

ШИФР 31237

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 10 февраля 2018

Площадка написания ТИУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	8	12	12	0	0	0	52	пятьдесят два	

$$Z = \sqrt{x^2 + (y-4)^2} - \sqrt{y^2 + (x-3)^2}$$

$$y^2 = 2x, \quad x^\alpha = x, \quad y^{-1} = \frac{1}{y}, \quad y^{-3} = \frac{1}{y^3}, \quad y^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{y^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{y}}$$

Исследуем Z с помощью производной

$$\begin{aligned}
 \left(\sqrt{x^2 + (y-4)^2} - \sqrt{y^2 + (x-3)^2} \right)' &= \left(\sqrt{x^2 + (y-4)^2} \right)' - \left(\sqrt{y^2 + (x-3)^2} \right)' = \\
 &= \frac{1}{2} (x^2 + (y-4)^2)^{-\frac{1}{2}} (2x + 2(y-4)) - \frac{1}{2} (y^2 + (x-3)^2)^{-\frac{1}{2}} (2y + 2(x-3)) = \\
 &= \frac{x + y - 4}{\sqrt{x^2 + (y-4)^2}} - \frac{y + x - 3}{\sqrt{y^2 + (x-3)^2}} = \\
 &= \frac{x + y - 4}{\sqrt{x^2 + y^2 - 8y + 16}} - \frac{y + x - 3}{\sqrt{y^2 + x^2 - 6x + 9}} = \frac{(x + y - 4)\sqrt{y^2 + (x-3)^2} - (y + x - 3)\sqrt{x^2 + (y-4)^2}}{\sqrt{x^2 + (y-4)^2} \cdot \sqrt{y^2 + (x-3)^2}} = \\
 &= \frac{\sqrt{(x + y - 4)^2 (y^2 + (x-3)^2)} - \sqrt{(y + x - 3)^2 (x^2 + (y-4)^2)}}{\sqrt{x^2 + (y-4)^2} \cdot \sqrt{y^2 + (x-3)^2}}
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow Z$ - возрастает, если числитель больше нуля и убывает, когда числитель отрицателен.
 (т.к. знаменатель строго положительный).

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 4 \\ y \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

Решить неравенство.

$$\sqrt{x^2 + (y-4)^2} \cdot \sqrt{(x+(y-4))^2 \cdot (y^2 + (x-3)^2)} > \sqrt{(y + (x-3))^2 \cdot (x^2 + (y-4)^2)}$$

$$\sqrt{(x^2 + 2x(y-4) + (y-4)^2)(y^2 + (x-3)^2)} > \sqrt{(y^2 + 2y(x-3) + (x-3)^2)(x^2 + (y-4)^2)}$$

т.к. все выражения > 0 , то можно убрать корни.

$$x^2 y^2 + x^2 (x-3)^2 + 2x y^2 (y-4) + 2x (y-4)(x-3)^2 + y^2 (y-4)^2 + (y-4)^2 (x-3)^2 >$$

$$> y^2 x^2 + y^2 (y-4)^2 + 2y x^2 (x-3) + 2y (x-3)(y-4)^2 + (x-3)^2 x^2 + (x-3)^2 (y-4)^2$$

$$\Rightarrow 2x y^2 (y-4) + 2x (y-4)(x-3)^2 > 2y x^2 (x-3) + 2y (x-3)(y-4)^2$$

$$x y^2 (y-4) + x (y-4)(x-3)^2 > y x^2 (x-3) + y (x-3)(y-4)^2$$

$$x y^3 - 4x y^2 + (x y - 4x)(x^2 - 6x + 9) > y x^3 - 3y x^2 + (y x - 3y)(y^2 - 8y + 16)$$

$$x y^3 - 4x y^2 + x y^3 - 6x^2 y + 9x y - 4x^3 + 24x^2 - 36x > y x^3 - 3y x^2 + y^3 x - 8y^2 x + 16y x - 3y^2$$

ШИФР 3/237.

3

$$x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \dots}}} = 64$$

~~$$x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \dots}}}}$$~~

$$\sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \dots}}} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{9}} \cdot x^{\frac{1}{27}} \dots$$

$$\Rightarrow x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \dots}}} = 64$$

$$\Downarrow \Updownarrow$$

$$x^{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} \dots} = 64$$

Числ. геом. сума $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} \dots$

$$b_1 = 1.$$

$$q = \frac{1}{3} \Rightarrow S_n = \frac{b_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}.$$

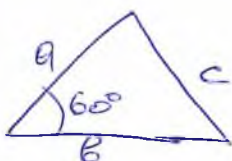
$$\Rightarrow \sqrt[3]{x^3} = 64.$$

$$x^3 = 2^{12}.$$

$$x = 2^4 \Rightarrow x = 16.$$

Отм - m; $x = 16.$ +

4



~~$$a = b_1$$~~ $c = b_1$

$$a = b_2 = b_1 q$$

$$b = b_3 = b_1 q^2$$

$q > 0$, т.к. $a, b, c > 0$.

$$c^2 = b_1^2 + b_1^2 - 2ab \cdot \cos 60^\circ =$$

$$= a^2 + b^2 - ab = b_1^2 q^2 + b_1^2 q^4 - b_1^2 q^3$$

$$b_1^2 = b_1^2 q^2 + b_1^2 q^4 - b_1^2 q^3 \quad | b_1 \neq 0$$

$$1 = q^2 + q^4 - q^3$$

$$q^4 - q^3 + q^2 - 1 = 0.$$

$$q^3(q-1) + (q-1)(q+1) = 0$$

$$(q-1)(q^3+q+1) = 0.$$

$$\Rightarrow \sqrt[q]{q} = 1 \Rightarrow \Delta \text{ равносторонний}$$

при $q > 0$ делится не делится.

еще при, что
сторона a или b
делится против угла
 60° , то предель
к такому же
ур-но! $(1-q)(q^3+q+1) = 0$.

+

ШИФР 81237

$$(15) \quad \frac{3 - 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha} = \operatorname{tg}^4 \alpha.$$

$$\cos 4\alpha = 2\cos^2(2\alpha) - 1 = 2(\cos^2 \alpha - 2 - 1) - 1 =$$

$$= 2(4\cos^4 \alpha - 4\cos^2 \alpha + 1) - 1 = 8\cos^4 \alpha - 8\cos^2 \alpha + 2 - 1$$

$$\frac{3 - 8\cos^2 \alpha + 4 + 8\cos^4 \alpha - 8\cos^2 \alpha + 1}{3 + 8\cos^2 \alpha - 4 + 8\cos^4 \alpha - 8\cos^2 \alpha + 1} = \frac{(1 - \cos^2 \alpha)^2}{\cos^4 \alpha}.$$

$$\frac{8\cos^4 \alpha - 16\cos^2 \alpha + 8}{8\cos^4 \alpha} = \frac{(1 - \cos^2 \alpha)^2}{\cos^4 \alpha}.$$

$$\frac{\cos^4 \alpha - 2\cos^2 \alpha + 1}{\cos^4 \alpha} = \frac{\cos^4 \alpha - 2\cos^2 \alpha + 1}{\cos^4 \alpha} \quad \text{ч. т. г.} \quad +$$

$$\begin{aligned}
 (19) \quad & \left(3,018 - \frac{2,4 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} - 9\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2\frac{1}{12}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}\sqrt{27}}{1\frac{1}{3}\sqrt{4\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}\sqrt{2} + 20\sqrt{\frac{1}{50}} - \sqrt{32}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \cdot 10^3 = \\
 & = \left(3,018 - \frac{-\sqrt{27} - \frac{1}{3}\sqrt{27} + \frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{12}{5}\sqrt{\frac{25}{3}}}{\frac{4}{3}\sqrt{\frac{9}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}\sqrt{2} + 20\sqrt{\frac{1}{25 \cdot 2}} - \sqrt{2^5}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \cdot 10^3 = \\
 & = \left(3,018 - \frac{-\frac{4}{3}\sqrt{27} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} + 12\sqrt{\frac{1}{3}}}{4\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2}\sqrt{2} + 4\sqrt{\frac{1}{2}} - 4\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \cdot 10^3 = \left(3,018 - \frac{15\sqrt{\frac{1}{3}} - 4\sqrt{3}}{10\sqrt{\frac{1}{2}} - 4\sqrt{2}} \right) \cdot 10^3 = \\
 & \cdot 10^3 = \left(3,018 - \frac{\sqrt{\frac{15}{3} \cdot 15} - \sqrt{16 \cdot 3}}{\sqrt{100} - \sqrt{16}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \cdot 10^3 = \left(3,018 - \frac{\sqrt{150} - \sqrt{48}}{\sqrt{100} - \sqrt{16}} \right) \cdot 10^3 = 2018
 \end{aligned}$$

12. Пусть y^0 по ~~Роману~~ ^{Цезарю} равно $\frac{1}{2}k + b$ по Рюмке
и $\frac{1}{2}k_1 + b_1$ по Фаренгейту, ~~тогда~~ где $\frac{1}{2}$ - градус по
Фаренгейту, составим систему

$$\begin{cases} 0 = k \cdot 0 + b \\ 80 = 100k + b \end{cases} \quad \begin{cases} 32 = 0 \cdot k_1 + b_1 \\ 212 = 100 \cdot k_1 + b_1 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} k = 0,8 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} b_1 = 32 \\ k_1 = 1,8 \end{cases}$$

если по Цезарю ^{и Фаренгейту} совпадет, то

$$x = 1,8x + 32$$

$$x = -\frac{32 \cdot 10}{8} = -40$$

$$\Rightarrow y = 0,8 \cdot (-40) = -32.$$

$$\text{Отм. м. } -32.$$

+

13.

$$x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \dots}}} = 64.$$

Р/м выражение:

$$\sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \dots}}}$$

$$\text{Р/м } x \cdot \sqrt[3]{x} = x^{\frac{4}{3}} \Rightarrow \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x}} = x^{\frac{4}{9}}$$

$$\Rightarrow x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x}} = x^{\frac{13}{9}}, \text{ заметим что}$$

$$\sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[3]{x}}} = x^{\frac{13}{27}}$$

$$\Rightarrow x^n \quad n \geq \frac{4}{2} \quad n < 2 \quad n \rightarrow \infty$$

ШИФР

7237

16



$$S = 300 \text{ км.}$$

$$v = 25 \text{ км/ч.}$$

$$u = 27 \text{ км/ч.}$$

Всего велосипедисты движались $t = \frac{300}{50.2} = 6 \text{ ч.}$
 т.к. оба все время ехали, пока велосипедисты
 сходятся, то оба проехали $u \cdot t = 27 \cdot 6 = 162 \text{ км.}$

Итого: ~~300~~ км. 162 км. +

17

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$n = 1 \text{ (база)}$$

$$1 \cdot 2 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3} \text{ (верно)}$$

Предположим, что равенство верно для n , тогда перепишем
от $n \rightarrow n+1$

т.е.

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) + (n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} + (n+1)(n+2)$$

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) + (n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2) + 3(n+1)(n+2)}{3} =$$

$$= \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3} = \frac{(n+1) \cdot ((n+1)+1) \cdot ((n+1)+2)}{3} \Rightarrow \text{равенство и при } n+1.$$

По принципу математической индукции рав-во верно.

ч.т.д.