

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31667

Класс 10 Вариант -12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания СПбГМУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8 7	0	12	1	0 1	16	0	42 45	сорок два	<i>[Signature]</i>

*аннулиция; сорок
два.
Баллов —*

ШИФР 31667

Задача - 1

$$\begin{aligned}
 1) B &= \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + (64^{-\frac{1}{3}})^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} = \\
 &= \frac{3^{10} \cdot \frac{1}{3^3} + 5^4 \cdot \frac{1}{5^4} + (\sqrt[3]{64})^3}{2+\sqrt{3}+2\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}+2-\sqrt{3}} \cdot 1 \cdot 0,6 = \frac{3+1+\sqrt[3]{64}}{4+2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}} \cdot 0,6 = \\
 &= \frac{8}{4+2\sqrt{4-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3}} \cdot 0,6 = \frac{8}{4+2} \cdot 0,6 = \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{10} = 0,8
 \end{aligned}$$

$$2) \frac{0,8}{10} = \frac{A}{100}$$

$$A = 10 \cdot 0,8 = 8$$

Ответ: 8

Задача-2

Пусть работа 1 танкера = y
~~Пусть~~ А 2 танкера = z

$$v_{\text{насоса}} = x$$

$$A = v \cdot t; \quad t = \frac{A}{v}$$

$$\begin{cases}
 y + \frac{1}{3}z = 11 & | \cdot 4 \\
 \frac{y}{3x} + \frac{1}{x}z = 18 & | \cdot 3x
 \end{cases}$$

$\xrightarrow{\text{вспомогательная работа}} 1 \cdot 4$
 $\xrightarrow{\text{время}} 4x$
 $\rightarrow 4 \cdot x$ насосов

$$\begin{aligned}
 y + \frac{3}{4}z &= 54x \\
 y &= \frac{1}{3}z = 44x \\
 \frac{5}{12}z &= 10x \quad | \cdot 12 \\
 5z &= 120x \\
 z &= 24x
 \end{aligned}$$

$$t = \frac{A}{3v} = \frac{z}{3x} = \frac{24x}{3x} = 8$$

$t = 8 \text{ часов}$

Ответ: 8



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 31667

Задача - 4

$$(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x$$

$$(*) \quad \begin{matrix} x \leq 1 \\ x \geq -1 \\ -1 \leq x \leq 1 \end{matrix} \quad \checkmark$$

$$\sqrt{(1+x)(1-x)} + \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - 1 = \frac{1}{4}x$$

$$\sqrt{(1-x)(1+x)} + \sqrt{1-x} + x - x^2 + \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - 1 = \frac{1}{4}x$$

$$\sqrt{(1-x)(1+x)} + \sqrt{1+x} = \sqrt{1-x} + (\frac{1}{4}x + 1) \quad \uparrow$$

$$(1-x)(1+x) + 2(1+x)\sqrt{1-x} + 1+x = 1-x + (\frac{1}{2}x+2)\sqrt{1-x} + \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$$

$$1-x^2 + (2+2x)\sqrt{1-x} + 1+x = 1-x + \frac{1}{2}x\sqrt{1-x} + 2\sqrt{1-x} + \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$$

$$-x^2 + 2\sqrt{1-x} + 2x\sqrt{1-x} + x = -x + \frac{1}{2}x\sqrt{1-x} + 2\sqrt{1-x} + \frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$$

$$-16x^2 + 32x\sqrt{1-x} + 16x = -16x + 8x\sqrt{1-x} + x^2 + 8x$$

$$17x^2 - 32x + 8x\sqrt{1-x} - 32x\sqrt{1-x} + 8x = 0$$

$$17x^2 - 24x - 24x\sqrt{1-x} = 0$$

$$x(17x - 24 - 24\sqrt{1-x}) = 0$$

$$1) x = 0 \quad 2) 17x - 24 - 24\sqrt{1-x} = 0$$

$$17x - 24 = 24\sqrt{1-x}$$

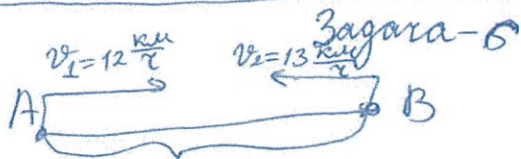
$$289x - 576 = 576(1-x)$$

$$289x - 576 = 576 - 576x$$

$$865x = 1152$$

$$x = \frac{1152}{865} \quad (x > 1 \Rightarrow \text{не соотв. усл. } (x))$$

Ответ: $\boxed{0}$



$$v_{\text{сближения}} = 25 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$t_{\text{до встречи}} = \frac{75}{25} = 3 (\text{часа})$$

собака бегала 3 часа.

$$S = 15 \cdot 3 = 45 \text{ км}$$

пути собаки

Ответ: $\boxed{45}$

12

ШИФР 31667

Задача - 7

$$\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{4-2x} \geq \sqrt{6x-x^2-12}$$

$$(*) \quad 6x-x^2-5 \geq 0$$

$$x^2-6x+5 \leq 0$$

$$D=16$$

$$x_{1,2} = 3 \pm 2$$

$$\begin{cases} x=5 \\ x=1 \end{cases} \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline 1 \quad 5 \end{array} \rightarrow x$$

$$4-2x \geq 0$$

$$2x \leq 4$$

$$x \leq 2$$

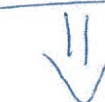
$$6x-x^2-12 \geq 0$$

$$x^2-6x+12 \leq 0$$

$$D=16$$

$$x_{1,2} = 3 \pm 2$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=6 \end{cases} \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline 2 \quad 6 \end{array} \rightarrow x$$



$$x \in [2; 3,5]$$

Ответ: $[2; 3,5]$

- это ОДЗ?
см. упр. - задание.

Задача - 8

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \\ |\sin x - \cos y| = \cos^2 x \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \cos y - \sin x = \cos^2 x \end{cases}$$

$$\cos x + \cos y = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$\sin^2 x$$

$$\cos x + \sin x = \sin^2 x - \cos^2 x$$

$$\cos^2 x + \cos x + \sin x - \sin^2 x = 0$$

$$\cos x (\cos x + 1) + \sin x (1 - \sin x) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

$$1) \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases}$$

$$\cos x + \sin x = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$\cos x + \sin x = 1 - \cos^2 x + 1 - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x + \sin x + \cos^2 x + \cos x = 2$$

$$\sin^2 x - \sin x + \cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\sin x (\sin x - 1) + \cos x (\cos x - 1) = 0$$

$$1) \sin x = 0$$

$$x = \pi + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$4) \cos x - 1 = 0$$

$$\cos x = 1$$

$$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = ?$$

1 (am)



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

$$m = \frac{E}{c^2}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

31667

Задача - 9

$$\frac{1}{x+2014} - \frac{1}{x+2015} = \frac{x+2015-x-2014}{(x+2014)(x+2015)} = \frac{1}{(x+2014)(x+2015)}$$

$$\frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{1}{x+2014} - \frac{1}{x+2015} + \frac{1}{x+2015} - \frac{1}{x+2016} + \frac{1}{x+2016} - \frac{1}{x+2017} + \frac{1}{x+2017} - \frac{1}{x+2018} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{1}{x+2014} - \frac{1}{x+2018} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{x+2018-x-2014}{(x+2014)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4}{(x+2014)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

$$(x+2014)(x+2018) = 4 \cdot 999999$$

$$x^2 + 2018x + 2014x + 2014 \cdot 2018 = 4 \cdot 999999$$

$$x^2 + 4032x + 4064252 - 3999996 = 0$$

$$x^2 + 4032x + 64256 = 0$$

$$D = 16257024 - 4 \cdot 64256 = 16000000 = 4000^2$$

$$x = -16$$

$$x = -4016$$

Ответ: $\boxed{-4016; -16}$

16

