

ШИФР 20485

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. БАУМАНА

Площадка написания													
Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	-	0	-	-	16	16	10	54	пятьдесят четыре	

Итого: пятьдесят четыре

Олимпиада: не годится гетре. Висельс -

ЗАДАЧА 1.

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot \left(3\right)^{-3} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} \cdot \left(5\right)^{-2} + \left(64\right)^{-\frac{1}{3}}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{\frac{3^{10}}{3^9} + \frac{5^4}{5^4} + 64^{\frac{1}{3}}}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{4-3} + 2-\sqrt{3}} \cdot 1 \cdot 0,6 = \frac{3+1+4}{6} \cdot 0,6 = 0,8$$

$B = 0,1 A \Rightarrow$ ОТВЕТ: $A = 8$ (4)

ЗАДАЧА 2. Пусть t_1, t_2 - ОБЪЕМЫ 1 и 2 ТАНКЕРОВ, p - ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ ОДНОГО МАСОСА (ЗАПОЛНЯЕМЫЙ ОБЪЕМ ЗА ~~ОДНУ~~ ОДИН ЧАС). ТОГДА:

$$\frac{t_1 + \frac{t_2}{3}}{4p} = 11 ; \quad \frac{t_1}{3p} + \frac{\frac{t_2}{4}}{p} = 18$$

$$\frac{t_2}{3p} = \tau - \text{ИСКОМОЕ ВРЕМЯ}$$

ШИФР 20485

Пусть $x = \frac{t_1}{p}$; $y = \frac{t_2}{p}$. Тогда:

$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{12} = 11 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{12} + \frac{y}{36} = \frac{11}{3} \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{16} = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{y}{16} - \frac{y}{36} = \frac{9}{2} - \frac{11}{3}$$

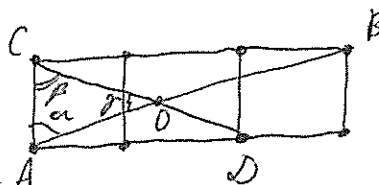
$$\frac{20y}{16 \cdot 36} = \frac{5}{6} ; y = \frac{16 \cdot 6 \cdot 5}{20 \cdot 4} = 24$$

$$T = \frac{y}{3} = 8 ; \text{ ОТВЕТ: } 8 \text{ ЧАСОВ } \checkmark (4)$$

ЗАДАЧА 3.

Пусть $\angle BAC = \alpha$, $\angle ACD = \beta$,

~~тогда~~ $\angle AOC = \gamma$; γ - искомый
угол.



из $\triangle ABC$: $\tan \alpha = 3$; из $\triangle ACD$: $\tan \beta = 2$

$$\tan \gamma = \tan (180^\circ - (\alpha + \beta)) = -\tan (\alpha + \beta) = -\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} = -\frac{5}{1-6}$$

$$\tan \gamma = 1 ; \text{ ОТВЕТ: } 45^\circ \checkmark (4)$$

ЗАДАЧА 8.

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$$

ОДЗ:

$$\sin x \geq \cos y$$

$$\cos x \geq 0$$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases} \Rightarrow \sin x + \cos x = 1$$

$$(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = \sin 2x + 1$$

$$\sin 2x + 1 = 1 \quad 1) \quad x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sin x = 0, \cos x = 1$$

$$\sin 2x = 0$$

$$2x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 1 + \cos y = 0 \\ \sqrt{0 - \cos y} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos y = -1 \\ \cos y = -1 \end{cases} \Rightarrow y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \Rightarrow \sin x = 1, \cos x = 0$$

$$\begin{cases} 0 + \cos y = 1 \\ \sqrt{1 - \cos y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos y = 1 \\ \cos y = 1 \end{cases} \Rightarrow y = 2\pi k$$

$$3) \quad x = \pi + 2\pi n \Rightarrow \cos x = -1, \text{ что не уа. Д. 3}$$

$$4) \quad x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \Rightarrow \sin x = -1, \cos x = 0$$

$$\begin{cases} 0 + \cos y = 1 \\ \sqrt{-1 - \cos y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos y = 1 \\ \cos y = -1 \end{cases} \Rightarrow y \in \emptyset$$

$$\text{ОТВЕТ: } (2\pi n; \pi + 2\pi k) \text{ и } (\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi k), n, k \in \mathbb{Z}$$

ЗАДАЧА 9.

$$\frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

Пусть $t = x + 2014$

$$\frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} + \frac{1}{(t+2)(t+3)} + \frac{1}{(t+3)(t+4)} = \frac{(t+2)(t+3)(t+4) + t(t+3)(t+4) + t(t+1)(t+4) + t(t+1)(t+2)}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} =$$

$$= \frac{(t+3)(t+4)(2t+2) + t(t+1)(2t+6)}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{2(t+1)(t+3)(t+4) + 2t(t+1)(t+3)}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} =$$

$$= \frac{2(t+1)(t+3)(2t+4)}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{4(t+1)(t+3)}{t(t+1)(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{4}{t(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$t^2 + 4t - 4 \cdot 999999 = 0$$

$$D_1 = 4 + 4 \cdot 999999 = 4 \cdot 10^6$$

$$t = -2 \pm 2000 = \begin{cases} 1998 \\ -2002 \end{cases}$$

ЗАДАЧА 10.

$$(2a-6)x^2 + (32-10a)x - a-8 < 0$$

$$x = ?$$

$$2x^2 \cdot a - 6x^2 + 32x - 10xa - a - 8 < 0 \quad \cdot \lg(30^\circ + 5^\circ) \cdot \lg(5^\circ)$$

$$(2x^2 - 10x - 1)a < 6x^2 - 32x + 8 \quad = \frac{(\lg 30 - \lg 5)(\lg 30 - \lg 5)}{(1 + \lg 30 + \lg 5)^2} \cdot \lg$$

$$1) 2x^2 - 10x - 1 = 0$$

$$D_1 = 25 + 2 = 27$$

$$x = \frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2}$$

$$x = t - 2014 = \begin{cases} -16 \\ -4016 \end{cases} \quad \begin{matrix} \lg 2a \cdot \lg a + 2\lg a \\ -\lg 2a = 0 \\ \lg 2a = \frac{2\lg a}{1 - \lg^2 a} \end{matrix}$$

$$D_1 = -1 + \frac{3}{9} = \frac{12}{9} \quad \frac{a+b}{1-ab} \cdot \frac{a-b}{1-ab} = \frac{a^2 - b^2}{1 - (ab)^2}$$

$$x = -1 \pm \frac{2}{3}\sqrt{3} \quad \text{Всп. } \Delta \text{ на } \alpha \in (2; 4)$$

$$\frac{2\sqrt{3}-3}{3} \quad \lg \frac{20^\circ}{2} \cdot \lg(30^\circ - 5^\circ)$$

$$\lg(30^\circ + 5^\circ) \cdot \lg(5^\circ)$$

$$x = \frac{5 + 3\sqrt{3}}{2} \quad = \frac{(\lg 30 - \lg 5)(\lg 30 - \lg 5)}{(1 + \lg 30 + \lg 5)^2} \cdot \lg$$

$$6x^2 + 32x + 8 = 6 \cdot \frac{25 + 30\sqrt{3} + 27}{4} -$$

$$-16 \cdot (5 + 3\sqrt{3}) + 8 = 3 \cdot \frac{52 + 30\sqrt{3}}{2} - 80 - 48\sqrt{3} + 8 =$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20485

$$= 78 + 45\sqrt{3} - 72 - 48\sqrt{3} = 6 - 3\sqrt{3}$$

$$-\frac{1}{2} < \frac{5-3\sqrt{3}}{2} < 0$$

$$5 < \frac{5+3\sqrt{3}}{2} < 5,5$$

$$5 < 3\sqrt{3} < 6$$

$$-6 < -3\sqrt{3} < -5$$

$$0 < 6 - 3\sqrt{3} < 1$$

$$0 < 6 - 3\sqrt{3} \Rightarrow a \in R \Rightarrow$$

$$x = \frac{5+3\sqrt{3}}{2} \text{ у.д.}$$

$$x = \frac{5-3\sqrt{3}}{2}; 6x^2 - 32x + 8 = 6 \cdot \frac{25 - 30\sqrt{3} + 27}{4} - 32 \cdot \frac{5-3\sqrt{3}}{4} + 8 =$$

$$= 78 - 45\sqrt{3} - 80 + 48\sqrt{3} + 8 = 6 + 3\sqrt{3}$$

$$0 < 6 + 3\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{5-3\sqrt{3}}{2} \text{ у.д.}$$

$$2) 2x^2 - 10x - 1 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; \frac{5-3\sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{5+3\sqrt{3}}{2}; +\infty)$$

$$a < \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1}; \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \geq 4; \frac{6x^2 - 32x + 8 - 4x^2 + 20x + 4}{2x^2 - 10x - 1} \geq$$

$$\frac{-2x^2 + 8x + 12}{2x^2 - 10x - 1} \geq 0; \frac{x^2 - 4x - 6}{2x^2 - 10x - 1} \leq 0$$

$$\frac{(x-2-\sqrt{10})(x-2+\sqrt{10})}{(x-\frac{5-3\sqrt{3}}{2})(x-\frac{5+3\sqrt{3}}{2})} \leq 0; \frac{(x-1)(x-5)}{(x-\frac{5-3\sqrt{3}}{2})(x-\frac{5+3\sqrt{3}}{2})} \geq 0$$

$$2+\sqrt{10} > \frac{5+3\sqrt{3}}{2}$$

$$3) 2x^2 - 10x - 1 < 0 \Rightarrow x \in (\frac{5-3\sqrt{3}}{2}, \frac{5+3\sqrt{3}}{2})$$

$$a > \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1}; \frac{2x^2 - 12x + 16}{2x^2 - 10x - 1} \leq 0; \frac{x^2 - 6x + 5}{2x^2 - 10x - 1} \geq 0$$

$$\frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \leq 2; \frac{(x-1)(x-5)}{(x-\frac{5-3\sqrt{3}}{2})(x-\frac{5+3\sqrt{3}}{2})} \geq 0$$

$$\frac{6x^2 - 32x + 8 - 4x^2 + 20x + 2}{2x^2 - 10x - 1} \leq 0; \text{ОТВЕТ: } [2-\sqrt{10}; \frac{5-3\sqrt{3}}{2}] \cup [1; 5] \cup [\frac{5+3\sqrt{3}}{2}; 2+\sqrt{10}]$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20485

ЗАДАЧА 5.

$$\operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 25^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \operatorname{tg} 85^\circ = 1$$

~~$\operatorname{tg} 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 25^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \operatorname{tg} 85^\circ = 1$~~

~~$\operatorname{tg} 25^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \operatorname{tg} 85^\circ = 1$~~

~~$\operatorname{tg} 25^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ = 1$~~

~~$\operatorname{tg} 25^\circ = 1$~~

~~$\operatorname{tg} 35^\circ = 1$~~

~~$\operatorname{tg} 85^\circ = 1$~~

