ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 16736

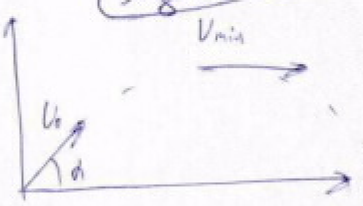
Класс 10 **Вариант** 7 **Дата Олимпиады** 3.03.18

Площадка написания 8 МАОУ СОШ №53

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	5	4	1	3	4	22	двадцать два	

Σ 22

Задача №1



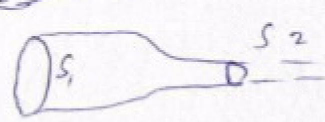
В наивысшей точке скорость тела не имеет вертикальной составляющей и полностью реализуется горизонтальной составляющей, т.е. $V_0\cos\alpha$, где α – угол броска

$$E = \frac{m(V_0\cos\alpha)^2}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{2E}{m}} = V_0\cos\alpha \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2E}{m(\cos\alpha)^2}}$$

Посчитаем численное значение $V_0 = \sqrt{\frac{2\cdot10}{1\,(\frac{1}{2})^2}} = \sqrt{2\cdot10\cdot4} = \sqrt{80}$

5

Задача №2



Для стационарного потока применимы
а) уравнение неразрывности
б) уравнение Бернулли

- Но для начала нужно определить скорость потока V_1 в части с сечением S_1 и V_2 в части с сечением S_2 соответственно.

$M = V\rho$ (объем), $V = V_1 S_1 \tau$ $\Rightarrow$ $M = V_1 S_1 \tau\rho \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{M}{S_1\tau\rho}}$

5

- V_2 найдем из ур-я неразрывности:

$V_1S_1 = V_2S_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1S_1}{S_2} \Rightarrow V_2 = \frac{M}{S_2\tau\rho}$

- Теперь применим уравнение Бернулли для потока

$P_1 + \rho\frac{V_1^2}{2} = P_2 + \rho\frac{V_2^2}{2} \Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right) = \frac{\rho}{2}\left(\left(\frac{M}{S_2\tau\rho}\right)^2 - \left(\frac{M}{S_1\tau\rho}\right)^2\right) =$

$= \frac{\rho}{2}\frac{M^2}{\tau^2\rho^2}\left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2}\right) = \frac{M^2}{2\tau^2\rho}\,\frac{S_1^2 - S_2^2}{(S_1S_2)^2}$

Ответ: $\frac{M^2}{2\tau^2\rho}\,\frac{S_1^2 - S_2^2}{(S_1S_2)^2}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 16736

Задача №3 Т.к. процесс адиабатный => система не обменивается Q с внешней средой и => работа совершается за счет ~~созд~~ изменения внутр. энергии U

$A + \Delta U = 0$ $A + (U_2 - U_1) = 0$ => $A = U_1 - U_2 = -\Delta U$

В нашем случае совершена работа ΔA.

Из основного ур-я МКТ следует, что $U = \frac{3}{2}\nu RT$ $(T \sim V_{ср}^2)$

$\frac{3}{2}\nu RT - \frac{3}{2}\nu RT' \Rightarrow \frac{3}{2}\nu RT' = \frac{3}{2}\nu RT - \Delta A$ =>

$\Delta A = \frac{3}{2}\nu RT - \frac{3}{2}\nu RT'$

$\Rightarrow T' = T - \frac{\Delta A}{\frac{3}{2}\nu R}$ =>

4 => $\frac{T'}{T} = \frac{T - \frac{\Delta A}{\frac{3}{2}\nu R}}{T} = \sqrt{1 - \frac{\Delta A}{\frac{3}{2}\nu RT}}$

$\vartheta = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$.

Ответ: $\sqrt{1 - \frac{\Delta A}{\frac{3}{2}\nu RT}}$.

Задача №6 Для начала рассчитаем скорость, которую корабль будет иметь на орбите радиусом $5R_З$.

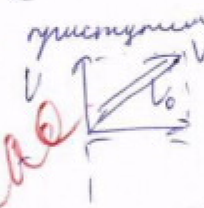
Для 1 к.с.: $\sqrt{\frac{GM}{R_З}} = V_{1.к.с}$ ← первая космич. скорость

$G\frac{Mm}{R_З^2} = m\frac{V_{1.к.с}^2}{R_З}$ =>

Для r орбиты $= 5R_З$ $\sqrt{\frac{GM}{5R_З}} = V_0$ => $V_0 = \frac{V_{1.к.с.}}{\sqrt{5}}$

$G\frac{Mm}{(5R_З)^2} = \frac{mV_0^2}{5R_З}$ => $-G\frac{mM}{R}$.

Теперь приступим собственно к решению задачи. Чтобы преодолеть поле тяготения, корабль должен переместиться на ∞ рас-е от Земли. При этом ~~поле~~ силы притяж. будут совершать над ним некоторую работу, которая пойдет на уменьшение его Ек.



НЕТ ЧИСЛА

При минимальном $V'_{конеч} = 0$ => $A_{тяг} = \frac{mV'^2}{2}$ => $G\,mM\int_{5R_З}^{\infty}\frac{dR}{R^2} = \frac{m(V^2 + \frac{V_{1.к.с}^2}{5})}{2}$

$\int_{5R_З}^{\infty} G\frac{mM}{R^2}\,dR = m\frac{V^2 + V_0^2}{2}$

4 => $2GM\int_{5R_З}^{\infty}\frac{dR}{R^2} = V^2 + \frac{V_{1.к.с}^2}{5}$ => $V = \sqrt{2GM\int_{5R_З}^{\infty}\frac{dR}{R^2} - \frac{V_{1.к.с}^2}{5}} = \sqrt{\frac{2GM}{5R_З} - \frac{V_{1.к.с}^2}{5}} = \sqrt{\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\right)V_{1.к.с}^2} = \frac{V_{1.к.с}}{\sqrt{5}}$?

Ответ:

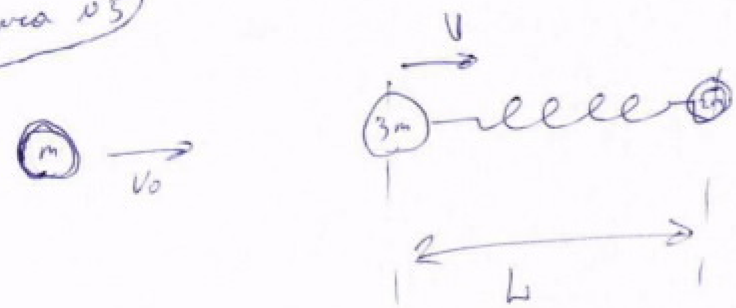
ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 16736

Задача №5



Т.к. удар шаров происходит за очень малое время, а также явл. абсолютно упругим => имеет место ЗСИ и ЗСЭ:

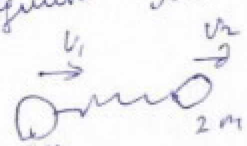
$$\begin{cases} mV_0 = 3mV - mV' \\ \frac{mV_0^2}{2} = \frac{3mV^2}{2} + \frac{mV'^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_0 = 3V - V' \Rightarrow V' = 3V - V_0 \\ V_0^2 = 3V^2 + V'^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_0^2 = 3V^2 + (3V - V_0)^2 = 3V^2 + 9V^2 - 6VV_0 + \cancel{V_0^2} = \cancel{V_0^2}$$

$$12V^2 = 6VV_0$$
$$2V = V_0 \Rightarrow \boxed{V = \frac{V_0}{2}}$$

+

Далее при движении шаров пружина будет деформироваться, тем самым вызывать ускорение одного и замедление другого. Будут справедливы ЗСИ и ЗСЭ.



$\frac{5mV_0^2}{2}$

$$\begin{cases} 3mV = 2mV_2 + 3mV_1 \\ \frac{3mV^2}{2} = \frac{k\Delta l^2}{2} + \frac{3mV_1^2}{2} + \frac{2mV_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} V_2 = \frac{3V - 3V_1}{2} \\ \Delta l^2 = \frac{3mV^2 - 3mV_1^2 - 2mV_2^2}{k} \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3mV^2 - 3mV_1^2 - \frac{9}{2}mV^2 + 9mVV_1 - \frac{9}{2}mV_1^2}{k} =$$

$$= \frac{-\frac{3}{2}mV^2 - \frac{15}{2}mV_1^2 + 9mVV_1}{k} = \frac{-\frac{3}{2}mV^2 + mV_1\left(9V - \frac{15}{2}V_1\right)}{k}$$

3

Т.к. $V_1 < V$ Δl^2 max при $V_1 = \frac{9}{15}V = \frac{3}{5}V$.

Найдем Δl max взяв производную по V_1:
$-15mV_1 + 9mV = 0 \Rightarrow$

Подставим и посчитаем Δl^2

$$k\Delta l^2 = \frac{39mV^2}{10}$$

$$\Delta l = \sqrt{\frac{39mV^2}{10k}} = V\sqrt{\frac{39m}{10k}} = \frac{V_0}{2}\sqrt{\frac{39m}{10k}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_{min} = L - \frac{V_0}{2}\sqrt{\frac{39m}{10k}}$$

Ответ: $L - \frac{V_0}{2}\sqrt{\frac{39m}{10k}}$

ГАЗПРОМ

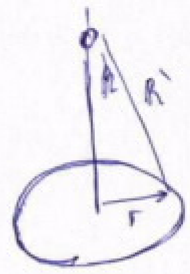
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 16736

Задача №6



Для начала рассмотрим силы, действ. на заряд, наход. на оси на рас-ии R. Пусть σ - линейная плотность заряда.

$$F = \int k \frac{\sigma\, dl\, q}{R'^2} \cos\alpha = \frac{k Q q}{R'^2}\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{R}{R'} \quad \Rightarrow$$

(гор.-е сост.-е взаимокомп.-ся)

$$\Rightarrow \frac{kQq\,R}{R'^3} = \frac{kQq\,R}{(R^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

8

$$W_p = q\cdot\varphi$$

Работа сил отталкивания идет на замедление заряда и ускор.-е кольца. В крайнем случае конеч. скорость заряда — 0 а кольца — некое V'

$$\Rightarrow kQq\int_0^\infty \frac{R}{(R^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{mV_0^2}{2} + \frac{MV'^2}{2}$$

Также выполняется ЗСИ

$$\begin{cases} kQq\int_0^\infty \frac{R}{(R^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{mV_0^2}{2} + \frac{MV'^2}{2} \\ mV = MV' \Rightarrow V' = \frac{m}{M}V \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{mV_0^2}{2} + \frac{MV'^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} + \frac{M\left(\frac{m}{M}V_0\right)^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} + \frac{m^2V_0^2}{2M} = V_0^2\left(\frac{Mm+m^2}{2M}\right)$$

$$\Rightarrow kQq\int_0^\infty \frac{R}{(R^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = V_0^2\left(\frac{Mm+m^2}{2M}\right)$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sqrt{\frac{2M\,kQq}{Mm+m^2}\cdot\int_0^\infty \frac{R}{(R^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}} = V_0}_{\text{Ответ}}$$