

ШИФР 20862

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	0	4	8	8	12	1	0	16	0	52 53	пятьдесят три	

№1.

Анализ: меньше три.
 больше -

$$A = \frac{\frac{4}{5}2^{-2} + 200^0}{(\frac{1}{2})^2 - 5(-2) + (\frac{2}{3})^2} + 4,75 = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + \frac{19}{4} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{16-5+9}{4}} + \frac{19}{4} =$$

$$= \frac{5}{20} + \frac{19}{4} = \frac{1}{4} + \frac{19}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$A \cdot 0,6 = 5 \cdot 0,6 = 3$$

№2.

Лукаш - x млрд. куб. м.

Новотэк - y млрд. куб. м.

Роснефть - z млрд. куб. м.

$$\frac{z}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10}$$

$$\frac{z}{x} = 5 \quad z = 5x$$

$$\frac{y}{z} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{y}{5x} = \frac{2}{5}$$

$$y = 2x$$

$$z = x + y + 8$$

$$5x = x + 2x + 8$$

$$x = 4$$

$$y = 2x = 8$$

$$z = 5x = 20$$

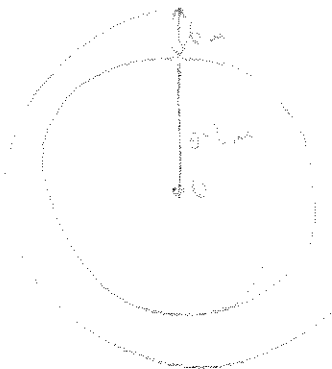


рис. 2.

№3

Вокруг O центр круга леса

Требуется вокруг каждого дерева

круг радиусом 25 м. Тогда эти круги

не пересекаются, т.к. раст. между ними 2-ое расстояние 12 м, т.к. если 2 круга пересекаются (рис. 2), то раст. между



деревами $AB < 2r$ (неравенство треугольника)
протекание

сфера внутри

Все эти круги находятся в круге с центром O
и радиусом $258 + 6 = 264$, т.к. все деревья находятся в
круге с центром O и радиусом 258.

Известно, что площадь круга $\pi R^2 \Rightarrow$ сумма площадей
кругов с радиусами 6 м $\geq 2019 \cdot \pi \cdot 6^2 = 2019 \cdot \pi \cdot 36$

Р. Площадь большого круга равна $\pi \cdot 264^2$

$$2019 \cdot 36 = 72684 \quad 264^2 = 69676$$

$72684 > \pi > 69676 \pi \Rightarrow$ сумма площадей маленьких кругов
больше площади большого круга $\Rightarrow$ какие-то 2 маленьких
круга не пересекаются, протекание. Значит деревьев < 2019
т.т.д.

№5.

$$\sin^2 \alpha = t$$

$$3 \cos^2 \alpha = 1 - t$$

$$\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = 1$$

$$\frac{t + (1-t)^2 - 1}{t + (1-t)^2 - 1} =$$

$$\frac{t^2 + 1 - 2t + t^2 - 1}{t^2 + 1 - 2t + t^2 - 1} =$$

$$\frac{2t^2 - 2t}{2t^2 - 2t} =$$

$$\frac{2t(t-1)}{2t(t-1)} = 1$$

$$= \frac{2(t^2 - t)}{3(t^2 - t)} = \frac{2}{3} \text{ от m.g.}$$

№6

$$v_1 = 3 \text{ км/ч}$$

$$v_2 = 5 \text{ км/ч}$$

$$v_3 = 12 \text{ км/ч}$$

$$S_1 = 10 \text{ км}$$

$$S_2 - \text{расстояние,}$$

которое прошла машина

+ время, через которое
моторист встретит велосипедиста

$$t = \frac{S_1}{v_2 - v_1} = \frac{10}{5 - 3} = 5$$

$$S_2 = v_3 \cdot t = 5 \cdot 12 = 60 \text{ км}$$

Ответ: машина проехала 60 км

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20862

№4.

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0$$

$$x = 0$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{при } x = 0 \quad \sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = \sqrt{1} - 0 = 1$$

x - не корень.

$$\text{при } x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = \sqrt{\left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}\right)^3 - \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} + 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{1 \pm 3\sqrt{5} + 5 \pm 5\sqrt{5}}{8} - \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} + 1} = \sqrt{\frac{10 \pm 8\sqrt{5} - 12 \pm 12\sqrt{5} + 8}{8}} = \sqrt{\frac{12 \pm 4\sqrt{5}}{8}} = \sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} - 1$$

$$\sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (\text{при этом одинакового знака } \sqrt{} \Rightarrow \text{возвести в квадрат})$$

$$\text{или } x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \text{это неверно, т.к.}$$

$$\frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < 0, \text{ а } \sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}} > 0$$

$$\text{или } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{3 - \sqrt{5}}{2} > 0 \quad \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \frac{1 - 2\sqrt{5} + 5}{4}$$

$$6 - 2\sqrt{5} = 6 - 2\sqrt{5}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 20862

№7

орз?

$$2x - x^2 - 7 = A$$

$$11 - x = B$$

$$\Rightarrow 9x - x^2 - 8 = A \cdot B \quad 8x^2 - x^2 - 7 - (11 - x) = A \cdot B$$

$$\sqrt{A-B} \geq \sqrt{AB} \geq 0$$

$$\sqrt{A-B} \geq 0 \text{ и } \sqrt{A} - \sqrt{B} \geq 0 \Rightarrow \text{можно неравенство возвести в квадрат.}$$

$$A+B-2\sqrt{AB} \geq A-B$$

$$2B \geq 2\sqrt{AB} \quad (\text{обе стороны } \geq 0)$$

$$B \geq \sqrt{AB}$$

$$B^2 \geq AB \quad (B > 0, \text{ т.к. } B \sqrt{AB} \geq \sqrt{AB} \geq 0)$$

$$B \geq A$$

$$11-x \geq 8x - x^2 - 7$$

$$x^2 - 9x + 18 \geq 0$$

$$(x-3)(x-6) \geq 0$$

$$\begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

доказано

8.10.2017

10.10.2017

$$\sqrt[3]{k+1} = a \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{k+1} + \sqrt[3]{k+1} + \sqrt[3]{k+1}} = \frac{1}{ab + a^2b^2} =$$

$$= \frac{b-a}{b^3 - a^3} = \frac{\sqrt[3]{k+1} - \sqrt[3]{k}}{k - (k-1)} = \sqrt[3]{k+1} - \sqrt[3]{k}$$

Значит

$$\frac{1}{\sqrt[3]{k+1} + \sqrt[3]{k}} + \frac{1}{\sqrt[3]{k} + \sqrt[3]{k-1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{k-1} + \sqrt[3]{k-2}} =$$

$$= \sqrt[3]{k+1} - \sqrt[3]{k} + \sqrt[3]{k} - \sqrt[3]{k-1} + \sqrt[3]{k-1} - \sqrt[3]{k-2} =$$

$$= \sqrt[3]{k+1} - \sqrt[3]{k-2} = \sqrt[3]{k+1} - 1 - \text{рациональное}$$

$k = 8a^3$, где a - натуральное, $k > 2017$

$12^3 = 1728$

$13^3 = 2197 \Rightarrow$ наименьшее такое $k > 2017$ равно 2197