

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12022

Класс 9 Вариант 6 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания ТПУ

Площадка написания							7	8	9	10	Σ	Подпись
Задача	1	2	3	4	5	6	0	15	0	15		
							Цифрой	Прописью				
Оценка	5	5	5	5	10	0	60	шестьдесят				

- ① Составили таблицу по условию задачи, где v - скорость наполнения, а t - время наполнения, обозначили за X - время наполнения бассейна 2-ой трубой

труба №	A	v	t
1	1	$\frac{1}{0,5x}$	$0,5x$
2	1	$\frac{1}{0,5x+6}$	$0,5x+6$
2	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3x}$	X

Приравняем:

$$\frac{1}{0,5x+6} = \frac{2}{3x}$$

Решим пропорцию:

$$3x = X + 12$$

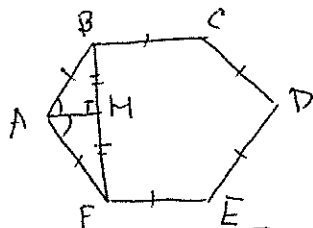
$$2x = 12$$

$$x = 6$$

П.к. время наполнения бассейна 1-ой трубой равно $0,5x$, то оно равно $0,5 \cdot 6 = 3$ ч.

Ответ: первая труба наполняет бассейн за 3 ч. v

2.



Построим $\triangle ABF$, где BF - меньшая диагональ шестигр.
 П.к. $ABCDEF$ - правильный, то $AB = AF \Rightarrow \triangle ABF$ - равнобедрен-
 ный. Проведем высоту AM , которая будет в то же время
 являться медианой и биссектрисой (св-во равноб. $\triangle$).
 Вычислим $\angle A$ сумма углов вычисляется по формуле
 $180(n-2)$. $n=6$ сумма углов равна 720 . П.к. углов 6 ,
 то каждый угол $= 120^\circ$. $BF = 2\sqrt{3}$ $BM = \frac{1}{2}BF = \sqrt{3}$

Рассмотрим $\triangle ABM$.

$\angle AMB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABM$ прямоуго.

$\angle BAM = 120 : 2 = 60^\circ$.

$\angle ABM = 90 - 60 = 30^\circ$.

$BM = \sqrt{3}$.

Обозначим катет AM за $0,5x$, а гипотенузу AB за x .
 (п.к. катет, лежащий против угла в 30° равен половине гипот.)

По теореме Пифагора:

$$AB^2 = BM^2 + AM^2 \quad x^2 = 0,25x^2 + 3 \quad 0,75x^2 = 3 \quad x^2 = \frac{3}{0,75} = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4} \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -2 \text{ - не подходит по условию задачи}$$

$$P = AB \cdot 6 \quad P = 2 \cdot 6 = 12$$

Ответ: $P_{ABCDEF} = 12$ см $\checkmark$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}$$

ШИФР 12022

3.
$$\left(\frac{a^{-\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}}}{3 \cdot a^{\frac{3}{2}}} \right)^{-\frac{3}{5}}$$

Первым действием сделаем:

$$a^{-\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}} = a^{-\frac{4}{3} + \frac{5}{6}} = a^{-\frac{8}{6} + \frac{5}{6}} = a^{-\frac{3}{6}} = a^{-\frac{1}{2}}$$

Вторым:

$$\frac{a^{-\frac{1}{2}}}{3 \cdot a^{\frac{3}{2}}} = \frac{a^{(-\frac{1}{2} - \frac{3}{2})}}{3} = \frac{a^{-2}}{3}$$

Третьим:

$$\left(\frac{a^{-2}}{3} \right)^{-\frac{3}{5}} = \frac{a^{-2 \cdot (-\frac{3}{5})}}{3^{-\frac{3}{5}}} = \frac{a^{\frac{6}{5}}}{3^{-\frac{3}{5}}}$$

Подставим вместо a 9.

$$\frac{9^{\frac{6}{5}}}{3^{-\frac{3}{5}}} = \frac{(3^2)^{\frac{6}{5}}}{3^{-\frac{3}{5}}} = \frac{3^{\frac{12}{5}}}{3^{-\frac{3}{5}}} = 3^{\left(\frac{12}{5} - (-\frac{3}{5})\right)} = 3^{\frac{15}{5}} = 3^3 = 27$$

Ответ: значение выражения равно 27.

5. П.к. из пятизначного числа мы получили четверёзачное, то буква П-цифра 1.

П.к. число кратно 2, то Т-чётное число

Буквы О, Л, Е, Т не равняются 1.

Единственными числами, при которых выражение

ПОЛЕТ: 2 = ЛЕТО является ~~16842~~. 17894

П-1 О-8 Л-8 Е-9 Т-4

~~16842 : 2 = 842~~

$$17894 : 2 = 8947$$

Ответ: $17894 : 2 = 8947$

10). Обозначим за x - ~~массу~~ процент содержания цинка в 1-ом сплаве. и во 2-ом

$$150x + 250x = 400 \cdot 0,3$$

$$400x = 120$$

$$x = 0,3$$

Процент содержания цинка во 2-ом сплаве равен 30%.
Найдём процент олова во втором сплаве.

$$100 - 26 - 30 = 44\%$$

Найдём массу.

$$100\% - 250 \text{ кг}$$

$$44\% - x \text{ кг}$$

$$x = \frac{250 \cdot 44}{100} = 110 \text{ кг}$$

Найдём массу в первом сплаве:

$$100\% - 150 \text{ кг}$$

$$40\% - x \text{ кг}$$

$$x = \frac{40 \cdot 150}{100} = 60 \text{ кг}$$

$$110 + 60 = 170 \text{ кг}$$

Ответ: 170 кг олова в новом сплаве.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12022

6. Обозначим за x - общее число учеников, а за y - учеников, повысивших успеваемость.

$$x:100 \cdot y \geq 3,1$$

$$x:100 \cdot y \leq 3,2$$

$$310 \leq x \cdot y \leq 320$$

$$x \geq y$$

Минимальное значение $x \cdot y = 310$
разложим его на простые множители: $310 = 31 \cdot 2 \cdot 5$.
Минимальным количеством учеников в классе может быть 31, а повысившие успеваемость - 10.
Ответ: в этом классе может быть минимум 31 ученик.

8. $2x^2 - 10x + 14 = y$

$$2x^2 - 8x + 14 = y + 2x$$

$$3x(y + 2x) + 4xy = y^2 + 2xy$$

$$y^2 - 6x^2 - 5xy = 0$$

$$D = 25x^2 + 24x^2 = 49x^2$$

$$y_1 = \frac{5x + 7x}{2} = 6x$$

$$y_2 = \frac{5x - 7x}{2} = -x$$

$$2x^2 - 10x + 14 = 6x$$

$$2x^2 - 16x + 14 = 0$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$D = 64 - 28 = 36$$

$$x_1 = \frac{8 + \sqrt{36}}{2} \quad x_2 = \frac{8 - \sqrt{36}}{2}$$

$$2x^2 - 10x + 14 = -x$$

$$2x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$D = 81 - 112 < 0 \quad \text{корней нет}$$

$$\frac{8 + \sqrt{36}}{2} + \frac{8 - \sqrt{36}}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Ответ. сумма
корней уравнения
равна 8.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

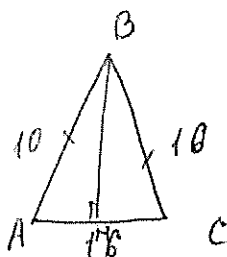
$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 12022

9



Проведём высоту BH.

П.к. $\triangle ABC$ - равнобедренный, то BH
будет высотой, биссектрисой и медианой

$$AH = HC = 8 \text{ см}$$

По теореме Пифагора найдём BH.

$$BH^2 + 64 = 100$$

$$BH = \pm 6$$

-6 не подходит по условию задачи.

$$BH = 6$$

Найдём $S_{\triangle ABC}$:

$$\frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48 \text{ см}^2$$

Радиусы вписанной и описанной окружностей
можно найти по формулам $r = \frac{2S}{a+b+c}$ и $R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$

$$\frac{2 \cdot 48}{10+10+16} + \frac{10 \cdot 10 \cdot 16}{4 \cdot 48} = \frac{2 \cdot 48}{36} + \frac{100}{12} = \frac{32}{12} + \frac{100}{12} = \frac{132}{12} = 11$$

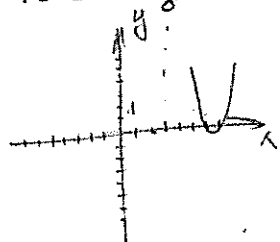
Ответ: сумма радиусов вписанной и описанной окружностей равна 11 см.

40. $\frac{(x^2 - 10x + 21)(x - 6)}{x - 3}$. Выразим в первой скобке полный квадрат. Получим: $\frac{(x^2 - 6x + 9) - 4x + 12}{x - 3} = \frac{(x - 3)^2 - 4(x - 3)}{(x - 3)(x - 3 - 4)} = \frac{(x - 3)^2 - 4(x - 3)}{(x - 3)(x - 7)}$

Подставим: $\frac{(x - 3)(x - 3 - 4)(x - 6)}{x - 3} = x^2 - 6x - 3x + 18 - 4x + 24 =$

$= x^2 - 13x + 42$ - квадратичная функция, график - парабола, ветви вверх

$D = 169 - 168 = 1$ $x_1 = \frac{13+1}{2} = 7$ $x_2 = \frac{13-1}{2} = 6$



$y = m$ будет пересекать функцию при $x = 3$,
т.е. $y = 12$ и в вершине параболы, т.е. при
 $y = -0,25$

Ответ: $y = m$ пересекает график функции в
одной точке при $m = 12; -0,25$.