

**Задача 1.** (5 баллов)

Доказать, что  $A$  делится на 13, если  $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2019}$

**Задача 2.** (10 баллов) Решить уравнение

$$\frac{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{2x - \sqrt{3}} + 4} - 4} + 4}{1} = 2 + \sqrt{3}.$$

**Задача 3.** (15 баллов) Диагонали  $AC$  и  $BD$  трапеции  $ACBD$  пересекаются в точке  $O$ . Площади треугольников  $AOD$  и  $BOC$  равны соответственно  $16 \text{ см}^2$  и  $9 \text{ см}^2$ . Найти площадь трапеции.

**Задача 4.** (20 баллов)

В доме 320 квартир. Однокомнатные квартиры составляют более 12%, но менее 13% от общего числа квартир. 60% от оставшихся были двухкомнатные квартиры, остальные – трехкомнатные. Определить какое количество процентов от общего числа квартир этого дома составили трехкомнатные квартиры.

**Задача 5.** (20 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 + 5x - 9y + 4 = 0, \\ x^2 - y^2 - 5 = 0. \end{cases}$$

**Задача 6.** (30баллов) Наудачу выбирают число  $a$  из промежутка  $[-6; 6]$ . Найти вероятность того, что уравнение  $x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 9 = 0$  имеет два положительных корня.

**Задача 1.** (5 баллов) Решить уравнение

$$\frac{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{2x - \sqrt{3}} + 4} - 4} + 4}{1} = 2 + \sqrt{3}.$$

**Задача 2.** (10 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 + 5x - 9y + 4 = 0, \\ x^2 - y^2 - 5 = 0. \end{cases}$$

**Задача 3.** (15 баллов)

Доказать, что  $A < B$ , если  $A = 2018^{2020} \cdot 2020^{2018}$ ,  $B = 2019^{2 \cdot 2019}$ .

**Задача 4.** (20 баллов)

Диагонали  $AC$  и  $BD$  трапеции  $ACBD$  пересекаются в точке  $O$ . Площади треугольников  $AOD$  и  $BOC$  равны соответственно  $16 \text{ см}^2$  и  $9 \text{ см}^2$ . Найти площадь трапеции.

**Задача 5.** (20 баллов)

Из города  $A$  в город  $B$  выехал курьер с корреспонденцией. Через 20 минут ему вдогонку отправили второго курьера. Он двигался со скоростью  $45 \text{ км/ч}$ . После встречи с коллегой второй курьер немедленно повернул обратно. К моменту прибытия первого курьера в город  $B$ , второй достиг лишь середины пути от места встречи до города  $A$ . С какой скоростью передвигался первый курьер, если расстояние между городами составляет  $40 \text{ км}$ .

**Задача 6.** (30 баллов) Найти минимальное значение функции

$$f(x) = \frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{2\sqrt{2} \cdot (\sin x - \cos x) \cdot \cos 8x - \cos 16x - 7}.$$



## Математика. 11 класс

### Вариант 31

#### Задача 1. (5 баллов)

Упростить выражение  $A$ , если  $A = 2 + 22 + 222 + \dots + \underbrace{222\dots 2}_n$ .

#### Задача 2. (10 баллов)

Доказать, что  $A < B$ , если  $A = 2018^{2020} \cdot 2020^{2018}$ ,  $B = 2019^{2 \cdot 2019}$ .

#### Задача 3. (15 баллов)

Наудачу выбирают число  $a$  из промежутка  $[-6; 6]$ . Найти вероятность того, что уравнение  $x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 9 = 0$  имеет два положительных корня.

**Задача 4.** (20 баллов) Найти все пары вещественных чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} (2 - \sqrt{3})^x = 3^y + 4^y, \\ \sqrt{-x^2 - 3xy - y^2} = 2y + \frac{x}{2}. \end{cases}$$

#### Задача 5. (20 баллов)

Из города  $A$  в город  $B$  выехал курьер с корреспонденцией. Через 20 минут ему вдогонку отправили второго курьера. Он двигался со скоростью 45 км/ч. После встречи с коллегой второй курьер немедленно повернул обратно. К моменту прибытия первого курьера в город  $B$ , второй достиг лишь середины пути от места встречи до города  $A$ . С какой скоростью передвигался первый курьер, если расстояние между городами составляет 40 км.

#### Задача 6. (30 баллов)

Определить, какую наименьшую площадь может иметь фигура на плоскости  $Oxy$ , расположенная между прямыми  $x = -3$  и  $x = 1$ , ограниченная снизу осью  $Ox$ , сверху касательной к графику функции  $y = 160 - x^4$  с абсциссой  $x_0$  точки касания из промежутка  $[-3; 1]$ .