Математика. 9 класс

Вариант 11

Задача 1. (5 баллов) Найти значение выражения X при $a=-\frac{1}{2020}$, если

$$X=\left(\frac{1}{2-6a}+\frac{1}{27a^3-1}:\frac{1+3a}{1+3a+9a^2}\right)\cdot\frac{2+6a}{a}$$

Задача 2. (10 баллов) Найти два различных корня x_1, x_2 уравнения $x^2-6bx+c=0$, если числа b, x_1, x_2, c образуют геометрическую прогрессию.

Задача 3. (15 баллов) Среднее геометрическое двух положительных чисел a и b в n раз меньше их среднего арифметического. Доказать, что

$$\frac{a}{b}=\frac{n+\sqrt{n^2-1}}{n-\sqrt{n^2-1}}.$$

Задача 4. (20 баллов) Точка P лежит на гипотенузе прямоугольного равнобедренного треугольника ABC. Точка F принадлежит катету AB, причем угол FPC прямой. Площадь треугольника FPC составляет $\frac{3}{8}$ площади треугольника ABC. Определить, в какой пропорции точка P делит сторону AC.

Задача 5. (20 баллов) Найти все целые значения переменной x, при которых значение $b=2$ удовлетворяет неравенству:

$$\frac{b^2}{x^2-x+b+1}+\frac{b}{b+x-5}\le\frac{bx^2-bx-b^3-5}{(x^2-x+2b-1)(1-b^2+x)}.$$

Задача 6. (30 баллов) В детский сад привезли мороженое четырех видов. Каждый ребенок должен был получить одну порцию мороженого. Ребята сами выбирали мороженое. Оказалось, что число выбранных порций каждого вида равно цене в копейках одной порции этого же вида. Число выбранных порций второго вида больше числа выбранных порций первого вида на столько, на сколько число выбранных порций четвертого вида больше числа выбранных порций третьего вида. Порций первого и третьего видов вместе было выбрано на 4 меньше, чем порций второго и четвертого видов. За выбранное детьми мороженое уплатили 4 руб 20 коп. Определить сколько ребят в детском саду.

Математика. 10 класс

Вариант 11

Задача 1. (5 баллов)
Найти значение выражения A при $x = 998,\underbrace{222...2}_{2019}3$, $y = 1021,\underbrace{777...77}_{2020}$, если

$$A = \frac{y^2 + xy - \sqrt[4]{x^5 y^3} - \sqrt[4]{xy^7}}{\sqrt[4]{y^5} - \sqrt[4]{x^2 y^3}} \cdot \left(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}\right).$$

Задача 2. (10 баллов) В первый год разработки месторождения было добыто 600 тыс. т. нефти. В течение ряда последующих лет объем добычи увеличивался ежегодно на 50%, а затем в течение 9 лет не менялся. Общий объем добытой нефти составил 35 млн 250 тыс. т. Определить сколько всего лет разрабатывалось месторождение.

Задача 3. (15 баллов)
Найти все целые значения переменной x, при которых значение $b = 2$ удовлетворяет неравенству:

$$\frac{b^2}{x^2 - x + b + 1} + \frac{b}{b + x - 5} \le \frac{bx^2 - bx - b^3 - 5}{(x^2 - x + 2b - 1)(1 - b^2 + x)}.$$

Задача 4. (20 баллов) Определить при каком значении n область определения функции $f(x) = \sqrt{x - 7} - \sqrt{n - 4x - x^2}$ состоит из одной точки.

Задача 5. (20 баллов) В детский сад привезли мороженое четырех видов. Каждый ребенок должен был получить одну порцию мороженого. Ребята сами выбирали мороженое. Оказалось, что число выбранных порций каждого вида равно цене в копейках одной порции этого же вида. Число выбранных порций второго вида больше числа выбранных порций первого вида на столько, на сколько число выбранных порций четвертого вида больше числа выбранных порций третьего вида. Порций первого и третьего видов вместе было выбрано на 4 меньше, чем порций второго и четвертого видов. За выбранное детьми мороженое уплатили 4 руб 20 коп. Определить сколько ребят в детском саду.

Задание 6. (30 баллов) Три параллельные прямые касаются сферы радиуса 4см и центром в точке O в точках A, B и С. Площадь треугольника ABC больше 16см^2, площадь треугольника OBC равна 4см^2. Найти угол BAC.

Математика. 11 класс

Вариант 11

Задача 1. (5 баллов)

Найти значение выражения A при $x = 1722,\underbrace{222\ldots2}_{2019}3$, $y = 297,\underbrace{777\ldots77}_{2020}$, если

$$A = \frac{y^2 + xy - \sqrt[4]{x^5 y^3} - \sqrt[4]{xy^7}}{\sqrt[4]{y^5} - \sqrt[4]{x^2 y^3}} \cdot \left(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}\right).$$

Задача 2. (10 баллов) Определить число студентов, сдавших экзамен, если известно, что шестая часть из них получила оценку «удовлетворительно», 56% получили оценку «хорошо», а 14 студентов получили оценку «отлично». Отличники составляют более 4%, но менее 5% от искомого числа студентов.

Задача 3. (15 баллов) Найти сумму корней уравнения

$$(\cos 2\pi x - 5\cos \pi x - 2) \cdot \log_3\left(5x - 2 - 2x^2\right) = 0.$$

Задача 4. (20 баллов) Три фермера продавали на рынке поштучно цыплят. Первый привез 12 цыплят, второй – 18, третий – 32 цыпленка. Каждый продал часть товара утром, часть – вечером. Утренняя цена одного цыпленка у всех фермеров была одинаковая, вечерняя тоже, но более низкая. К вечеру весь товар был распродан, и дневная выручка у всех оказалась одинаковой: 1700 условных единиц (за утро и вечер). Найти суммарную вечернюю выручку всех фермеров в условных единицах.

Задача 5. (20 баллов) Три параллельные прямые касаются сферы радиуса 4см и центром в точке O в точках A, B и С. Площадь треугольника ABC больше 16см^2, площадь треугольника OBC равна 4см^2. Найти угол BAC.

Задача 6. (30 баллов) Найти наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{(x-1)^2 + 1} + \sqrt{(x-4)^2 + 4}.$$