ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 16538

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ баум.

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	1	4	3,5	8	–	1,5	12	16	–	2	48	сорок восемь	

№1.

$$B=\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10}\cdot 27^{-3}+(0{,}2)^{-4}\cdot 25^{-2}+\left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2}\cdot(2{,}017)^0\cdot\sqrt{0{,}36}=$$

$$=\frac{3^{10}\cdot 3^{-9}+5^4\cdot 5^{-4}+8}{2+\sqrt{3}+2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}+2-\sqrt{3}}\cdot 1\cdot 0{,}6=$$

$$=\frac{3+1+8}{4+2\cdot 1}\cdot 1\cdot 0{,}6=\frac{12}{10};\quad B=0{,}1A$$

$$\frac{12}{10}=\frac{1}{10}A$$

$$A=12$$

Ответ: 12 (1)

№2 Пусть v – производительность каждого насоса $t=\frac{V_2}{3v}-?$

V_1 – объем I танкера

V_2 – объем II танкера, тогда

$$\begin{cases}\frac{V_1}{4v}+\frac{\frac{1}{3}V_2}{4v}=11\\ \frac{V_1}{3v}+\frac{\frac{1}{4}V_2}{v}=18\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{V_1}{v}+\frac{V_2}{3v}=44\\ \frac{V_1}{v}+\frac{3V_2}{4v}=54\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{3V_2}{4v}-\frac{V_2}{3v}=10\\ \frac{9V_2}{12v}-\frac{4V_2}{12v}=10\end{cases}$$

$$\frac{5V_2}{12v}=10$$

$$\frac{V_2}{v}=24$$

$$\frac{V_2}{3v}=8$$

Ответ: 8 ч (4)

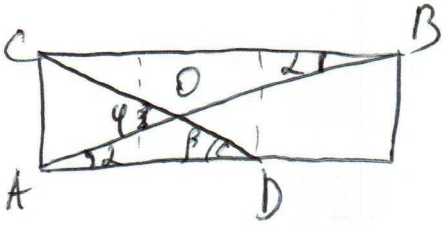
ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 16938

№3.



$\varphi = AB \hat{} CD =$

1) Пусть $\angle CBA = \alpha$, тогда т.к. $AD \parallel BC \Rightarrow \angle OAD = \alpha$;

$\angle ADC = \beta$

2) По св-ву внешних углов для $\triangle AOD$, $\angle AOC$ - внешний;

$$\varphi = \alpha + \beta$$

Из $\triangle ACD$: $tg\beta = \frac{1}{2}$, $\beta = arctg\frac{1}{2}$

Из $\triangle ABC$: $tg\alpha = \frac{1}{3}$, $\alpha = arctg\frac{1}{3}$

$$\varphi = arctg\frac{1}{2} + arctg\frac{1}{3}$$

Ответ: $arctg\frac{1}{2} + arctg\frac{1}{3}$ → 45,0 3,5

№4. $\left(\sqrt{1+x}-1\right)\left(\sqrt{1-x}+1\right)=\frac{1}{4}x$

ОДЗ: $\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 1-x \neq 0 \end{cases}$ $x \in [-1;1]$

$\sqrt{1+x} = a \geq 0$

$1+x = a^2$

$x = a^2 - 1$

$(a-1)\left(\sqrt{2-a^2}+1\right) = \frac{1}{4}(a-1)(a+1)$

$\left[\begin{array}{l} a=1 \\ \sqrt{2-a^2}+1 = \frac{1}{4}a + \frac{1}{4} \end{array}\right.$

$\sqrt{2-a^2} + 1 = \frac{1}{4}a + \frac{1}{4}$

$\sqrt{2-a^2} = \frac{1}{4}a - \frac{3}{4}$

$4\sqrt{2-a^2} = a - 3$

$\begin{cases} a \geq 3 \\ 16(2-a^2) = a^2 - 6a + 9 \end{cases}$

$a^2 - 6a + 9 - 32 + 16a^2 = 0$

$17a^2 - 6a - 23 = 0$

$\frac{D}{4} = 40^2$

$\left[\begin{array}{l} a = \frac{6-4}{34} < 0 \text{ не подходит} \\ a = \frac{6+40}{34} = \frac{46}{34} = \frac{23}{17} < 3 \text{ не подходит} \end{array}\right.$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 16938

№4. продолжение

$a=1;\ x=0$

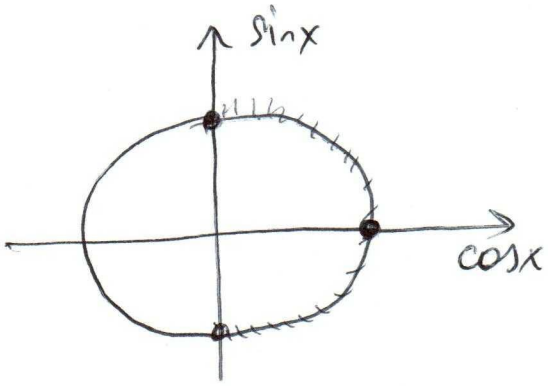
Ответ.

✓ 8

№8. $\begin{cases} \cos x+\cos y=\sin^2 x \\ \sqrt{\sin x-\cos y}=\cos x \end{cases}$

$\begin{cases} \cos x+\cos y=\sin^2 x \\ \cos x\geq 0 \\ \sin x-\cos y=\cos^2 x \end{cases}$

$\begin{cases} \cos x\geq 0 \\ \sin x+\cos x=1 \end{cases}$



$\sin x+\cos x=1$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\left[\begin{array}{l} x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}+2\pi n \\ x+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}+2\pi n \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=2\pi k \\ x=\frac{\pi}{2}+2\pi n \end{array}\right.$ $k\in Z$, $n\in Z$

1) $x=2\pi n$

$\cos(2\pi k)+\cos y=\sin^2(2\pi k)$

$1+\cos y=0$

$\cos y=-1$

$y=\pi+2\pi k,\ k\in Z$

2) $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n\right)+\cos y=\sin^2\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n\right)$

$0+\cos y=1$

$\cos y=1$

$y=2\pi l,\ l\in Z$

Ответ: $(2\pi k;\ \pi+2\pi k)\ ;\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n;\ 2\pi l\right)$ (16)

✓ ✓

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 16938

№10. $(2a-6)x^2+(32-10a)x-a-8<0$ $x-?$ $\forall a\in(2;4)$

$2ax^2-6x^2+32x-10ax-a-8<0$

$a(2x^2-10x-1)<6x^2-32x+8$

1) $2x^2-10x-1=0$

$D=100+8=108$

$x=\frac{10\pm\sqrt{108}}{4}$

$0<6x^2-32x+8$

$6x^2-32x+8>0$

$D=32\cdot32-4\cdot6\cdot8=32\cdot26$

$x=\frac{32\pm\sqrt{32\cdot26}}{12}$

$x\in(-\infty;\frac{32-\sqrt{32\cdot26}}{12})\cup(\frac{32+\sqrt{32\cdot26}}{12};+\infty)$

$\frac{10-\sqrt{108}}{4}$ ∨ $\frac{32-\sqrt{32\cdot26}}{12}$

$-18\sqrt{3}$? $2-8\sqrt{13}$

$-23{,}4$ -28

$\frac{10+\sqrt{108}}{4}$ ∨ $\frac{32+\sqrt{32\cdot26}}{12}$

$18\sqrt{3}$ < $2+8\sqrt{13}$

$23{,}4$ 28

т.е. $x=\frac{10\pm\sqrt{108}}{4}$ – не подходит

$x\neq\frac{10\pm\sqrt{108}}{4}$

2) $a<\frac{6x^2-32x+8}{2x^2-10x-1}=\ell$



$\ell\geq4$

$\ell\geq4$ $\frac{6x^2-32x+8}{2x^2-10x-1}\geq4$

$6x^2-32x+8\geq8x^2-40x-4$

$2x^2-8x-12\leq0$

$x^2-4x-6\leq0$

$D=16+32=48=2\cdot3\cdot2^3=2^4\cdot3=(4\sqrt{3})^2$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{4-4\sqrt{3}}{2}\\x=\frac{4+4\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.$

$x\in[2-2\sqrt{3};2+2\sqrt{3}]$

Ответ: $x\in[2-2\sqrt{3};2+\sqrt{3}]$

2

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 16538

№7. $\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12}$

ОДЗ:

$$\begin{cases} -x^2+6x-5 \geq 0 \\ 7-2x \geq 0 \\ -x^2+8x-12 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \in [1;5] \\ x \leq 3,5 \\ x \in [2;6] \end{cases} \Rightarrow x \in [2;3,5]$$

$\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12}$

$$\begin{cases} \sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq 0 \\ 6x-x^2-5+7-2x-2\sqrt{6x-x^2-5}\sqrt{7-2x} \geq 8x-x^2-12 \end{cases}$$

$\sqrt{6x-x^2-5} \geq \sqrt{7-2x}$

$6x-x^2-5 \geq 7-2x$

$-x^2+8x-12 \geq 0$

$x \in [2;6]$

$2\sqrt{6x-x^2-5}\sqrt{7-2x} \leq -4x+14$

$2\sqrt{6x-x^2-5}\sqrt{7-2x} \leq 2(7-2x)$

$\Updownarrow$ ОДЗ

$(7-2x)^2 \geq (7-2x)(6x-x^2-5)$

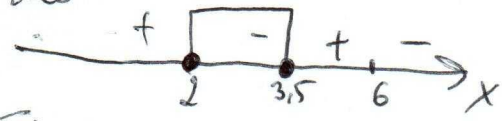
$(7-2x)(7-2x+x^2-6x+5) \geq 0$

$(7-2x)(x^2-8x+12) \geq 0$

$x^2-8x+12=0 \quad D=64-48=4^2$

$\begin{cases} x=2 \\ x=6 \end{cases}$

$(7-2x)(x-2)(x-6) \geq 0$ ОДЗ



$\begin{cases} x=2 \\ x=3,5 \end{cases}$

Ответ: $x=2;\ 3,5$.

12

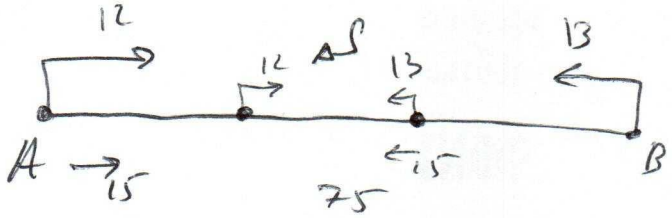
ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 16938

№6.



$T = \frac{75}{25} = 3$ ч – встретятся велосипедисты

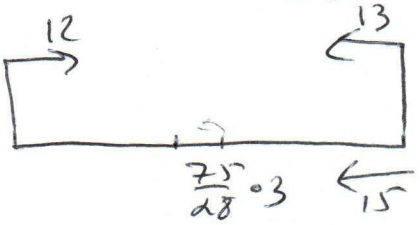
1) $(15+13) \cdot t_1 = 75$

$t_1 = \frac{75}{28}$ – встретились собака и II велос.

1 $S_1 = 12 \cdot \frac{75}{28}$ – проехал I за t_1

$S_2 = 15 \cdot \frac{75}{28}$ = пробежала собака за t_1

2) $\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{75}{28} \cdot 3$



$t_2 = T - t_1 = \frac{84-75}{28} = \frac{9}{28}$ ч – они встретятся

?

1,5