

Задача 1. (5 баллов) Найти значение выражения X при $a = -\frac{1}{2020}$, если

$$X = \left(\frac{1}{2-6a} + \frac{1}{27a^3-1} : \frac{1+3a}{1+3a+9a^2} \right) \cdot \frac{2+6a}{a}.$$

Задача 2. (10 баллов) Решить уравнение

$$\frac{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{2x-\sqrt{3}}+4}-4}+4}{2x-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}.$$

Задача 3. (15 баллов) Среднее геометрическое двух положительных чисел a и b в n раз меньше их среднего арифметического. Доказать, что

$$\frac{a}{b} = \frac{n + \sqrt{n^2 - 1}}{n - \sqrt{n^2 - 1}}$$

Задача 4. (20 баллов)

Точка P лежит на гипотенузе прямоугольного равнобедренного треугольника ABC . Точка F принадлежит катету AB , причем угол FPC прямой. Площадь треугольника FPC составляет $\frac{3}{8}$ площади треугольника ABC . Определить, в какой пропорции точка P делит сторону AC .

Задача 5. (20 баллов)

В первый год разработки месторождения было добыто 600 тыс. т нефти. В течение ряда последующих лет объем добычи увеличивался ежегодно на 50%, а затем в течение 9 лет не менялся. Общий объем добытой нефти составил 35 млн 250 тыс. т. Определить, сколько всего лет разрабатывалось месторождение.

Задача 6. (30 баллов)

Наудачу выбирают число a из промежутка $[-6; 6]$. Найти вероятность того, что уравнение $x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 9 = 0$ имеет два положительных корня.

Задача 1. (5 баллов) Найти значение выражения A при $x = 998, \underbrace{222\dots 23}_{2019}$,
 $y = 1021, \underbrace{777\dots 77}_{2020}$, если

$$A = \frac{y^2 + xy - \sqrt[4]{x^5 y^3} - \sqrt[4]{xy^7}}{\sqrt[4]{y^5} - \sqrt[4]{x^2 y^3}} \cdot (\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}).$$

Задача 2. (10 баллов)
Доказать, что $A < B$, если

$$A = \frac{\cos 2018^\circ}{\cos 2019^\circ}, \quad B = \frac{\cos 2020^\circ}{\cos 2021^\circ}.$$

Задача 3. (15 баллов) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 + 5x - 9y + 4 = 0, \\ x^2 - y^2 - 5 = 0. \end{cases}$$

Задача 4. (20 баллов)

В первый год разработки месторождения было добыто 600 тыс. т нефти. В течение ряда последующих лет объем добычи увеличивался ежегодно на 50%, а затем в течение 9 лет не менялся. Общий объем добытой нефти составил 35млн 250тыс. т. Определить, сколько всего лет разрабатывалось месторождение.

Задача 5. (20 баллов) Числа, равные произведениям первого члена арифметической прогрессии на второй, второго на третий и третьего на первый в указанном порядке образуют геометрическую прогрессию. Найти ее знаменатель.

Задача 6. (30 баллов)

Три параллельные прямые касаются сферы радиуса 4см с центром в точке O в точках A , B и C . Площадь треугольника ABC больше 16см^2 , площадь треугольника OBC равна 4см^2 . Найти угол BAC .

Задача 1. (5 баллов)

Найти значение выражения A , если

$$A = \left(\frac{1}{1919 \cdot 1920} + \frac{1}{1920 \cdot 1921} + \dots + \frac{1}{2018 \cdot 2019} \right) \cdot 19,20.$$

Задача 2. (10 баллов)

В доме 320 квартир. Однокомнатные квартиры составляют более 12%, но менее 13% от общего числа квартир. 60% от оставшихся были двухкомнатные квартиры, остальные – трехкомнатные. Определить какое количество процентов от общего числа квартир этого дома составили трехкомнатные квартиры.

Задача 3. (15 баллов)

Наудачу выбирают число a из $[-6; 6]$. Найти вероятность того, что уравнение $x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 9 = 0$ имеет два положительных корня.

Задача 4. (20 баллов) Найти все пары вещественных чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе уравнений

$$\begin{cases} (2 - \sqrt{3})^x = 3^y + 4^y, \\ \sqrt{-x^2 - 3xy - y^2} = 2y + \frac{x}{2}. \end{cases}$$

Задача 5. (20 баллов)

Газопровод разбит на несколько участков. На каждом участке работает одинаковое число работников. Известно, что число работников находящихся на одном участке, превышает число участков на 12. Когда 15 человек пришли на первый участок, а с остальных участков ушло по 15 человек, число работников на первом участке стало равным числу работников, оставшихся на всех остальных участках. Определить число участков газопровода.

Задача 6. (30 баллов) Найти радиус кругового конуса наибольшего объема, если площадь его боковой поверхности равна $S = \pi\sqrt{3} \text{ см}^2$.