

ШИФР 31693

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.13

Площадка написания КНУТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	0 1	0	2	8	12	12	16	0	0	54 55	пятьдесят пять.	Ж.

Анализ:
 некорректно
 нет. Баллы -

~1

м.к. $B=0,1A$, по $A=1013$

$$A = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 2 \cdot 8^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(6\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot (2,018)^0 \cdot \sqrt{0,36} \cdot 10 =$$

$$= \frac{3^{10} \cdot 3^3 \cdot (-3) + 5^4 \cdot 5^{-4} + 64^{\frac{1}{3}}}{2+\sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + 2-\sqrt{3}} \cdot 1 \cdot 0,6 \cdot 10 = \frac{3+1+4}{4+2\sqrt{1}} \cdot 6 = \frac{8 \cdot 6}{6} = 8$$

Ответ 8.

~2

Пр. ось

t

A

4x

$\frac{T_1}{4x}$

11 часов

T_1

4x

$\frac{T_2}{12x}$

$\frac{1}{3}T_2$

3x

$\frac{T_1}{3x}$

18 часов

T_1

x

$\frac{T_2}{4x}$

$\frac{T_2}{4}$

х. пр. ось 1 класс

$\frac{T_2}{3x}$ - нужно найти

См. ур. 1-е

$$\frac{T_1}{4x} + \frac{T_2}{12x} = 11$$

$$\frac{T_1}{3x} + \frac{T_2}{4x} = 18$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3T_1 + T_2}{12x} = 11 \\ \frac{4T_1 + 3T_2}{12x} = 18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{3T_1 + T_2}{12x} \Rightarrow T_1 + \frac{1}{3}T_2 = \gamma \cdot 12x$$

$$T_1 = \gamma \cdot 12x - \frac{1}{3}T_2$$

$$3 \cdot \gamma \cdot 12x - 3 \cdot \frac{1}{3}T_2 + T_2 = 11$$

$$21 - \frac{5}{12x}T_2 = 11$$

$$\frac{5}{12x}T_2 = 10 \quad / : 5$$

$$\frac{T_2}{12x} = \frac{10}{3x} \quad / : 3 \Rightarrow \frac{T_2}{4x} = \frac{10}{9}$$

Ответ: 6 часов

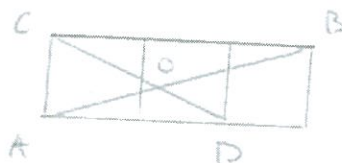
~3

$$\angle COA = 180^\circ - \angle ACD = \angle OAD + \angle ODA$$

$$\operatorname{tg} \angle OAD = \frac{1}{3}, \operatorname{tg} \angle ODA = \frac{1}{2}$$

Итак:

$$\angle COA = \arctg \frac{1}{3} + \arctg \frac{1}{2}$$



$\angle COA$ - катанг

$$\left(\sqrt{1+x} - 1 \right) \left(\sqrt{1-x} + 1 \right) = \frac{1}{4} x$$

~4

$$1+x-1 = \frac{1}{4} x$$

ОДЗ?

$$1) 1+x \geq 0$$

$$x \geq -1$$

$$1+x-1 = \frac{1}{4} x$$

$$x = \frac{1}{4} x$$

$$x=0$$

$$2) 1+x < 0$$

$$x < -1$$

$$-1-x-1 = \frac{1}{4} x$$

$$-2-x = \frac{1}{4} x$$

$$-2 = \frac{5}{4} x$$

$$x = \frac{-2 \cdot 4}{5}$$

$$x = -\frac{8}{5}$$

$$x = -1,6$$

ОДЗ?

Итак: $x = -1,6$

$$\operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 25^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \operatorname{tg} 85^\circ = 1 \Rightarrow \frac{\sin 15^\circ \sin 25^\circ \sin 35^\circ \sin 85^\circ}{\cos 15^\circ \cos 25^\circ \cos 35^\circ \cos 85^\circ} = 1$$

$$\Rightarrow \sin 15^\circ \sin 25^\circ \sin 35^\circ \sin 85^\circ = \cos 15^\circ \cos 25^\circ \cos 35^\circ \cos 85^\circ$$

$$\sin 15^\circ \sin 25^\circ \sin 35^\circ \sin 85^\circ = \sin 45^\circ \sin 65^\circ \sin 55^\circ \sin 5^\circ \quad (\text{так } \cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x))$$

$$\frac{1}{2}(\sin 60^\circ + \sin 10^\circ) \frac{1}{2}(\sin 70^\circ + \sin 100^\circ) = \frac{1}{2}(\sin 70^\circ + \sin 80^\circ) \frac{1}{2}(\sin 10^\circ + \sin 120^\circ)$$

$$\frac{1}{2} \sin 100^\circ = \sin 80^\circ \quad (\text{по формулам преобразования})$$

$$\sin 120^\circ = \sin 60^\circ$$

$$\text{Значит, } \frac{1}{2}(\sin 60^\circ + \sin 10^\circ) \frac{1}{2}(\sin 70^\circ + \sin 80^\circ) = \frac{1}{2}(\sin 70^\circ + \sin 80^\circ) \frac{1}{2}(\sin 10^\circ + \sin 60^\circ)$$

Заметим, что собака бежит во время, пока велосипедисты не встретятся.

$$v_{\text{собака}} = (12 + 13) \text{ км/ч}$$

$$\frac{45 \text{ км}}{25 \text{ км/ч}} = 3 \text{ ч (время бега до встречи)}$$

$$15 \text{ км/ч} \cdot 3 \text{ ч} = 45 \text{ км} \text{ пробежала собака}$$

Ответ: 45 км

27

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{4 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12}$$

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12} + \sqrt{4 - 2x}$$

возведем в квадрат, от части ≥ 0 , знак не меняется

$$6x - x^2 - 5 \geq 8x - x^2 - 12 + 4 - 2x + 2\sqrt{(4 - 2x)(8x - x^2 - 12)}$$

$$2\sqrt{(4 - 2x)(8x - x^2 - 12)} \leq 0$$

Заметим, что $2\sqrt{(4 - 2x)(8x - x^2 - 12)} \geq 0$ всегда

Значит, численные реше решения, когда $\sqrt{(4 - 2x)(8x - x^2 - 12)} = 0$

$$4 - 2x = 0 \quad 8x - x^2 - 12 = 0$$

$$x = 3,5 \quad x = 2$$

$$x = 6$$

так как мы не учли ОДЗ, то сделаем проверку

$x = 6$ не подходит.

Ответ: 3,5, 2

$$1 - \cos x + \cos y = \sin^2 x$$

$$\sqrt{\sin^2 x - \cos y} = \cos x \Rightarrow \cos^2 x = \sin^2 x - \cos y$$

$$\cos x + \cos y = 1 - \cos^2 x$$

$$\cos x + \cos y = \sin^2 x + \cos y + 1$$

$$\cos x + \sin^2 x = 1$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 x} = 1 - \cos^2 x$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 x} = 1 - \cos^2 x \leftarrow \text{можно привести к линейным корням,} \\ \text{сначала надо проверить}$$

$$1 - \cos^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$$

$$1 - \cos^2 x - 2\cos x + \cos^2 x = 0$$

$$2\cos x (2\cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\cos y = 1 \quad \cos y = -1$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ y = 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n \text{ не подходит при проверке}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \right), \left(2\pi h, h \in \mathbb{Z}, (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$$

~10

$$(2a-6)x^2 + (32-10a)x - a - 8 < 0$$

$$D = (32-10a)^2 + 4(a+8)(2a-6) = 1024 - 640a + 100a^2 + 4(2a^2 - 6a + 16a - 48) = 1024 - 640a + 100a^2 + 8a^2 - 24a + 64a - 192 = 108a^2 - 600a + 832$$

$$x_{1,2} = \frac{10a+32 \pm \sqrt{108a^2 - 600a + 832}}{40-12}$$

Заметим, что при $x=0$ $y < 0$ при $2 < a < 4$

Подставим $x=1$

$$y = 2a - 6 + 32 - 10a - a - 8$$

$$y = -9a + 8$$

$$\frac{y}{9} = -a + 2, \text{ заметим, что при } x=1 \text{ } \underline{y < 0} \text{ при } 2 < a < 4$$

Следует $x \in (0, 1)$ удовлетворяет $y=0$ и x принадлежит к промежутку между крайними точками