Математика. 9 класс

Вариант 12

Задача 1. (5 баллов) Найти значение выражения A при $n=1-\sqrt{505}$, если

$$A=\frac{8-n^3}{2+n}:\left(2+\frac{n^2}{2+n}\right)+\frac{n^2}{n-2}\cdot\frac{4-n^2}{n^2+2n}.$$

Задача 2. (10 баллов) Найти два различных корня x_1, x_2 уравнения $x^2-20bx+c=0$, если числа b, x_1, x_2, c образуют геометрическую прогрессию.

Задача 3. (15 баллов) Среднее арифметическое двух положительных чисел p и q в m раз больше их среднего гармонического. Доказать, что

$$\left(\frac{p}{q}\right)^2=\frac{2m-1+2\sqrt{m^2-m}}{2m-1-2\sqrt{m^2-m}}.$$

Задача 4. (20 баллов) Точка N лежит на гипотенузе прямоугольного равнобедренного треугольника ABC. Точка M принадлежит продолжению катета AB, причем угол MNC прямой. Площадь треугольника MNC составляет $\frac{5}{18}$ площади треугольника ABC. Определить, в какой пропорции точка N делит сторону AC.

Задача 5. (20 баллов) Найти все целые значения переменной x, при которых значение $b=5$ удовлетворяет неравенству:

$$\frac{1}{x+2b}\le\frac{x}{x^2-bx+3x+b-1}+\frac{b^2-3bx-2x-17}{(bx-4x+3b-5)(x^2+bx-7x-b+9)}.$$

Задача 6. (30 баллов) На школьную елку привезли новогодние подарки четырех видов. Каждый школьник должен был получить один подарок. Ребята сами выбирали подарки. Оказалось, что число выбранных подарков каждого вида равно цене в рублях одного подарка этого же вида. Число выбранных подарков второго вида больше числа выбранных подарков первого вида на столько, насколько число выбранных подарков четвертого вида больше числа выбранных подарков третьего вида. Подарков первого и третьего видов вместе было выбрано на 4 меньше, чем подарков второго и четвертого видов. За выбранные школьниками подарки уплатили 420 руб. Определить, сколько школьников присутствовало на елке.

Математика. 10 класс

Вариант 12

Задача 1. (5 баллов) Найти значение выражения A при $x = 1111,\underbrace{111...12}_{2019}$,

$y = 907,\underbrace{888...88}_{2020}$, если $A = \dfrac{y^2 + xy - \sqrt[4]{x^5 y^3} - \sqrt[4]{xy^7}}{\sqrt[4]{y^5} - \sqrt[4]{x^2 y^3}} \cdot \left(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}\right)$.

Задача 2. (10 баллов) В первый год разработки месторождения было добыто 400 тыс. т. нефти. В течение ряда последующих лет объем добычи увеличивался ежегодно на 50%, а затем в течение 9 лет не менялся. Общий объем добытой нефти составил 35 млн 650 тыс. т. Определить, сколько всего лет разрабатывалось месторождение.

Задача 3. (15 баллов) Найти все целые значения переменной x, при которых значение $b = 5$ удовлетворяет неравенству:

$$\frac{1}{x+2b} \le \frac{x}{x^2 - bx + 3x + b - 1} + \frac{b^2 - 3bx - 2x - 17}{(bx - 4x + 3b - 5)(x^2 + bx - 7x - b + 9)}.$$

Задача 4. (20 баллов) Определить при каком значении m область определения функции $f(x) = \sqrt{2mx - x^2 + 5} + \sqrt{1-x}$ состоит из одной точки.

Задача 5. (20 баллов) На школьную елку привезли новогодние подарки четырех видов. Каждый школьник должен был получить один подарок. Ребята сами выбирали подарки. Оказалось, что число выбранных подарков каждого вида равно цене в рублях одного подарка этого же вида. Число выбранных подарков второго вида больше числа выбранных подарков первого вида на столько, насколько число выбранных подарков четвертого вида больше числа выбранных подарков третьего вида. Подарков первого и третьего видов вместе было выбрано на 4 меньше, чем подарков второго и четвертого видов. За выбранные школьниками подарки уплатили 420 руб. Определить, сколько школьников присутствовало на елке.

Задача 6. (30 баллов) Три параллельные прямые касаются сферы радиуса 6см и центром в точке Q в точках M, N и Р. Площадь треугольника MNP больше 36см^2, площадь треугольника QNP равна 9см^2. Найти угол NMP.

Математика. 11 класс

Вариант 12

Задача 1. (5 баллов) Найти значение выражения A при $x = 1653,\underbrace{111\ldots12}_{2019}$, $y = 365,\underbrace{888\ldots88}_{2020}$, если $A = \dfrac{y^2 + xy - \sqrt[4]{x^5 y^3} - \sqrt[4]{xy^7}}{\sqrt[4]{y^5} - \sqrt[4]{x^2 y^3}} \cdot \left(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y}\right)$.

Задача 2. (10 баллов) Определить число студентов, сдавших экзамен, если известно, что восьмая часть из них получила оценку «удовлетворительно», 60% получили оценку «хорошо», а 15 человек получили оценку «отлично». Отличники составляют более 5%, но менее 6% от искомого числа студентов.

Задача 3. (15 баллов) Найти сумму корней уравнения

$$(\cos 2\pi x + 7\sin \pi x + 3) \cdot \log_2\left(12x - 5 - 4x^2\right) = 0.$$

Задача 4. (20 баллов) Три фермера продавали на рынке поштучно цыплят. Первый привез 14 цыплят, второй – 24, третий – 38 цыплят. Каждый продал часть товара утром, часть – вечером. Утренняя цена одного цыпленка у всех фермеров была одинаковая, вечерняя тоже, но более низкая. К вечеру весь товар был распродан, и дневная выручка у всех оказалась одинаковой: 1200 условных единиц (за утро и вечер). Найти суммарную утреннюю выручку всех фермеров в условных единицах.

Задача 5. (20 баллов) Три параллельные прямые касаются сферы радиуса 6см и центром в точке Q в точках M, N и Р. Площадь треугольника MNP больше 36см^2, площадь треугольника QNP равна 9см^2. Найти угол NMP.

Задача 6. (30 баллов) Найти наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{(x-3)^2 + 1} + \sqrt{(x-2)^2 + 4}.$$