ГАЗПРОМ

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30452

Класс 11 **Вариант** 21 **Дата Олимпиады** 10.02.18

Площадка написания ТИУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	2	8	8	12	12	0	6	0	56	пятьдесят шесть	

$$A = \left(\frac{1}{10}\right)^{-3} \cdot \left(\overset{=1}{\left(\frac{3\frac{1}{3}\cdot\sqrt{\frac{9}{80}} - \frac{5}{4}\cdot\sqrt{\frac{4}{5}} + 5\cdot\sqrt{\frac{1}{5}} + \sqrt{20} - 10\cdot\sqrt{0{,}2}}{3\frac{1}{2}\cdot\sqrt{32} - \sqrt{4\frac{1}{2}} + 2\sqrt{\frac{1}{8}} + 6\sqrt{\frac{2}{9}} - 140\cdot\sqrt{0{,}002}} \right)} \right)^{\to 0} \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} + 1{,}0$$

$\Rightarrow$ (2)

(1) $\frac{\cancel{10}}{\cancel{3}}\cdot\frac{3}{4}\cdot 5^{-\frac{1}{2}} - \frac{5}{4}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} + 5\cdot 5^{-\frac{1}{2}} + \sqrt{20} - \sqrt{\frac{2\cdot 100}{10}} =$

$= \frac{5\cdot 5^{-\frac{1}{2}}}{2} - \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + 5^{\frac{1}{2}} + \cancel{\sqrt{20}} - \cancel{\sqrt{20}} = \cancel{\frac{5^{\frac{1}{2}}}{2}} - \cancel{\frac{5^{\frac{1}{2}}}{2}} + 5^{\frac{1}{2}} =$

$= 5^{\frac{1}{2}}$

(2) $\frac{\cancel{7}\cdot 4\cdot 2^{\frac{1}{2}}}{2} - 3\cdot 2^{-\frac{1}{2}} + \frac{2\cdot 2^{-\frac{1}{2}}}{2} + 2\cdot 2^{\frac{1}{2}} - \frac{140\cdot 2^{\frac{1}{2}}}{10} =$

$= 7\cdot 2\cdot 2^{\frac{1}{2}} - 3\cdot 2^{-\frac{1}{2}} + 2^{-\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}}\cdot 2 - 7\cdot 2\cdot 2^{\frac{1}{2}} = -2\cdot 2^{-\frac{1}{2}} + 2\cdot 2^{\frac{1}{2}}$

$= 2\cdot 2^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30452

Продолжение № 1.

$$\Rightarrow A = 1000 \cdot \left(\frac{5^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{2^{\frac{1}{2}}}{5^{\frac{1}{2}}} + 1{,}0\cancel{17} \right) =$$

$$= 1000 \cdot (1 + 1{,}017) = 2017$$

Ответ: 2017 +

№ 2

Начало I : 0 (л.)
II : x (л.)
III : y (л.)

t – время.

Конец I : $100t$ (л.)
II : $x + 60t$ (л.)
III : $y + 80t$ (л.)

Найти: $\left(\frac{y}{x}\right)^{-1}$ - ?

Решение: $\begin{cases} x + 60t = 100t \\ y + 80t = 100t \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 40t$
$y = 20t$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{y}{x}\right)^{-1} = \frac{x}{y} = \frac{40t}{20t} = 2.$$

Ответ: в 2 раза больше. +

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30452

~3

$x\cdot\sqrt{x\cdot\sqrt{x\cdot\ldots}}=16$

$S_{б.у.п}=\frac{b_1}{1-q}$

$x^1\cdot x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{4}}\cdot x^{\frac{1}{8}}\cdot\ldots=16$

Степень числа x меняется в бесконечно убывающей геометр. прогрессии $\Rightarrow$ $S_{беск.уб.пр.}=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=2.$

$b_1=1$

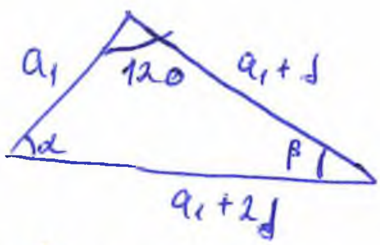
$q=\frac{1}{2}$

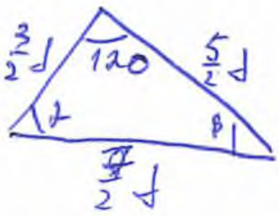
$\Rightarrow\ x^2=16.$

$\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-4\end{array}\right.$

Ответ: $x=4\ \vee\ x=-4$

~4 ?





Т. косинусов: $c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos$

$(a_1+2d)^2=a_1^2+(a_1+d)^2-2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot(a_1+d)a_1.$

$\cancel{a_1^2}+4a_1d+4d^2=a_1^2+a_1^2+2a_1d+d^2+a_1^2+d$

$2a_1^2-a_1d-3d^2=0;\ D=d^2+24d^2=25$

$a_1a_2=\frac{d\mp5d}{4}$ < $-1d$ — не уд. ; $\frac{3}{2}d$ — уд.

Т. синусов: $\frac{\frac{3}{2}d}{\sin\beta}=\frac{\frac{7}{2}d}{\sin 120}\Rightarrow\frac{3}{7}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin\beta\Rightarrow\angle\beta=\arcsin\frac{3\sqrt{3}}{14}.$

$\frac{\frac{5}{2}d}{\sin\alpha}=\frac{\frac{7}{2}d}{\sin 120}\Rightarrow\sin\alpha=\frac{5}{7}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\angle\alpha=\arcsin\frac{5\sqrt{3}}{}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30452

Продолжение – 4

Отв: Имеем, соотношения сторон $a_1 : a_2 : a_3 =$

$= 3:5:7$; углы: $\angle\gamma = 120^\circ$; $\angle\alpha = \arcsin\frac{5\sqrt{3}}{14}$;

$\angle\beta = \arcsin\frac{3\sqrt{3}}{14}$. Нам нужны такие тр., чтобы стороны созд. прогрессию.

+

№ 9

$$2\sin 6x \cdot \cos 3x + \cos 6x < -1$$

$$4\cdot\cos 3x\cdot\sin 3x\cdot\cos 3x + \cos 6x < -1$$

$$4\cdot\cos^2 3x\cdot\sin 3x + 2\cos^2 3x - 1 + 1 < 0$$

$$2\cos^2 3x(2\sin 3x + 1) < 0$$

$2\cos^2 3x$ – $\neq 0$ всегда положительная велич.

$\Rightarrow$ $2\sin 3x + 1 < 0$

$\Downarrow$

$2\sin 3x + 1 < 0$

$\sin 3x < -\frac{1}{2}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

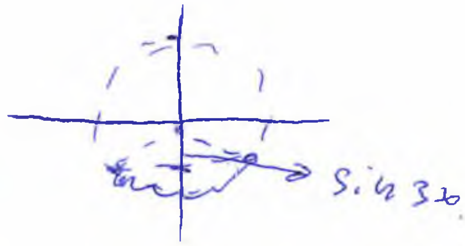
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30452

продолжение:

$$\sin 3x < -\frac{1}{2}$$



$$\Downarrow$$

?

Отв: $x \in \left(\frac{\arcsin(-\frac{1}{2})}{3} + \frac{2\pi k}{3};\ \frac{-\pi}{3} + \frac{\arcsin(\frac{1}{2})}{3} + \frac{2\pi k}{3}\right)$, $k \in$

$$1+2^3+3^3+\ldots+n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2.$$

Мат. индукция:

1) $n=1$ $\quad 1 = \left(\frac{1\cdot 2}{2}\right)^2$ – верно.

2) Пусть для n это верно

3) Докажем для $n+1$.

$$1+\ldots+n^3+(n+1)^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 + (n+1)^3 = \frac{n^4+2n^3+n^2+4n^3+12n}{4}$$

$$= \frac{n^4+6n^3+13n^2+12n+4}{4} = \left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}\right)^2 \text{ ч.т.д.}$$

$$\left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}\right)^2 = \left(\frac{n^2+3n+2}{\cancel{4}}\right)^2 = \frac{n^4+6n^3+13n^2+12n+4}{4}.$$

+

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30452.

~~$Z = \sqrt{x^2+(y-5)^2} + \sqrt{y^2+(x-12)^2};$~~

~~Найм зн. при: $\begin{cases}\sqrt{x^2+(y-5)^2}=0\\ \sqrt{y^2+(x-12)^2}=0\end{cases}$~~

~~$\begin{cases}x^2=-(y-5)^2\\ y^2=-(x-12)^2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x^2=-y^2+10y-25\\ y^2=-x^2+24x-144\end{cases} \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow \begin{cases}x^2+y^2=10y-25\\ x^2+y^2=24x-144\end{cases} \Rightarrow 10y-25=24x-144$~~

~~$10y-24x=-119 \Rightarrow 24x-10y=119 \Rightarrow x=\frac{119+10y}{24}$~~

~ 5.

$$\frac{2\sin^2 2\alpha + 8\sin^2\alpha - 8}{1-8\sin^2\alpha-\cos 4\alpha} \stackrel{?}{=} ctg^4\alpha = \frac{\cos^4\alpha}{\sin^4\alpha}$$

$$\frac{2\sin 2\alpha\cdot\sin 2\alpha + 8\sin^2\alpha - 8}{1-8\sin^2\alpha-1+2\sin^2 2\alpha} = \frac{8\sin^2\alpha\cos^2\alpha + 8\sin^2\alpha - 8\sin^2\alpha - 8\cos^2\alpha}{2\cdot 4\cdot\sin^2\alpha\cos^2\alpha - 8\sin^2\alpha}$$

$$= \frac{8\cos^2\alpha - 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha}{8\cdot\sin^2\alpha - 8\sin^4\alpha - 8\sin^2\alpha} = \frac{-8\cos^4\alpha}{-8\sin^4\alpha} = \frac{\cos^4\alpha}{\sin^4\alpha} = ctg$$

ЧТД.

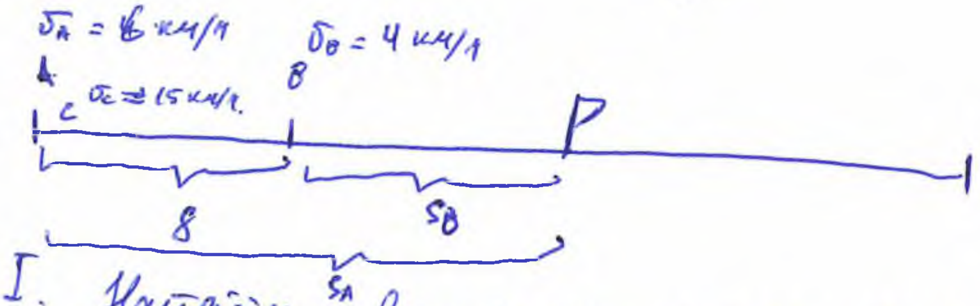
+

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30452.

№6



I. Найдём время, за которое A догнал B.

$S_A - S_B = 8.$

$6 \cdot t - 4 \cdot t = 8 \Rightarrow t = \frac{8}{2} = 4$ (ч.).

II. Все время „погони" собака бегала $\Rightarrow$

$\Rightarrow S_c = 4 \cdot 15 = 60$ (км.)

Ответ: 60 км. +

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 30456

№10

$z=\sqrt{x^2+(y-5)^2}+\sqrt{y^2+(x-12)^2}$

$\sqrt{x^2+(y-5)^2}$ и $\sqrt{y^2+(x-12)^2}$ всегда положительны

≥ 0 $\qquad \geq 0$

Наим. значение суммы будет при наим. их значении, равном 0.

$$\begin{cases}\sqrt{x^2+(y-5)^2}=0\\ \sqrt{y^2+(x-12)^2}=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x^2+y^2-10y+25=0\\ x^2+y^2-24x+144=0\end{cases} \Rightarrow x=\frac{119+10y}{24}$$

$$\begin{cases}x^2+(y-5)^2=0\\ y^2+(x-12)^2=0\end{cases}$$

$x^2=y^2$

$2y^2-10y-24x+169=0$

$2y^2-10y-119-10y+169=0$

$2y^2-20y+50=0 \quad |:2$

$y^2-10y+25=0 \Rightarrow (y-5)^2=0$

$D=100-100=0$.

$y=\cancel{10}5$ $-5\Rightarrow x=$

$5\Rightarrow x=$