

$$V = \sqrt{\frac{2K}{mcos^2\alpha}} \approx 7{,}94 \text{ м/с}$$



2. Масса невязкого жидкого топлива плотностью ρ, поступающего к потребителю через горизонтальный трубопровод за время τ, равна *M*. Определите разность давлений, установленных в местах, где площади поперечных сечений трубопроводов равны S_1 и S_2. Поток жидкости считать стационарным.

Решение

Поскольку жидкость невязкая, воспользуемся уравнением Бернулли

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2}$$

или

$$\Delta p = \frac{\rho}{2}(V_2^2 - V_1^2)$$

По уравнению неразрывности течения жидкости

$$S_1 V_1 = S_2 V_2$$

или

$$V_2 = \frac{S_1 V_1}{S_2}$$

Скорость течения в широкой части трубы можно вычислить как

$$V_1 = \frac{\rho\tau S_1}{M}$$

Тогда

$$\Delta p = \frac{M^2}{2\rho\tau^2}\left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2}\right)$$

3. При адиабатном сжатии ν молей одноатомного идеального газа была совершена работа ΔA. Найдите отношение средних квадратичных скоростей молекул этого газа в конце и в начале процесса, если начальная температура газа равна T.

Решение

Средние квадратичные скорости относятся как

$$n = \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T}}$$

Для адиабатного процесса в соответствии с первым началом термодинамики

$$|\Delta A| = |\Delta U| = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T)$$

Окончательно получим

$$n = \sqrt{1 - \frac{2\Delta A}{3\nu RT}}$$

4. Малая частица массой m и несущая заряд q, движется вдоль оси кольца, перпендикулярной плоскости кольца. Какую наименьшую скорость должна иметь частица на очень большом расстоянии от кольца, чтобы пролететь через плоскость кольца? Кольцо не закреплено и имеет массу M, радиус R и несет заряд Q.

Решение

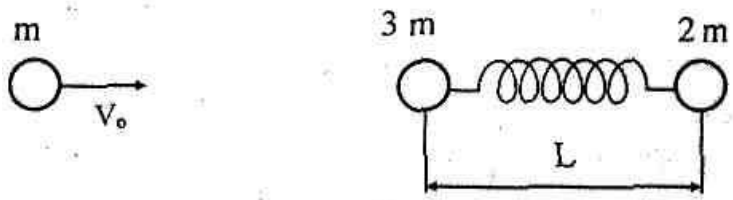
Чтобы пролететь через плоскость кольца частица должна иметь в плоскости кольца скорость, равную скорости кольца, а точнее, хотя бы на очень малую величину большую. По законам сохранения импульса и энергии имеем:

$$mV_0 = (m + M)V$$
$$mV_0^2 = (m + M)V^2 + \frac{qQ}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$V = \sqrt{\frac{qQM}{2\pi\varepsilon_0 Rm(m+M)}}$$

5. Два шарика массой $3m$ и $2m$ соединены невесомой пружиной жесткостью k и длиной L и лежат неподвижно на гладком горизонтальном столе. Третий шарик массой m движется со скоростью V_0 по линии, соединяющей центры первых двух, и абсолютно упруго соударяется с шариком массы $3m$. Пренебрегая временем соударения шариков по сравнению с временем деформации пружины, определите минимальное расстояние между шариками, связанными пружиной, при их дальнейшем движении. Размеры всех шариков одинаковые.



Решение

При максимальном сжатии пружины скорости шариков одинаковы и равны скорости центра масс системы "два шарика – пружина".

При соударении левого шарика со средним последний приобретает скорость, определяемую из следующих соображений:

$$mV_0 = -mV' + 3mV_1$$
$$mV_0^2 = mV'^2 + 3mV_1^2$$

Решая систему уравнений, получим

$$V_1 = \frac{V_0}{2}$$

Используя законы сохранения импульса и энергии, получим

$$3mV_1 = 5mV_c$$
$$3mV_1^2 = 5mV_c^2 + k\Delta L$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$\Delta L = V_0\sqrt{\frac{3m}{10k}}$$

и

$$L_m = L - V_0\sqrt{\frac{3m}{10k}}$$

6. Какую минимальную дополнительную скорость в направлении от центра Земли по радиусу нужно сообщить за малое время космическому кораблю, движущемуся по круговой орбите, радиус которой в 5 раз больше радиуса Земли, чтобы он смог преодолеть действие поля тяготения Земли? Значение первой космической скорости вблизи поверхности Земли принять равным 7,9 км/с.

Решение

Корабль массой m движется по круговой траектории радиусом $5R_з$, т.е. его скорость равна первой космической скорости V_1 для данной орбиты.

Чтобы преодолеть действие поля тяготения Земли, корабль должен иметь в данной точке траектории вторую космическую скорость, т.е. такую, при которой кинетическая энергия корабля равна его потенциальной энергии в поле тяготения

$$\frac{m(V_1^2 + \Delta V^2)}{2} = G\frac{Mm}{5R_з}$$

Первая космическая скорость у поверхности Земли

$$V_{1з} = \sqrt{\frac{GM}{R_з}}$$

Тогда

$$\frac{V_1^2 + \Delta V^2}{2} = \frac{V_{1з}^2}{5}$$

В свою очередь,

$$V_1 = \sqrt{\frac{GM}{5R_з}} = \frac{V_{1з}}{\sqrt{5}}$$

Получаем уравнение относительно ΔV:

$$5\Delta V^2 - {V_{1з}}^2 = 0,$$

решением которого является

$$\Delta V = V_{1з}\frac{1}{\sqrt{5}} \approx 3{,}53 \text{ км/с}$$