

ШИФР

24980

Класс 9 Вариант 2-1 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания ТЦУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	3	3	5	15	15	0	0	56	пятьдесят шесть	

№1. $x = ?$

$$1\frac{1}{6} + 1\frac{5}{6} \cdot \left(x : 1,8 - \frac{3}{2} \cdot 2,02 \right) = -25$$

$$\frac{7}{6} + \frac{11}{6} \cdot \left(\frac{10x}{18} - \frac{3}{2} \cdot \frac{202}{100} \right) = -\frac{25}{10}$$

$$\frac{40}{60} + \frac{150}{60} + \frac{11}{6} \cdot \left(\frac{10x}{18} - \frac{303}{100} \right) = 0$$

$$\frac{220}{60} + \frac{55}{54} - \frac{1111}{200} = 0$$

$$\Rightarrow x = \left(\frac{1111}{200} - \frac{220}{60} \right) \cdot \frac{54}{55} = \left(\frac{3333 - 2200}{600} \right) \cdot \frac{54}{55}$$

$$= \frac{1133}{600} \cdot \frac{54}{55} = \frac{1133 \cdot 27}{300 \cdot 55} = \frac{30591}{16500}$$

Ответ: $x = \frac{30591}{16500} = 1,854$

+



$$\text{н 2. } \frac{a^2+b^2}{ab} - \frac{a^3+b^3}{a^2b-b^3} : \frac{a^2+ab}{a^2-b^2}$$

$$\frac{a^2+b^2}{ab} - \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a+b)}{b(a-b)(a+b)a(a+b)}$$

$$\begin{matrix} a-b \neq 0 \\ a+b \neq 0 \end{matrix} \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{ab} - \frac{a^2-ab+b^2}{ab} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a^2+b^2-a^2+ab-b^2}{ab} = \frac{ab}{ab} = 1.$$

Ответ: = 1. +

н 3. Пусть двузначное число = $\overline{ab}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=12 \\ 12(b-a)=10a+b. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=12. \\ 12b-12a=10a+b. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=12. \\ 11b-22a=0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=12-a. \\ 11(12-a)-22a=0. \end{cases}$$

$$\Rightarrow 132-33a=0 \Rightarrow a=\frac{132}{33}=4.$$

$$\Rightarrow b=12-a=12-4=8 \Rightarrow \overline{ab}=48.$$

Ответ: 48. +

№ 4.

$$\frac{1}{2} + \frac{7}{6} + \frac{11}{6} + \dots + \frac{59}{6} = \frac{3}{6} + \frac{7}{6} + \frac{11}{6} + \dots + \frac{59}{6}$$

$\Rightarrow$ шаг прогрессии = $\frac{4}{6} \Rightarrow$ Арифм. прогр.

воспользуемся формулой $\sum_{n_1 + \dots + n_i} \Rightarrow \frac{(n_1 + n_i) \cdot i}{2}$.

$$\Rightarrow \frac{3}{6} + \dots + \frac{59}{6} = \frac{\left(\frac{3}{6} + \frac{59}{6}\right) \cdot 14}{2}$$

$$= \frac{62}{6} \cdot 7 = \frac{434}{6} = 72\frac{1}{3}$$

Ответ: $72\frac{1}{3}$ 77,5

№ 5. $\sqrt{7-3x} - \sqrt{6-x} = 3$

$$(\sqrt{7-3x} - \sqrt{6-x})^2 = 9$$

$$\Rightarrow 7-3x+6-x - 2\sqrt{(7-3x)(6-x)} = 9$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{42-7x-18x+3x^2} = 4-4x$$

$$\Rightarrow 4(3x^2-25x+42) = 16-32x+16x^2$$

$$\Rightarrow 12x^2 - 100x + 168 = 16 - 32x + 16x^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 68x - 152 = 0$$

$$\Delta = 68^2 - 4 \cdot 4 \cdot 152 = 4624 + 2432 =$$

$$= 7056 = 84^2$$

ШИФР 24980.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-68 + 84}{8} = 2.$$

$$x_2 = \frac{-68 - 84}{8} = -19.$$

Ответ: $x_1 = 2$, $x_2 = -19$. +

№6. $\frac{x+2}{5x+1} < -x-4.$

$$\frac{x+2}{5x+1} + x + 4 < 0.$$

$$\frac{x+2 + (5x+1)(x+4)}{5x+1} < 0.$$

$$\frac{x+2 + 5x^2 + 20x + x + 4}{5x+1} < 0$$

$$\frac{5x^2 + 22x + 6}{5x+1} < 0.$$

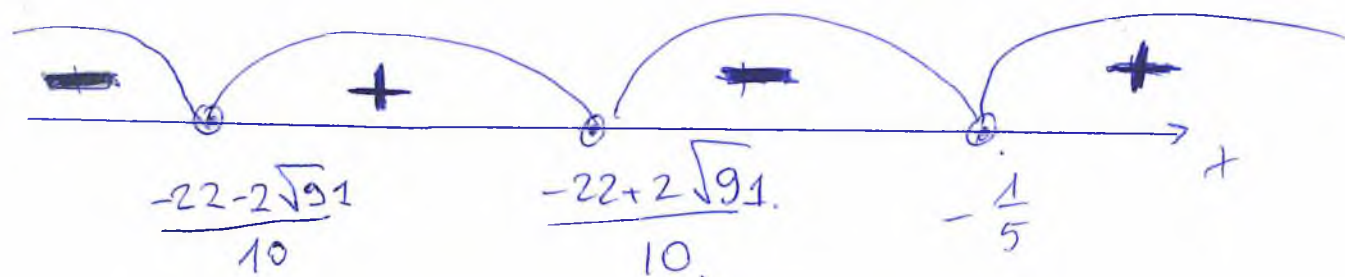
Решим методом интервалов:

$$5x+1=0 \Rightarrow x_0 = -\frac{1}{5}.$$

$$5x^2 + 22x + 6 = 0; D = 484 - 4 \cdot 5 \cdot 6 = 364 = 2\sqrt{91}.$$

$$x_1 = \frac{-22 + 2\sqrt{91}}{10}.$$

$$x_2 = \frac{-22 - 2\sqrt{91}}{10}.$$



$$\left(x \in \left(-\frac{22-2\sqrt{91}}{10}; \frac{-22+2\sqrt{91}}{10} \right) \cup \right)$$

$$\left(\cup \left(-\frac{1}{5}; +\infty \right) \right)$$

$$\text{Ответ: } x \in \left(\frac{-22-2\sqrt{91}}{10}; -\frac{22+2\sqrt{91}}{10} \right) \cup$$

$$\left(\cup \left(-\frac{1}{5}; +\infty \right) \right)$$

$$x \in \left(-\infty; \frac{-22-2\sqrt{91}}{10} \right) \cup \left(\frac{-22+2\sqrt{91}}{10}; -\frac{1}{5} \right)$$

$$x_{\max} \in \mathbb{Z} = -5$$

$$\text{Ответ: } -5. \quad +$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

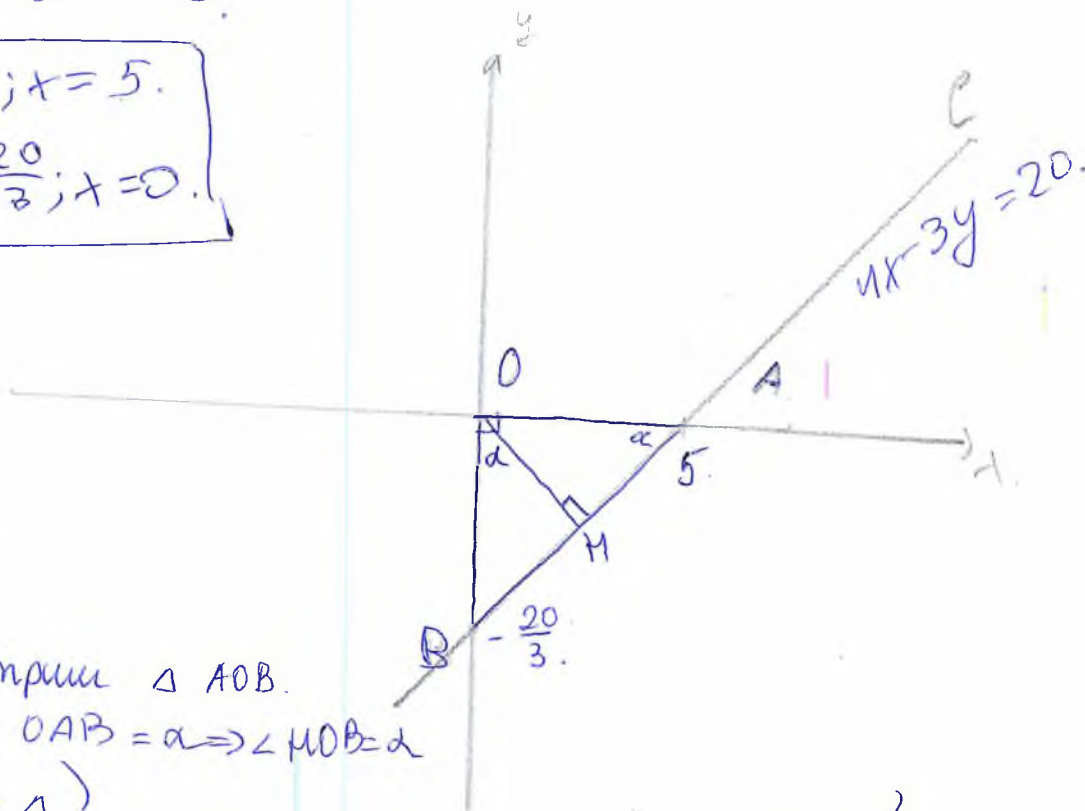
24980.

н7. $4x - 3y = 20.$

$$3y = 4x - 20.$$

$$y = \frac{4}{3}x - \frac{20}{3}.$$

$$\boxed{\begin{aligned} y=0; x=5. \\ y=-\frac{20}{3}; x=0. \end{aligned}}$$



Рассмотрим $\triangle AOB$.

Пусть $\angle OAB = \alpha \Rightarrow \angle MOB = \alpha$
(по $\angle \Delta$),

по т. Пифагора: $AB^2 = OB^2 + OA^2 = 25 + \left(\frac{20}{3}\right)^2 = 25 + \frac{400}{9} = \frac{625}{9} \Rightarrow AB = \sqrt{\frac{625}{9}} = \frac{25}{3}.$

$$\cos \alpha = \frac{OA}{AB} = 5 : \frac{25}{3} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}.$$

$$\cos \alpha = \frac{OM}{OB} \Rightarrow \frac{OM}{OB} = \frac{3}{5} \Rightarrow OM : \frac{20}{3} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{3OM}{20} = \frac{3}{5} \Rightarrow OM = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{3} = 4.$$

OM - перпендикуляр к l , где l - прямая $4x - 3y = 20$.
 $\Rightarrow$ край. раст = OM = 4.

Ответ: 4. +

№ 8.

$$\frac{x^2 - ax + 2a - 4}{(x-3)(x+7a)} = 0$$

ОДЗ:

$$x \neq 3.$$

$$x \neq -7a.$$

Если числитель равен нулю, то и дробь равна нулю.

$$\Rightarrow x^2 - ax + 2a - 4 = 0.$$

Урав. имеет единственное решение $\Rightarrow D=0$.

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow a^2 - 4(2a - 4) = 0.$$

$$\Rightarrow a^2 - 8a + 16 = 0.$$

$$(a - 4)^2 = 0 \Rightarrow a = 4.$$

Но такие возможны случаи, если $D > 0$, но один из корней посторонний.

$$\Rightarrow x_1 = \frac{a + \sqrt{(a-4)^2}}{2}$$

$$x_2 = \frac{a - \sqrt{(a-4)^2}}{2}.$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{a + |a-4|}{2}$$

$$x_2 = \frac{a - |a-4|}{2}.$$

Если $a \geq 4$.

то:

$$x_1 = \frac{2a - 4}{2} = a - 2.$$

$$x_2 = 2.$$

Посторонние корни, если

$$a - 2 = 3 \Rightarrow a = 5.$$

$$a - 2 = -7a \Rightarrow 8a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \text{ не}$$

$$2 = -7a \Rightarrow a = -\frac{2}{7}.$$

поглод
т.к

случай $a \geq 4$.

ШИФР 24980.

Замечая $a < 4$,

$$\Rightarrow x_1 = 2.$$

$$x_2 = \frac{2a - 4}{2} = a - 2.$$

Левосторонними корнями, если $a - 2 = 3 \Rightarrow a = 5$ (не подходит, т.к. случай $a < 4$).

$$a - 2 = -7a \Rightarrow 8a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{4}.$$

$$2a = -7a \Rightarrow a = -\frac{2}{7}.$$

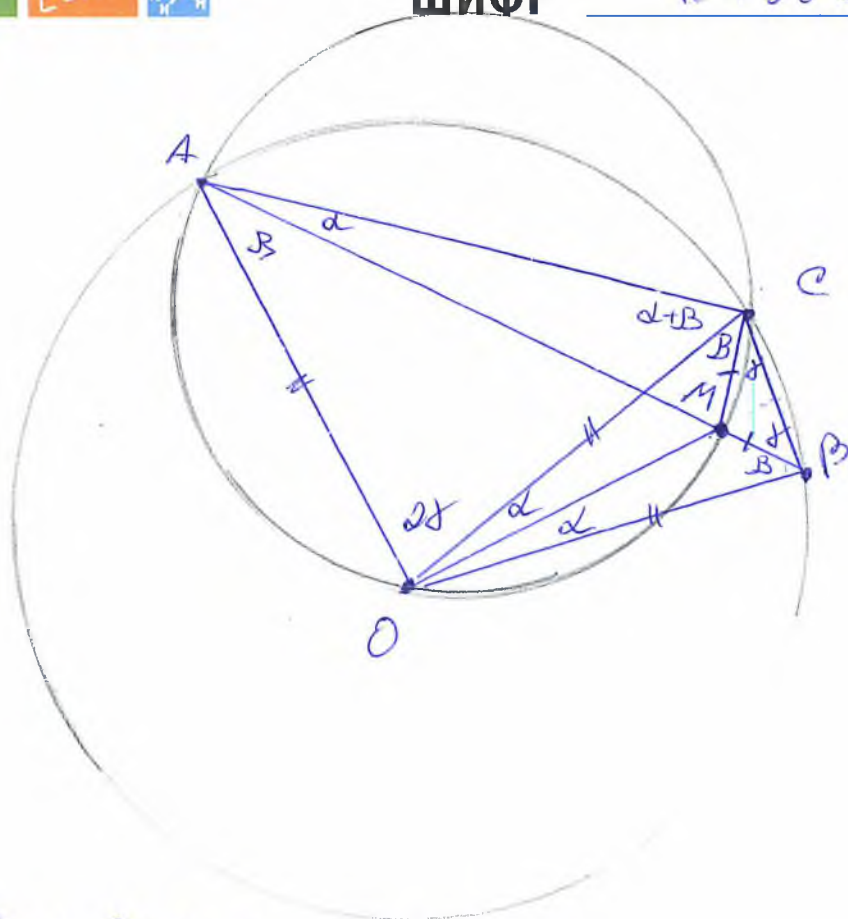
$\Rightarrow$ всевозможны 4 случая:

$$a = -\frac{2}{7}; \frac{1}{4}; 4; 5.$$

$$a = 5 - \max.$$

Ответ: $a = 5$. +

№ 9



Пусть $\angle CAM = \alpha$; $\angle BAO = \beta$.

$\Rightarrow \angle COM = \alpha$ (впис. угол)

$\angle MCO = \beta$ (— о —)

$\triangle ACO$, $\triangle OAB$, $\triangle COB$ — р/б, т.к. $AO = OC = OB = R = 6$.

$\Rightarrow \angle CAO = \angle ACO = \alpha + \beta$

$\angle BAO = \angle ABO = \beta$

$\angle BCO = \angle CBO \Rightarrow \angle BCM = \angle CBM$.

Пусть $\angle AOC = 2\gamma \Rightarrow \angle CBA = \gamma$ (впис. и центр. углы)

$\Rightarrow \angle BCM = \angle CBM = \gamma \Rightarrow \triangle CMB$ — р/б $\Rightarrow CM = MB$.

$\angle BOM = \angle COM$, т.к. OM — бис-са. $\Rightarrow \alpha$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

24980.

$x=10$.

$$2x^2 + xy - y^2 - 3y = 110.$$

$$\cancel{x^2 + xy - y^2}$$

$$2x^2 + xy - y^2 = y^2 + 2y + 110.$$

$$2x^2 + xy - y^2 = (y+1)^2 + 109.$$

$$2x^2 + xy - y^2 - 109 = (y+1)^2.$$

$$x^2 + 2xy + y^2 - xy - y^2 - y + x^2 - 109 = (y+1)^2.$$

$$(x+y)^2 - xy - y^2 - y + x^2 - 109 = (y+1)^2.$$

$$(x+y)^2 + (x+y)(x-y) - y - xy - 109 = (y+1)^2.$$