

**Задача 1.** (5 баллов)

Доказать, что  $A$  делится на 31, если  $A = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2019}$ .

**Задача 2.** (10 баллов) Решить уравнение

$$4 - \frac{1}{4 - \frac{1}{4 - \frac{1}{2x - \sqrt{3}}}} = 2 - \sqrt{3}.$$

**Задача 3.** (15 баллов) Диагонали  $AC$  и  $BD$  трапеции  $ACBD$  пересекаются в точке  $O$ . Площади треугольников  $AOD$  и  $BOC$  равны соответственно  $25 \text{ см}^2$  и  $16 \text{ см}^2$ . Найти площадь трапеции.

**Задача 4.** (20 баллов) В доме 720 квартир. Однокомнатные квартиры составляют более 12%, но менее 13% от общего числа квартир. 60% от оставшихся были двухкомнатные квартиры, остальные – трехкомнатные. Определить какое количество процентов от общего числа квартир этого дома составили двухкомнатные квартиры.

**Задача 5.** (20 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 - 8xy + 4y^2 = 0, \\ x^2 + y^2 + 13(x - y) = 0. \end{cases}$$

**Задача 6.** (30 баллов) Наудачу выбирают число  $a$  из промежутка  $[-6; 6]$ . Определите вероятность того, что уравнение  $x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 9 = 0$  имеет два отрицательных корня.

**Задача 1.** (5 баллов) Решить уравнение

$$4 - \frac{1}{4 - \frac{1}{4 - \frac{1}{2x - \sqrt{3}}}} = 2 - \sqrt{3}.$$

**Задача 2.** (10 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 - 8xy + 4y^2 = 0, \\ x^2 + y^2 + 13(x - y) = 0. \end{cases}$$

**Задача 3.** (15 баллов)

Доказать, что  $A < B$ , если  $A = 2017^{2019} \cdot 2019^{2017}$ ,  $B = 2018^{2 \cdot 2018}$ .

**Задача 4.** (20 баллов)

Диагонали  $AC$  и  $BD$  трапеции  $ACBD$  пересекаются в точке  $O$ . Площади треугольников  $AOD$  и  $BOC$  равны соответственно  $25 \text{ см}^2$  и  $16 \text{ см}^2$ . Найти площадь трапеции.

**Задача 5.** (20 баллов)

Из города  $A$  в город  $B$  выехал автобус. Через 20 минут ему вдогонку выехал автомобиль. Автомобиль двигался со скоростью 45 км/ч. После встречи с автобусом автомобиль немедленно повернул обратно. К моменту прибытия автобуса в город  $B$ , автомобиль достиг лишь середины пути от места встречи до города  $A$ . Определить с какой скоростью двигался автобус, если расстояние между городами составляет 40 км.

**Задача 6.** (30 баллов) Найти минимальное значение функции

$$f(x) = \frac{\sin(x - \frac{\pi}{6})}{2(\sqrt{3} \cdot \sin x - \cos x) \cdot \cos 3x - \cos 6x - 7}.$$

**Задача 1.** (5 баллов)

Упростить выражение  $A$ , если  $A = 7 + 77 + 777 + \dots + \underbrace{777\dots 7}_n$ .

**Задача 2.** (10 баллов)

Доказать, что  $A < B$ , если  $A = 2017^{2019} \cdot 2019^{2017}$ ,  $B = 2018^{2 \cdot 2018}$ .

**Задача 3.** (15 баллов)

Наудачу выбирают число  $a$  из промежутка  $[-6; 6]$ . Найти вероятность того, что уравнение  $x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 9 = 0$  имеет два отрицательных корня.

**Задача 4.** (20 баллов)

Найти все пары вещественных чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} (3 - \sqrt{8})^x = 8^y + 9^y, \\ \sqrt{-x^2 - 3xy - y^2} = 2y + \frac{x}{2}. \end{cases}$$

**Задача 5.** (20 баллов)

Из города  $A$  в город  $B$  выехал автобус. Через 20 минут ему вдогонку выехал автомобиль. Автомобиль двигался со скоростью 45 км/ч. После встречи с автобусом автомобиль немедленно повернул обратно. К моменту прибытия автобуса в город  $B$ , автомобиль достиг лишь середины пути от места встречи до города  $A$ . Определить, с какой скоростью двигался автобус, если расстояние между городами составляет 40 км.

**Задача 6.** (30 баллов)

Определить, какую наименьшую площадь может иметь фигура на плоскости  $Oxy$ , расположенная между прямыми  $x = -3,5$  и  $x = 1,5$ , ограниченная снизу осью  $Ox$ , сверху касательной к графику функции  $y = 156 - x^4$  с абсциссой  $x_0$  точки касания из промежутка  $[-3,5; 1,5]$ .