



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$

$E = mc^2$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 24371

Класс 9 Вариант 2-2 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания ТИУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	4	5	5	2	15	5	20	20	86	восемьдесят шесть	

*attention: все восемьдесят
шесть баллов*

1.

$$1) \frac{5^{\frac{1}{5}}}{4} + \frac{9}{20} = \frac{25}{20} + \frac{9}{20} = \frac{34}{20} = \frac{17}{10}$$

$$2) 2,5 + \frac{1}{3} = \frac{8,5}{3}$$

$$\frac{\frac{5}{4} + \frac{9}{20}}{23-x} = \frac{2,5 + \frac{1}{3}}{21,25} \Leftrightarrow \frac{17}{230-10x} = \frac{8,5^{12}}{3 \cdot 21,25} = \frac{17}{3 \cdot 42,5}$$

$$\frac{17}{230-10x} = \frac{17}{3 \cdot 42,5} \Leftrightarrow 230-10x = 127,5 \Leftrightarrow 10x = 102,5;$$

$$x = 10,25$$

Ответ: $x = 10,25$.

$$\begin{aligned} 2) \frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y \cdot (x-y)^2}{x^4-y^4} &= \frac{x(x+y)}{(x^2+y^2)(x+y)} - \frac{y \cdot (x-y)^2}{(x^2+y^2)(x-y)(x+y)} = \\ &= \frac{x^2+xy-xy+y^2}{(x^2+y^2)(x+y)} = \frac{x^2+y^2}{(x^2+y^2)(x+y)} = \frac{1}{x+y} \end{aligned}$$

~~для $x, y \neq 0$~~

$$\text{при } x = 0,2; y = 0,3: \frac{1}{x+y} = \frac{1}{0,5} = 2$$

Ответ: 2

стр. 1

3.

Пусть весь путь = $2x$.

$t_1 = \frac{2x}{45}$ - время, за которое он промчал проехав путь.

$t_2 = \frac{x}{45} + \frac{1}{6} + \frac{x}{60}$ - время, за которое он проехал путь.

По условию: $t_1 = t_2$.

$$\frac{2x}{45} = \frac{x}{45} + \frac{1}{6} + \frac{x}{60} \Leftrightarrow \frac{4}{3}x = x + 10 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x = 10,$$

$$x = 30 \text{ км. } 60$$

Ответ: 30 км.

$$2x = 60$$

4.

$$1) \frac{2}{3} = \frac{8}{12}; \quad \frac{7}{6} = \frac{14}{12}.$$

Получим, $\frac{14-8}{12} = \frac{3}{12}$ - разность прогрессии (d)

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}; \quad a_1 = \frac{8}{12}; \quad a_n = \frac{59}{12}; \quad n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{51}{3} + 1 = 18.$$

изменил
первый и последний
члены прогрессии

$$S_n = \frac{\left(\frac{8}{12} + \frac{59}{12}\right)18}{2} = 9 \cdot \frac{67}{12} = \frac{201}{4} = 50,25$$

Ответ: $S_n = 50,25$ +

ШИФР 24371

⑤. $\sqrt{17-x} - \sqrt{8+x} = 1 \quad /^2$

$$17-x + 8+x - 2\sqrt{(17-x)(8+x)} = 1,$$

$$12 = 2\sqrt{(17-x)(8+x)} \quad /^2$$

$$144 = 136 - 8x + 17x - x^2$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$D = 81 - 32 = 49$$

$$x_1 = \frac{9+7}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{9-7}{2} = 1$$

Проверка:

при $x=8$, $\sqrt{17-8} - \sqrt{8+8} = 3-4 = -1 \neq 1$, лишний корень

при $x=1$, $\sqrt{17-1} - \sqrt{8+1} = 4-3 = 1$

Ответ: $x=1$. $\neq$

ОДЗ: $x \neq 4$; $x \neq a$.

⑧. $\frac{x^2 - ax - a - 1}{(x+4)(x+a)} = 0$

$$\frac{x^2 - ax - a - 1}{(x+4)(x+a)} = \frac{(x-1)(x+1) - a(x+1)}{(x+4)(x+a)} = \frac{(x+1)(x-1-a)}{(x+4)(x+a)} \quad +$$

$x = -1$; $x = 1+a$; - корни уравнения, если не подходят

по ОДЗ. Следовательно, уравнение имеет единствен-

ный корень, когда: 1) $-1 = a$; 2) $1+a \neq 4$; $a \neq 3$.

3) $x_1 = x_2$; $\Leftrightarrow -1 = 1+a$; $a = -2$

Ответ: $a \neq 3$ и $a \neq -2$

(стр. 3)

ШИФР 24371

$$⑤ \quad \frac{7x-1}{3x-2} < 3x-1 \Leftrightarrow \frac{7x-1 - (3x-1)(3x-2)}{3x-2} < 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{7x-1 - 9x^2 + 9x - 2}{3x-2} = \frac{-9x^2 + 16x - 3}{3x-2} < 0$$

$$1) \quad -9x^2 + 16x - 3 = 0$$

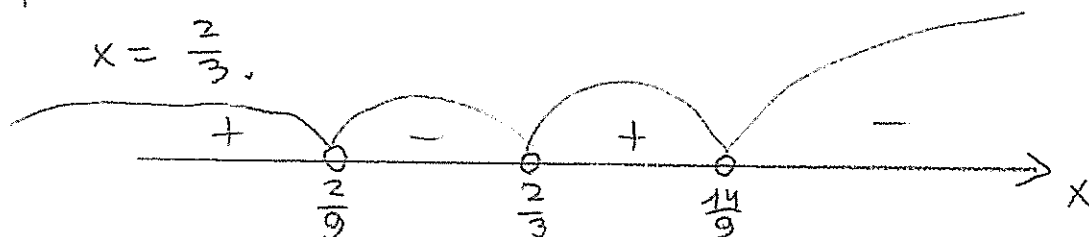
$$D = 256 - 108 = 144$$

$$x_1 = \frac{-16 - 12}{-18} = \frac{14}{9}$$

$$x_2 = \frac{-16 + 12}{-18} = \frac{2}{9}$$

$$2) \quad 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{2}{3}$$

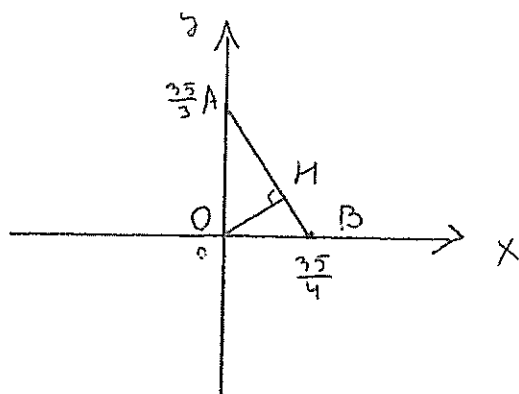


$$x \in \left(\frac{2}{9}; \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{14}{9}; +\infty\right)$$

наим. целый $x = 2$

Ответ: $x_{\text{наим. целый}} = 2$

7



Пусть прямая $4x + 3y = 35$ пересекает Oy в точке A ,
 Ox в точке B , M — основание перпендикуляра из O
на AB . Найдите $|OM|$.

$$1) \text{ Пусть } x_A = 0; \Rightarrow 3y_A = 35; \quad y_A = \frac{35}{3}.$$

$$\Downarrow$$

$$A(0; \frac{35}{3}), \quad |OA| = \frac{35}{3}.$$

$$2) y_B = 0; \Rightarrow 4x_B = 35; \quad x_B = \frac{35}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$B(\frac{35}{4}; 0), \quad |OB| = \frac{35}{4}.$$

$$3) \text{ По теореме Пифагора: } |AB|^2 = |OA|^2 + |OB|^2 =$$

$$= \frac{35^2}{9} + \frac{35^2}{16} = 35^2 \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{16} \right) = 35^2 \cdot \frac{25}{3 \cdot 16}.$$

$$|AB| = 35 \cdot \frac{5}{12}$$

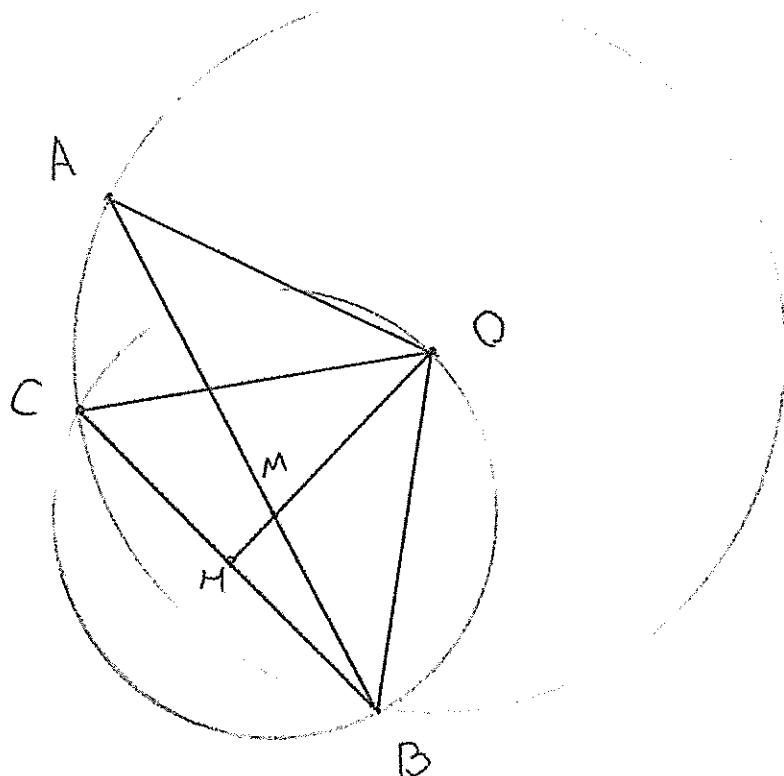
$$4) S_{OAB} = \frac{1}{2} |OM| \cdot |AB|; \quad S_{OAB} = \frac{1}{2} |OA| \cdot |OB|;$$

$$\Downarrow$$

$$|OM| = \frac{|OA| \cdot |OB|}{|AB|} = \frac{35 \cdot 35}{12} \cdot \frac{12}{35 \cdot 5} = 7.$$

Ответ: $OM = 7$ ✓

9.



1) $\triangle AOB \sim \triangle OMB$ ($\angle BAO = \angle ABO = \angle MBO = \angle BOM$).

$$\frac{OB}{AB} = \frac{MB}{OB}; \quad OB^2 = AB \cdot MB; \quad MB = \frac{OB^2}{AB} = \frac{25}{8}.$$

2) M - центр опис. окр. $\triangle COB$ ($MC = MO = MB$).

OM - пер. пер. к CB, $OM \cap CB = H$.

3) $\frac{OB}{\sin \angle OCH} = 2R = 2 \cdot \frac{25}{8} = \frac{25}{4}.$

$$\sin \angle OCH = \frac{HO}{OC}. \Rightarrow \frac{OB \cdot OC}{HO} = \frac{25}{HO} = \frac{25}{4}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow HO = 4.$$

$$OB^2 = HO^2 + MB^2; \quad MB = \sqrt{OB^2 - HO^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$$

$$CB = 2MB = 6$$

Ответ: $CB = 6$ ✓

10

$$2x^2 + xy - y^2 + 3x = 107$$

$$2x^2 + xy - y^2 + 3x + 1 = 108 \Leftrightarrow (x^2 + 2x + 1) - y^2 + x(x + y + 1) = 1$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 - y^2 + x(x+y+1) = (x+1+y)(x+1-y) + x(x+y+1) =$$

$$= (x+y+1)(2x+1-y) = 108.$$

$108 = 3^3 \cdot 2^2$, есть 6 вариантов разложения числа 108 на 2 множителя:

1) $108 = 2 \cdot 54$; 2) $108 = 3 \cdot 36$; 3) $108 = 4 \cdot 27$; 4) $108 = 6 \cdot 18$;
5) $108 = 9 \cdot 12$; 6) $108 = 1 \cdot 108$

Разберем их все.

1) $108 = 2 \cdot 54$.

если $x+y+1=2$, $x+y=1$,
 $2x+1-y=54$, $2x-y=53$

$$3x = 54,$$

$$x = 18,$$

$$y = -14, \text{ отриц. значение.}$$

если $x+y+1=54$, $x+y=53$

$$2x+1-y=2, \quad 2x-y=1$$

$$3x = 54,$$

$$x = 18;$$

$$y = 35$$

2) $108 = 3 \cdot 36$.

если $x+y+1=3$, $x+y=2$,
 $2x+1-y=36$, $2x-y=35$

$$3x = 37,$$

$$x \notin \mathbb{Z}.$$

если $x+y+1=36$, $x+y=35$,
 $2x+1-y=3$, $2x-y=2$

$$3x = 37,$$

$$x \notin \mathbb{Z}.$$

3) $108 = 4 \cdot 27$

если $x+y+1=4$, $x+y=3$,
 $2x+1-y=27$, $2x-y=26$

$$3x = 29,$$

$$x \notin \mathbb{Z}.$$

если $x+y+1=27$, $x+y=26$,
 $2x+1-y=4$, $2x-y=3$

$$3x = 30,$$

$$x \notin \mathbb{Z}.$$

comp. 2

Unsero: ragazzo 1 raga: $x=18; y=35$. Ombem: $x=18; y=35$