ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14368

Класс 9 Вариант 6 Дата Олимпиады 11.02.2017

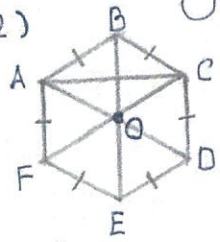
Площадка написания г. Якутск, ул. Кулаковского, 42 Семенов

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	15	5	0	10	10	0	0	15	15	65	шестьдесят пять	

1) Пусть II труба заполняет бассейн за $3x$ часов, тогда I заполняет его за $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 3x = x$ часов

$3x = x + 6 \quad 2x = 6 \quad x = 3$

Ответ: за 3

2) 

$AC = 2\sqrt{3} \quad \angle ABC = \frac{(6-2)\cdot 180^\circ}{6} = 120^\circ$

рассмотрим $\triangle ABC \quad AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cos\angle B$ (по теореме косинусов) $AC^2 = 2AB^2 - 2AB^2\cos 120^\circ = 2AB^2 + AB^2 = 3AB^2 \quad AB^2 = \frac{AC^2}{3} \quad AB = \frac{AC}{\sqrt{3}}$

$AB = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2 \quad P = 6\cdot AB = 12$

Ответ: 12

3) $a = 9 \quad \left(\frac{a^{-\frac{4}{3}}\cdot a^{\frac{5}{6}}}{3\cdot a^{\frac{3}{2}}}\right)^{-\frac{3}{5}} = \left(\frac{a^{\frac{5}{6}-\frac{4}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{3}{2}}}\right)^{-\frac{3}{5}} \quad 3 = 9^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} \quad \left(\frac{a^{-\frac{3}{6}}}{a^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}}\right)^{-\frac{3}{5}} = \left(\frac{a^{-\frac{1}{2}}}{a^2}\right)^{-\frac{3}{5}} =$

$= \left(\frac{1}{\sqrt{a}\,a^2}\right)^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{\frac{1}{(\sqrt{a}a^2)^3}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt[5]{1}}{\sqrt[5]{a^7\sqrt{a}}}} = \sqrt[5]{a^7\sqrt{a}} = \sqrt[5]{9^7\cdot 3} = \sqrt[5]{3^{14}\cdot 3} = 3^3 = 27$

Ответ: 27

4) $y = \frac{(x^2-10x+21)(x-6)}{x-3} = \frac{(x-7)(x-3)(x-6)}{(x-3)} = (x-7)(x-6) \quad \boxed{x \neq 3}$

$y = x^2 - 13x + 42 \quad x_в = \frac{13}{2} \quad y_в = \frac{13^2}{4} - \frac{13^2}{2} + 42 = 42 - \frac{13^2}{2} = 42 - \frac{169}{2} = 42 - 84{,}5 = -42{,}5$

при $m > -42{,}5$ ($m \neq 3$) 2 т. О-ния; при $m < -42{,}5$ 0 т. О-ая; при $m = -42{,}5$ 1 т.

Ответ: $-42{,}5$

7) $|2 + y - \sqrt{x^2 - 2xy + y^2}| + (y^2 - 4y + x^2 + 2x - 21)^2 = 0$ т.к. $|2 + y - \sqrt{(x-y)^2}| \geq 0$ и $(y^2 - 4y + x^2 + 2x - 21)^2 \geq 0$, то они оба равны нулю

$|2 + y - x + y| = 0 \quad 2 + 2y - x = 0 \quad x = 2(1+y) \quad (y^2 - 4y + x^2 + 2x - 21)^2 = 0$

$y^2 - 4y + x^2 + 2x - 21 = 0 \quad y^2 - 4y + 4 + 8y + 4y^2 + 4 + 4y - 21 = 5y^2 + 8y - 13 \quad D_0 = 4^2 - (-13)\cdot 5 = 9^2$

$y_1 = \frac{-4+9}{5} = 1 \quad y_2 = -\frac{13}{5} \quad x_1 = 2(1+y_1) = 4 \quad x_2 = 2(1+y_2) = -1{,}6\cdot 2 = -3{,}2$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 14368

8) $\frac{3x(x^2-4x+7)}{2x^2-10x+14}+\frac{4x(x^2-5x+7)}{2x^2-8x+14}=1$

$2x^2-10x+14=0$ $D<0$; $2x^2-8x+14=0$ $D<0$; при всех x, знаменатели $\neq 0$

$\frac{3x(x^2-4x+7)+4x(x^2-5x+7)}{2(x^2-5x+7)(x^2-4x+7)}=\frac{x(3x^2-12x+21+4x^2-20x+28)}{2(x^2-5x+7)(x^2-4x+7)}=\frac{x(7x^2-32x+49)}{2(x^2-5x+7)(x^2-4x+7)}=1$

$7x^3-32x^2+49x=2x^4-18x^3+28x^2-126x+98$

$2x^4-25x^3+60x^2-175x+98=0$

$2x^4+60x^2+98=25x^3+175x$ $2x^4+60x^2+98=25x(x^2+7)$ $t=x^2$

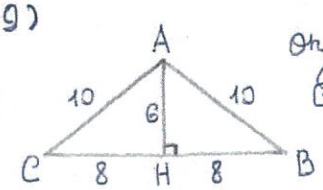
$2t^2+60t+98=25\sqrt{t}(t+7)$ график функции $y=2t^2+60t+98$ парабола

$25\sqrt{t}(t+7)$ - её значение, но у параболы есть ось симметрии, поэтому сумма двух корней будет равна $t_в=-\frac{60}{4}=-15$

$x^2=-15$

Ответ: $\emptyset$ нет решений

9)



опустим высоту AH - она медиана и бисс. в рб Δ-ке

$CH=HB=8$ $AH^2=AB^2-HB^2=36=6^2$ (по т. Пифаг. в ΔAHB)

$S_\Delta=CB\cdot\frac{AH}{2}=48$ $S_\Delta=\frac{P}{2}r$ (r - радиус вп. окр.)

$r=\frac{2S_\Delta}{P}=\frac{96}{36}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$ $S_\Delta=\frac{AB\cdot BC\cdot AC}{4R}$ (R - радиус оп. окр.)

$4R=\frac{1600}{48}=\frac{100}{3}$ $R=\frac{25}{3}=8\frac{1}{3}$ $r+R=11$

Ответ: 11

10) I $0{,}4$ слова x цинка $0{,}6-x$ меди

II $0{,}74$ - x слова x цинка $0{,}26$ меди

$150\text{кг}+250\text{кг}=400\text{кг}$ $150\cdot x+250\cdot x=0{,}3\cdot 400=x\cdot 400$ $x=0{,}3$

$0{,}4\cdot 150\text{кг}+0{,}44\cdot 250\text{кг}=60\text{кг}+\frac{22}{44}\frac{5}{100}250\text{кг}=60\text{кг}+110\text{кг}=170\text{кг}$

Ответ: 170 кг

5) ПОЛЕТ : 2 = ЛЕТО ЛЕТО · 2 = ПОЛЕТ $П\in\{0;1\}$

$$\begin{array}{r} +ЛЕТО \\ +ЛЕТО \\ \hline ПОЛЕТ \end{array}\quad \begin{array}{r} +0000 \\ 0000 \\ \hline 00000 \end{array}\quad \begin{array}{r} +8421 \\ 8421 \\ \hline 16842 \end{array}\quad \begin{array}{r} +6842 \\ 6842 \\ \hline 13684 \end{array}\quad \begin{array}{r} +5263 \\ 5263 \\ \hline 10526 \end{array}\quad \begin{array}{r} +3684 \\ 3684 \\ \hline 14368 \end{array}\quad \begin{array}{r} 2105 \\ 2105 \\ \hline 04210 \end{array}\quad \begin{array}{r} 0526 \\ 0526 \\ \hline 01052 \end{array}\quad \begin{array}{r} 8947 \\ 8947 \\ \hline 17894 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4368 \\ 4368 \\ \hline 14736 \end{array}\quad \begin{array}{r} 5489 \\ 5489 \\ \hline 11578 \end{array}$$

это все возможные комбинации и подходит только одна из них

Ответ: $П=1$; $О=7$; $Л=8$; $Е=9$; $Т=4$

6) $\frac{m}{n}>0{,}031$ $\frac{m}{n}<0{,}032$ для $n=1$, [redacted] $\frac{1}{32}>0{,}031$ $\frac{1}{32}<0{,}032$

$\frac{1}{32}\geq 0{,}0315$ n не может быть меньше Ответ: 32