



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 22333

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания ЛЭТИ

| Задача | 1 | 2                         | 3 | 4 | 5 | 6  | 7                         | 8 | 9 | 10                        | $\Sigma$ |                                                     | Подпись            |
|--------|---|---------------------------|---|---|---|----|---------------------------|---|---|---------------------------|----------|-----------------------------------------------------|--------------------|
|        |   |                           |   |   |   |    |                           |   |   |                           | Цифрой   | Прописью                                            |                    |
| Оценка | 4 | <del>3</del> <sub>4</sub> | 0 | 8 | 8 | 12 | <del>1</del> <sub>4</sub> | 8 | 0 | <del>0</del> <sub>2</sub> | 44<br>50 | сорок<br>четыре<br>пятьдесят<br>английские<br>баллы | <i>[Signature]</i> |

$$\textcircled{1} A = 2^{-2} + 2018^0$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5 \cdot (-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 4,45 = \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - 5 \cdot \frac{1}{4} + \frac{9}{4}} + 4\frac{3}{4} =$$

$$= \frac{5}{4} : \left(4 + \frac{9}{4} - \frac{5}{4}\right) + 4\frac{3}{4} = \frac{5}{4 \cdot 5} + 4\frac{3}{4} = 5$$

$$\frac{5 \cdot 60}{100} = \frac{5 \cdot 6}{10} = \frac{6}{2} = 3$$

Ответ: 3

$$\textcircled{4} \sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$x^3 - 3x + 1 = (x-1)^2$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x = 0$$

проверим, что

корни подходят

под условием "и условия"

т.к. возведем в квадрат

$$\begin{cases} x^3 - 3x + 1 \geq 0 & (1) \\ x - 1 \geq 0 & (2) \end{cases}$$

$x = 0$  не подходит под (2), т.к.  $-1 < 0$

$x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} - 1 < 0 \Rightarrow$  этот корень тоже не подходит

$$\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) + 1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} < 3$$

$\Rightarrow$  этот корень подходит под условие (1)

$\sqrt{5} - 1$   $\sqrt{5} > 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{5} - 1}{2} > 0 \Rightarrow$  этот

(проверяется и-и записи):  
 => Эконом капитал неограничен и неограничен  
 условие

Ответ:  $x = 14\sqrt{5}$

(2)

2:5:1  
 1:2:10  
 1:1:1

Имеется, проверьте, капитал неограничен и неограничен  
 Проверьте  $\frac{2}{3}x = \frac{1}{4}x$ , проверьте  $\frac{8}{5}x$ ,  
 Проверьте  $\frac{1}{6}x$ , проверьте  $\frac{30}{11}\%$   
 $\frac{10}{3} \cdot \frac{8}{5}x = \frac{16}{3}x$

$$\frac{16}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x = \frac{8}{5}x - 8$$

$$\frac{16}{3}x + \frac{2}{4}x + \frac{2}{8}x = \frac{16}{10}x - 8$$

$$8 = \frac{1}{16}x \Rightarrow x = 8 \cdot 16 = 128$$

Имеется: Проверьте  $\frac{1}{5} \cdot 128 = 16$  руб. в год,  $\frac{8}{5} \cdot 128 = 80$  руб. в год,  $\frac{16}{3} \cdot 128 = 24$  руб. в год,  $\frac{32}{4} \cdot 128 = 32$  руб. в год,  $\frac{16}{3} \cdot 128 = 24$  руб. в год.





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22333

$$(5) \frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{(\sin^2 \alpha)^2 + (\cos^2 \alpha)^2 - 1}{(\sin^2 \alpha)^3 + (\cos^2 \alpha)^3 - 1} = \frac{(\sin^2 \alpha)^2 + (1 - \sin^2 \alpha)^2 - 1}{(\sin^2 \alpha)^3 + (1 - \sin^2 \alpha)^3 - 1}$$

замена:  $\sin^2 \alpha = t$

$$(6) \frac{t^2 + (1-t)^2 - 1}{t^3 + (1-t)^3 - 1} = \frac{t^2 + 1 - 2t + t^2 - 1}{t^3 + 1 - 3t + 3t^2 - t^3 - 1} = \frac{2t^2 - 2t}{3t^2 - 3t} = \frac{2}{3}$$

(6) За час путешественники сближаются на  $(5-3) = 2$  км. Разница между ними 10 км,  $\Rightarrow$  встретятся они через 5 часов. Всё это время оса летит с постоянной скоростью 12 км/ч,  $S = v \cdot t$  ( $S$  - путь,  $v$  - скорость,  $t$  - время)

$$(7) 12 \cdot 5 = 60 \text{ км}$$

Ответ: 60 км

$$(7) \sqrt{2x - x^2 - 7} - \sqrt{1-x} \geq \sqrt{2x - x^2 - 6}$$

найдем ОДЗ для  $g(x)$ :

$$(x-6)(3-x) \geq 0$$

$$\Downarrow$$

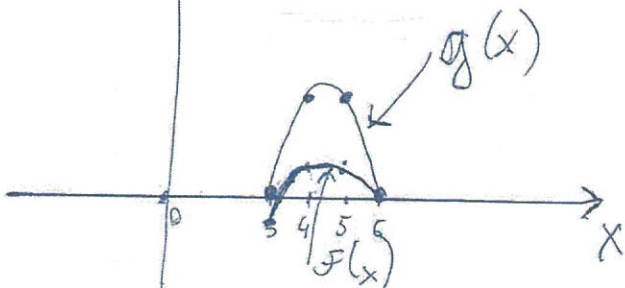
$$x \in [3; 6]$$

Аналогично для  $f(x)$

$$x \in [1; 7]$$

$\Downarrow$   
можно рассмотреть только неравенство на промежутке  $x \in [3; 6]$

Построим графики  $f(x)$  и  $g(x)$  на промежутке  $[3; 6]$  и проверим параболы



Заметим, что

$[3; 6) f(x) < g(x)$ , а при  $x = 6 f(x) = g(x) \Rightarrow$

| $x$ | $f(x)$                  | $g(x)$     |
|-----|-------------------------|------------|
| 3   | $\sqrt{1-0} = 1$        | 0          |
| 4   | $\sqrt{2-4} = \sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ |
| 5   | $\sqrt{3-5} = \sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ |
| 6   | 0                       | 0          |

Ответ:  $x=1$

2

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\cos x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\sin x} = \cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 x - 1 = \sin x \sin y \\ \cos^2 x - 1 = \cos x \cos y \end{cases}$$

сумма одних параметров, разность:

$$\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \\ \sin^2 y + \cos^2 y = 1 \end{cases} \Rightarrow \sin^2 x \sin y + \cos^2 x \cos y = 0$$

$$\cos(x+y) = -1 \Rightarrow x+y = \pi + 2\pi k$$

$$y = \pi + x + 2\pi k$$

$$\begin{cases} \sin^2 x - 1 = \sin x \cdot \sin(x+\pi) \\ \cos^2 x - 1 = \cos x \cdot \cos(x+\pi) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{1}{\cos x} \\ \cos x = \frac{1}{\sin x} \end{cases} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{\cos x} \Rightarrow \sin x \cos x = 1 \Rightarrow \sin 2x = 2 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

for any integer k:  $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$  or  $x = \frac{5\pi}{4} + \pi k$

$$y = \pi + x = \frac{5\pi}{4} + \pi k$$

$$(4-2a)x^2 + (13a-27)x + 33-13a > 0$$

10

$$\begin{aligned} 4x^2 - 2ax^2 + 13x - 13 &> 0 \\ 4x^2 - 2ax^2 + 13x - 13 &> 0 \end{aligned}$$



ШИФР 22333

10) (продолжение)

$$a > 2 + \frac{-x+7}{2x^2-13x+13}$$

$$a > 2 - \frac{x-7}{2x^2-13x+13}$$

$$a-2 > \frac{x-7}{2x^2-13x+13} = f(x)$$

если  $f(x) < \min(g(x))$ ,  
 то  $f(x)$  меньше и  
 остальных значений  
 $g(x) \Rightarrow$  рассмотрим  
 кратные значения  $a=1$

$$-1 > - \frac{x-7}{2x^2-13x+13}$$

$$\frac{x-7}{2x^2-13x+13} > 1$$

$$x-7-2x^2+13x-13$$

$$\frac{-2x^2+14x-20}{2x^2-13x+13} > 0$$

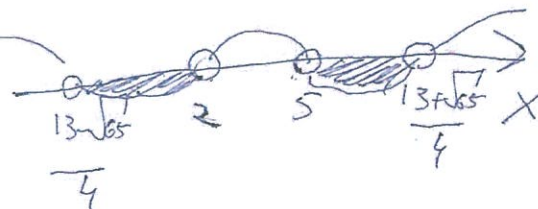
$$\frac{-2x^2+14x-20}{2x^2-13x+13} > 0$$

$$\frac{x^2-7}{x^2-13x+13} < 0$$

$$2x^2-13x+13$$

$$(x-5)(x-2)$$

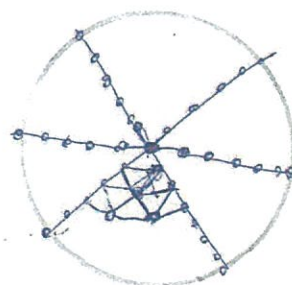
$$2(\sqrt{13-\sqrt{65}} - \sqrt{13+\sqrt{65}}) < 0$$



Подставив корни  
 $-2x^2+13x-13=0$  в  
 переход на  $f(x)$   
 заметим, что  
 при них неравенство  
 выполняется

Ответ:  $[\frac{13-\sqrt{65}}{4}; 2) \cup$   
 $(5; \frac{13+\sqrt{65}}{4}]$

3) Заметим, что  
 максимум  
 "выпуклое" покрыва-  
 ется  
 - разделение на равнове-  
 сные  $\Delta$ -и со стороной 12



по диаметру  
получается

$$\frac{258 \cdot 2}{12} + 1 = 44 \text{ герб}$$

получаем 3 полных  
 диаметра, это  $44 \cdot 3 = 132$   
 герба

