

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания ЛТТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	4	-	12	16	16	8	76	семьдесят шесть	<i>[Signature]</i>

N1 $\frac{8^{10}}{3^9} + \frac{10^4}{2^4} \cdot \frac{1}{5^4} + 2^{6 \cdot (-\frac{1}{3}) \cdot (-3)}$ *анализируем: сложим все*

$$\frac{2+13+2-13+2\sqrt{4-3}}{1 \cdot \frac{6}{10}} =$$

$$= \frac{3+1+4}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 0,8 \quad (2) A = \frac{4}{5} \cdot 10 = 8$$

N4 $(1+x) - (1-x) + 1 - \frac{1}{4}x = 0$ *анализируем: сложим все*

$$x = a^2 - 1$$

$$(a-1)(b+1) - \frac{a^2-1}{4} = 0$$

$$4ab + 4a - 4b - 4 - a^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow b(4a-4) = a^2 - 4a + 3$$

$$b = \frac{(a-1)(a-3)}{4(a-1)} = \frac{a-3}{4}, a \geq 3, a=1 - \text{корень}$$

$$\sqrt{1-x} = \frac{\sqrt{1+x}-3}{4} \quad 4\sqrt{1-x} = \sqrt{1+x}-3 \quad 16-16x = 1+x+9-6\sqrt{1+x} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ 1-x \geq 0 & x-1 \leq 0 & x \leq 1 \\ \sqrt{1+x} \geq 3 & x \geq 8 \end{cases}$$

(1) $15-17x-9 = -6\sqrt{1+x}$

$6-17x = -6\sqrt{1+x} \Leftrightarrow 6\sqrt{1+x} = 17x-6 \quad 36+36x = 289x^2+36-204x$

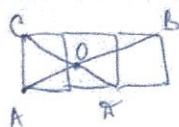
$289x^2 - 240x = 0 \quad x(289x - 240) = 0 \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \frac{240}{289} \end{cases}$

$\text{ответ: } x=0.$

(8)

ШИФР 20686

(N3)



$$\frac{AQ}{CB} = \frac{2}{3}$$

В АЧСБ $AC=1$, $\angle C=90^\circ$ $AB=\sqrt{10}$

$$AO = \frac{\sqrt{10}}{2}, OB = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$OP = \sqrt{5} \Rightarrow OQ = \frac{2\sqrt{5}}{5}, OQ = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$\triangle AOP \sim \triangle BOQ$ $\angle AOP = \angle BOQ$

$$H = \frac{4 \cdot 10}{25} + \frac{4 \cdot 5}{25} - 2 \cdot \frac{2\sqrt{10}}{5} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} \cdot \cos \angle AOP$$

$$\frac{60}{25} - \frac{4\sqrt{2}}{5} \cdot \frac{8\sqrt{2}}{5} \cdot \cos \angle AOP \quad \cos \angle AOP = \frac{-40 \cdot 5}{25 \cdot 8\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\angle AOB = 45^\circ \checkmark$$

(4)

(N9)

$$t = x + 2014$$

$$\frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} + \frac{1}{(t+2)(t+3)} + \frac{1}{(t+3)(t+4)} =$$

$$\frac{2t+2}{t(t+1)(t+2)} + \frac{2t+6}{(t+1)(t+2)(t+3)} = \frac{1}{999999}$$

$$= \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2t+8}{t(t+1)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$t^2 + 4t - 4 \cdot 999999 = 0 \quad \Delta = 4 \cdot 4 + 4 \cdot 999999 \cdot 4 = 16 \cdot 1000000 = (4 \cdot 1000)^2$$

$$\begin{cases} t = \frac{-4 + 4 \cdot 1000}{2} = 2 \cdot 999 \\ t = \frac{-4 - 4 \cdot 1000}{2} = -2 \cdot 1001 \end{cases} \checkmark$$

$$x = 2 \cdot 999 - 2014 = 2(999 - 1007) = -16$$

$$x = -2 \cdot 1001 - 2014 = -2(1001 + 1007) = -4016 \quad \text{ответ: } \{-16, -4016\} \checkmark \checkmark$$

(16)

(N8)

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases} \oplus$$

$$\begin{cases} \sin x - \cos y = \cos^2 x \\ \sin x - \cos y \geq 0 \end{cases}$$

$$\cos x + \cos y + \sin x - \cos y = 1$$

$$\sin x + \cos x = 1 \quad \cos(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$1) x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\cos x = 0, \sin x = 1$$

$$\cos y = 1 \quad \text{удовл. для } \sin x > \cos y$$

$$y = 2\pi n$$



$$\begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = 2\pi k \end{cases} \checkmark \checkmark$$

(N8) продолжение.

2) $x = 2\pi k$



$\cos x = 1, \sin x = 0$

$\downarrow \cos y = -1$ тогда др. $\sin x \geq \cos x$



$y = \pi + 2\pi n$

ответ: $\{(2\pi k; \pi + 2\pi n) \cup (\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 2\pi n)\} / k, n \in \mathbb{Z}$ (16)

(N9) $\sqrt{6x - x^2 - 5} = a, \sqrt{7 - 2x} = b \Leftrightarrow a^2 - b^2 = -x^2 + 8x - 12$

$a - b \geq \sqrt{a^2 - b^2} \geq 2$

$\begin{cases} a^2 + b^2 - 2ab \geq a^2 - b^2 \\ a \geq b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b^2 \geq 2ab \\ a \geq b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - ab \geq 0 \\ b(b-a) \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = a \end{cases}$

$x = 3,5$
 $\begin{cases} 6x - x^2 - 5 = 7 + 2x = 0 \\ 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \end{cases}$

(1) $\begin{cases} -x^2 + 8x - 12 = 0 \\ x^2 - 8x + 12 = 0 \\ (x-2)(x-6) \geq 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$

ответ: 3,5; 2.

(12)

(N10) Пусть V_1, V_2 - скорости I и II ракеты соответственно;
 a - расстояние от ракеты до цели.

$\begin{cases} \frac{V_1}{4a} + \frac{V_2}{3 \cdot 4a} = 11 \\ \frac{V_1}{3a} + \frac{V_2}{4a} = 18 \end{cases}$
 $\frac{V_2}{3a} = ?$

(2) $\begin{cases} \frac{3V_1 + V_2}{12a} = 11 \\ \frac{4V_1 + 3V_2}{12a} = 18 \end{cases}$

$12a = 3V_1 + V_2$

$3a = \frac{11}{44} (3V_1 + V_2) = \frac{9}{44} V_2 + \frac{V_2}{44} = \frac{10V_2}{44} = \frac{V_2}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{3V_1 + V_2}{11} = \frac{44 + 3V_2}{18}$

$54V_1 + 18V_2 - 44V_1 - 33V_2 = 0$

$10V_1 = 15V_2$

$\leftarrow V_1 = \frac{15}{10} V_2 = \frac{3}{2} V_2$

ответ: ра 8 часов

(14)



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

(ab)c = a(bc)

E = mc²



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20686

$$\begin{aligned} & \sin 15^\circ \cdot \sin 25^\circ \cdot \sin 35^\circ \cdot \sin 85^\circ \\ & \cos 15^\circ \cdot \cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \cos 85^\circ \\ & \frac{\sin 25^\circ \cdot \sin 35^\circ}{\cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ} = \frac{\frac{1}{2}(\cos 10^\circ - \cos 60^\circ)}{\frac{1}{2}(\cos 10^\circ + \cos 60^\circ)} = \frac{2\cos 10^\circ - 1}{2\cos 10^\circ + 1} \\ & \frac{\sin 15^\circ \cdot \sin 85^\circ}{\cos 15^\circ \cdot \cos 85^\circ} = \frac{\cos 70^\circ - \cos 100^\circ}{\cos 70^\circ + \cos 100^\circ} = \frac{\cos 70^\circ + \sin 80^\circ}{\cos 70^\circ - \sin 80^\circ} \\ & = \frac{\frac{1}{2} \cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ}{\frac{1}{2} \cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 10^\circ - \sin 10^\circ} = \frac{\cos 10^\circ - (\sqrt{3} - 2) \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ - (\sqrt{3} + 2) \sin 10^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (2\cos 10^\circ - 1)(\cos 10^\circ - (\sqrt{3} - 2) \sin 10^\circ) = 2\cos^2 10^\circ - 2(\sqrt{3} - 2) \sin 10^\circ \cos 10^\circ - \\ & - \cos 10^\circ + (\sqrt{3} - 2) \sin 10^\circ \\ & (\cos 10^\circ + 1)(\cos 10^\circ - (\sqrt{3} + 2) \sin 10^\circ) = 2\cos^2 10^\circ - 2(\sqrt{3} + 2) \sin 10^\circ \cos 10^\circ + \\ & + \cos 10^\circ - (\sqrt{3} + 2) \sin 10^\circ \\ & 2(\sqrt{3} - 2) \sin 10^\circ \cos 10^\circ - \cos 10^\circ + (\sqrt{3} - 2) \sin 10^\circ + 2(\sqrt{3} + 2) \sin 10^\circ \cos 10^\circ - \\ & - \cos 10^\circ + (\sqrt{3} + 2) \sin 10^\circ = 2 \cdot 2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ - 2\cos 10^\circ + 2\sqrt{3} \sin 10^\circ \\ & = 4 \sin 20^\circ - 2\cos 10^\circ + 2\sqrt{3} \sin 10^\circ = 4 \sin 20^\circ \end{aligned}$$

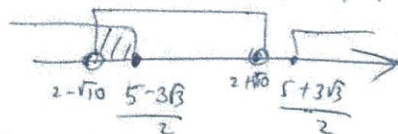
N40) $2ax^2 - 6x^2 + 32x - 10ax - a - 8 < 0$

$$a(2x^2 - 10x - 1) < 6x^2 - 32x + 8$$

$$1) 2x^2 - 10x - 1 \geq 0. \quad a < \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1}$$

$$\frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \geq 4$$

$$6x^2 - 32x + 8 - 8x^2 + 40x + 4 \geq 0$$



$$2) 2x^2 - 10x - 1 < 0$$

$$a > \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1}$$

$$4 > \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \geq 2$$

$$\begin{aligned} & -2x^2 + 8x + 12 \geq 0 \\ & x^2 - 4x - 6 \leq 0 \\ & D = 16 + 24 = 40. \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{40}}{2} = 2 \pm \sqrt{10} \\ & x > 2 + \sqrt{10} \quad \text{or} \quad x < 2 - \sqrt{10} \\ & x - 2\sqrt{10} < 1 \quad \text{or} \quad x - 3\sqrt{3} < 1 \\ & 1 - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{10} > 0 \\ & 2\sqrt{10} + 1 > 3\sqrt{3} \\ & 41 + 4\sqrt{10} > 27 \end{aligned}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{4}{n^2 - n}$$

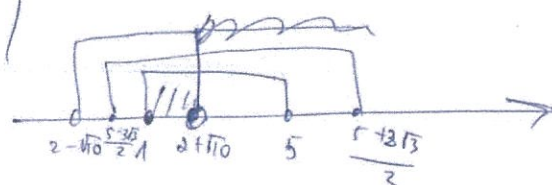
Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20686

(N10) неравенства

$$0 \leq x^2 - 32x + 8 - 4x^2 + 20x + 2 \leq 0$$

$$0 \leq x^2 - 32x + 8 - 8x^2 + 40x + 4 \leq 0$$



$$\begin{cases} 2x^2 - 12x + 10 \leq 0 \\ x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ (x-1)(x-5) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x^2 + 8x + 12 > 0 \\ x^2 - 4x - 6 \geq 0 \end{cases}$$

$$0 \leq \left(\frac{5}{2}, 2 + \sqrt{10} \right) \cup \left(2 - \sqrt{10}, \frac{5 - 3\sqrt{10}}{2} \right]$$

арифм. ошибки ²

(8)

