

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2014

Площадка написания СПЖГУ „ЛЕТИ“

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	4	0	8	8	12	0 4	0 2	0	0	32 38	тридцать два тридцать восемь	

$$A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4\frac{3}{4} = \left(\frac{1}{4} + 1\right) : \left(4 - 5\left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{9}{4}\right) + \frac{19}{4} =$$

$$= \frac{5}{4} : \left(\frac{25}{4} + \frac{5}{4}\right) + \frac{19}{4} = \frac{5}{4} : \frac{30}{4} + \frac{19}{4} = \frac{1}{6} + \frac{19}{4} = \frac{12}{24} + \frac{114}{24} = \frac{126}{24} = \frac{21}{4}$$

$$\frac{6}{10} A = \frac{6}{10} \cdot \frac{21}{4} = \frac{63}{20}$$

Ответ: $\frac{63}{20}$

√2

Пусть Роснефть — это x объема газа, Новатек — y объема газа, Лукойл — z объема газа, Газпром — G объема газа.

$y : x : z = \frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{1}{10}$ и $\frac{3}{10}x = G$ и $x = 8 + y + z + G$

1) $x : y = \frac{1}{2} : \frac{1}{5}$

2) $x : z = \frac{1}{2} : \frac{1}{10}$

$y = \frac{1}{5}x : \frac{1}{2} = \frac{2}{5}x$

$z = \frac{1}{10}x : \frac{1}{2} = \frac{1}{5}x$

3) $x = 8 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{5}x + \frac{3}{10}x \quad | \cdot 10$

$10x = 80 + 4x + 2x + 3x$

Ответ: $x = 80$ — Роснефть

$G = \frac{3}{10} \cdot 80 = 24$ — Газпром.

$y = \frac{2}{5} \cdot 80 = 32$ — Новатек

$z = \frac{1}{5} \cdot 80 = 16$ — Лукойл

с - это буква
экспонента

$$C = 2\pi r = 516 \pi$$

$$N = \frac{d}{c} = \frac{516 \pi}{12} = 43 \pi \approx 135,02$$

В prøve /vergangen he conste 2018 gelyke
Normaalste
2018 <

№ 3

доно
 $r = 258 \mu$
 $d = 12 \mu$
 $d \geq 12 \mu$
доказано
№ 3



№ 4

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1 \quad || \sqrt{}$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0$$

№ 3: $x - 1 \geq 0$
 $x \geq 1$

⇒ $x = 0$ - не удовлетворяет

(1) $x^2 - x - 1 = 0$ (1)
 $x_1 = 1 + \sqrt{5}$
 $x_2 = 1 - \sqrt{5} < 0$ - не подходит

Ответ: $1 + \sqrt{5}$

№ 5

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{3}{2}$$

1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad || \sqrt{}$
 $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1$
 $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

2) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad || \sqrt{}$
 $\sin^6 \alpha + 3 \sin^4 \alpha \cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^4 \alpha + \cos^6 \alpha = 1$
 $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

⇒

$$\frac{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{3}{2}$$

$\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ - это и требуется доказать.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 23265

№6
Дано
 $v_1 = 3 \text{ км/ч}$
 $v_2 = 5 \text{ км/ч}$
 $v_3 = 12 \text{ км/ч}$
 $d_1 - d_2 = 10 \text{ км}$
 $d_3 = ?$

- Решение
1) П. к. тела ~~1~~ и 2 движутся
и движется тело 1 $\Rightarrow$ их общая
скорость сближения
 $v_{12} = v_2 - v_1 = 2 \text{ км/ч}$



- 2) Первоначальное расстояние между телами было 10 км
Тела встретятся через $T = \frac{10}{2} = 5 \text{ часов}$
Это время будет лететь Оса.

Оса пролетит $d_3 = T \cdot v_3 = 12 \cdot 5 = 60 \text{ км}$
Ответ: 60 км.

№4

$$\sqrt{8x - x^2 - 4} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18} \quad (\Rightarrow)$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 8x - x^2 - 4 \geq 0 \quad (1) \\ 11 - x \geq 0 \\ 9x - x^2 - 18 \geq 0 \quad (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1; 4] \\ x \in (-\infty; 11] \\ x \in [3; 6] \end{cases} \Rightarrow x \in [3; 6]$$

1) $8x - x^2 - 4 \geq 0$

$$x^2 - 8x + 4 \leq 0$$

$$1) x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$D = 36 > 0, 2 \text{ корня}$$

$$x_1 = \frac{8+6}{2} = 4 \quad x_2 = \frac{8-6}{2} = 1$$

2)
 $x \in [1; 4]$

(2) $9x - x^2 - 18 \geq 0$

$$x^2 - 9x + 18 \leq 0$$

$$1) x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 2 = 29 > 0, 2 \text{ корня}$$

$$x_1 = \frac{9+3}{2} = 6 \quad x_2 = \frac{9-3}{2} = 3$$

2)
 $x \in [3; 6]$

$$\Rightarrow \sqrt{8x - x^2 - 4} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18} + \sqrt{11 - x} \quad | \uparrow^2$$

$$8x - x^2 - 4 \geq 9x - x^2 - 18 + 2\sqrt{(11-x)(9x - x^2 - 18)} + 11 - x$$

$$2) (11-x)(9x - x^2 - 18) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 11 - \text{не удовлетворяет ОДЗ} \\ x = 3 \\ x = 6 \end{cases}$$

Ответ: $x \in [3; 6]$

Почему перешли
от неравенства
к уравнению?

$$\begin{aligned} \sqrt{8} \begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x - \sin y \sin x = 1 \\ \cos^2 x - \cos y \cos x = 1 \end{cases} \\ \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} = \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} & \Rightarrow \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} = \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} \\ \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} = \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} & \Rightarrow \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} = \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} \\ \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} = \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} & \Rightarrow \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} = \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} \\ \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} = \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} & \Rightarrow \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} = \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} &= \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} \\ \frac{\sin^2 x - 1}{\cos x} &= \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 x - \sin y \sin x &= \cos^2 x - \cos y \cos x \\ \cos y \cos x - \sin y \sin x &= \cos^2 x - \sin^2 x - 1 \\ \cos(x+y) &= \cos^2 x + \cos^2 x - 1 \\ \cos(x+y) &= 2\cos^2 x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2\cos^2 x - \cos(x+y) &= 1 \\ \cos^2 x &= \frac{1 + \cos(x+y)}{2} \end{aligned}$$