



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 9784

Класс _____ Вариант _____ Дата Олимпиады _____

Площадка написания _____

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	5	10	10	0	15	0	0	55	пятьдесят пять	<i>Восителе Н.В.</i>



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

9784

Пусть x — сиамских кошек, тогда
— дингорских,

x — персидских,

$1,5x - 13$ — сибирских, но всего их 77, тогда:

$$x + \frac{x}{2} + 1,5x + (1,5x - 13) = 77 \quad | \cdot 2 ;$$

$$2x + x + 3x + 3x - 26 = 154 ;$$

$$9x = 180 ;$$

$$x = 20, \text{ тогда}$$

Ответ: сиамских — 20,
дингорских — 10,
персидских — 30,
сибирских — 17.

- 8) $(x > 0)$
Стороны треугольника состоят из 2 перпендикуляров к точкам касания окружностей (т.е. радиусы), тогда если x — радиус меньшей окружности, то:
- $(6 + 4 = 10)$ — 1-я сторона,
 $(6 + x)$ — 2-я сторона,
 $(4 + x)$ — 3-я сторона, где 1-я сторона наибольшая, т.к. состоит из наибольших радиусов (большого и среднего), тогда
- $$(6 + x)^2 + (4 + x)^2 = 100; \text{ (по т. Пифагора)}$$
- $$36 + 12x + x^2 + 16 + 8x + x^2 = 100$$
- $$2x^2 + 20x - 48 = 0; | :2$$
- $$x^2 + 10x - 24 = 0; \text{ по т. Виетта: } x = -12 \text{ или } 2, \text{ но } x > 0, \text{ тогда}$$
- Ответ: радиус меньшей окружности $x = 2$

ШИФР

9784

$$(x-3)(x-5) = x(x^2-9);$$

$$-1)(x-3)(x-5) = x(x-3)(x+3);$$

$$x-1)(x-5) = x(x+3);$$

$$x^2 - 5x - x + 5 = x^2 + 3x;$$

$$9x = 5$$

Ответ: $x_1 = \frac{5}{9}; x_2 = 3$ (тогда $0=0$)

+

$$2) \sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1} = 2, ; x \geq 1; x \geq -\frac{1}{3}$$

$$(x-1 \geq 0; 3x+1 \geq 0)$$

$$(\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+1})^2 = 2^2;$$

$$(x-1) + (3x+1) + 2\sqrt{(x-1)(3x+1)} = 4;$$

$$4 - 4x = 2\sqrt{(x-1)(3x+1)};$$

$$(2-2x)^2 = (\sqrt{(x-1)(3x+1)})^2;$$

$$4 + 4x^2 - 8x = (x-1)(3x+1);$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

по т. Виета: $x_1 = 5; x_2 = 1$

+

$x=5$ - не подходит, тогда
(по подстановке)

Ответ: $x=1$

(Композиция двух
возр. функций - возр.
функция, тогда будет
только один корень)
(функция примет $y=2$
только один раз)

3)

$$\frac{2}{x+1} \geq \frac{3}{x+2};$$

$$(x+1 \neq 0, x+2 \neq 0)$$

$$x \neq -1, x \neq -2$$

$$\begin{array}{ccc} x+1 < 0 & x+1 < 0 & x+1 > 0 \\ x+2 < 0 & x+2 > 0 & x+2 > 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} (1) & -2 & (2) & -1 & (3) \end{array}$$

Т.к. Неравенство меняет свой знак
при домножении на отрицательное
число, тогда: (1) - поменяет 2 раза
(2) поменяет 1 раз (3) - поменяет 1 раз

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 9784

3)

$$x \in (-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$$

$$2(x+2) > 3(x+1);$$

$$2x+4 > 3x+3$$

$$x < 1$$

$$x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1]$$

Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1]$

(2) $x \in (-2; -1)$

$$2(x+2) \leq 3(x+1)$$

$$x \geq 1$$

нет решений

4) $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}; x > 0$

$$\log_3 x + \frac{\log_3 x}{\log_3 9} + \frac{\log_3 x}{\log_3 27} = \frac{11}{12};$$

$$\log_3 x + \frac{\log_3 x}{2} + \frac{\log_3 x}{3} = \frac{11}{12} \quad | \cdot 6;$$

$$6 \log_3 x + 3 \log_3 x + 2 \log_3 x = \frac{11}{2};$$

$$11 \log_3 x = \frac{11}{2};$$

$$\log_3 x = \frac{1}{2};$$

$$x = 3^{\frac{1}{2}};$$

$$x = \sqrt{3}$$

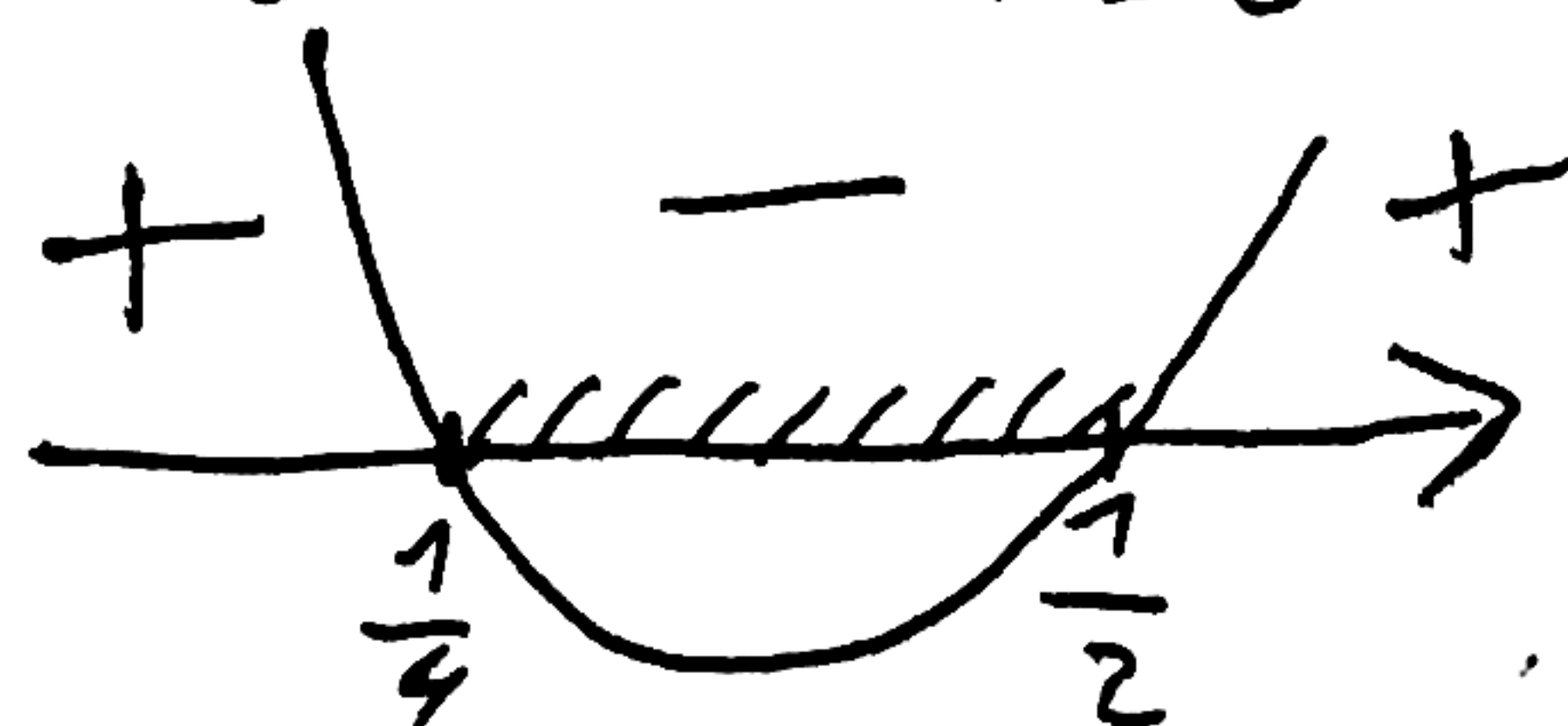
Ответ: $x = \sqrt{3}$

5) $8 \cdot 4^x + 1 \leq 6 \cdot 2^x; t = 2^x$

$$8t^2 - 6t + 1 \leq 0; D = 36 - 4 \cdot 8 = 4 = 2^2$$

$$t = \frac{6 \pm 2}{16};$$

$$t_1 = \frac{1}{4}; t_2 = \frac{1}{2};$$



; $t \in [\frac{1}{4}; \frac{1}{2}]$, тогда

$$\begin{cases} 2^x \geq \frac{1}{4} \\ 2^x \leq \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} 2^x \geq 2^{-2} \\ 2^x \leq 2^{-1} \end{cases}; \begin{cases} x \geq \log_2 \frac{1}{4} \\ x \leq \log_2 \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq -1 \end{cases}.$$

Ответ: $x \in [-2; -1]$