

Задача 1. (5 баллов)

Найти значение выражения A при $n = 1 - \sqrt{505}$, если

$$A = \frac{8 - n^3}{2 + n} : \left(2 + \frac{n^2}{2 + n} \right) + \frac{n^2}{n - 2} \cdot \frac{4 - n^2}{n^2 + 2n}.$$

Задача 2. (10 баллов) Решить уравнение

$$4 - \frac{1}{4 - \frac{1}{4 - \frac{1}{2x - \sqrt{3}}}} = 2 - \sqrt{3}.$$

Задача 3. (15 баллов) Среднее арифметическое двух положительных чисел p и q в m раз больше их среднего гармонического. Доказать, что

$$\left(\frac{p}{q} \right)^2 = \frac{2m - 1 + 2\sqrt{m^2 - m}}{2m - 1 - 2\sqrt{m^2 - m}}$$

Задача 4. (20 баллов)

Точка N лежит на гипотенузе прямоугольного равнобедренного треугольника ABC . Точка M принадлежит продолжению катета AB , причем угол MNC прямой. Площадь треугольника MNC составляет $\frac{5}{18}$ площади треугольника ABC . Определить, в какой пропорции точка N делит сторону AC .

Ответ. 5.

Задача 5. (20 баллов) В первый год разработки месторождения было добыто 400 тыс. т нефти. В течение ряда последующих лет объем добычи увеличивался ежегодно на 50%, а затем в течение 9 лет не менялся. Общий объем добытой нефти составил 35млн 650 тыс. т. Определить, сколько всего лет разрабатывалось месторождение.

Задача 6. (30 баллов)

Наудачу выбирают число a из $[-6; 6]$. Определите вероятность того, что уравнение $x^2 - 2(a + 1)x + a^2 - 9 = 0$ имеет два отрицательных корня.

Задача 1. (5 баллов)

Найти значение выражения A при $x = 1111, \overbrace{111 \dots 12}^{2019}$, $y = 907, \overbrace{888 \dots 88}^{2020}$, если

$$A = \frac{y^2 + xy - \sqrt[4]{x^5 y^3} - \sqrt[4]{xy^7}}{\sqrt[4]{y^5} - \sqrt[4]{x^2 y^3}} \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}).$$

Задача 2. (10 баллов)

Доказать, что $A < B$, если

$$A = \frac{\sin 2018^\circ}{\sin 2019^\circ}, \quad B = \frac{\sin 2020^\circ}{\sin 2021^\circ}.$$

Задача 3. (15 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 - 8xy + 4y^2 = 0, \\ x^2 + y^2 + 13(x - y) = 0. \end{cases}$$

Задача 4. (20 баллов)

В первый год разработки месторождения было добыто 400 тыс. т нефти. В течение ряда последующих лет объем добычи увеличивался ежегодно на 50%, а затем в течение 9 лет не менялся. Общий объем добытой нефти составил 35 млн 650 тыс. т. Определить, сколько всего лет разрабатывалось месторождение.

Задача 5. (20 баллов)

Две геометрические прогрессии состоят из одинакового числа членов. Первый член первой прогрессии равен 20, а знаменатель 0,75; во второй прогрессии первый член и знаменатель соответственно равны 4 и $\frac{2}{3}$. Если перемножить члены этих прогрессий с одинаковыми номерами, то сумма таких произведений составит 158,75. Найти число членов этих прогрессий.

Задача 6. (30 баллов) Три параллельные прямые касаются сферы радиуса 6 см и центром в точке Q в точках M , N и P . Площадь треугольника MNP больше 36 см^2 , площадь треугольника $\triangle QNP$ равна 9 см^2 . Найти угол NMP .

Задача 1. (5 баллов)

Найти значение выражения A , если

$$A = 1919 \cdot \left(\frac{1}{1919 \cdot 1920} + \frac{1}{1920 \cdot 1921} + \dots + \frac{1}{2018 \cdot 2019} \right).$$

Задача 2. (10 баллов)

В доме 720 квартир. Однокомнатные квартиры составляют более 12%, но менее 13% от общего числа квартир. 60% от оставшихся были двухкомнатные квартиры, остальные – трехкомнатные. Определить какое количество процентов от общего числа квартир этого дома составили двухкомнатные квартиры.

Задача 3. (15 баллов)

Наудачу выбирают число a из промежутка $[-6; 6]$. Найти вероятность того, что уравнение $x^2 - 2(a + 1)x + a^2 - 9 = 0$ имеет два отрицательных корня.

Задача 4. (20 баллов)

Найти все пары вещественных чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} (3 - \sqrt{8})^x = 8^y + 9^y, \\ \sqrt{-x^2 - 3xy - y^2} = 2y + \frac{x}{2}. \end{cases}$$

Задача 5. (20 баллов)

Газопровод разбит на несколько участков. На каждом участке работает одинаковое число работников. Известно, что число работников находящихся на одном участке, превышает число участков на 14. Когда 15 человек пришли на первый участок, а с остальных участков ушло по 15 человек, число работников на первом участке стало равным числу работников, оставшихся на всех остальных участках. Определить число участков газопровода.

Задача 6. (30 баллов) Найти радиус цилиндра с наибольшей полной поверхностью, вписанного в круговой конус высотой 20 см и радиусом основания 10 см.