

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ имени БАУМАНА

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	-	12	12	11	-	4	63	шестьдесят три	Павлов

$$\begin{aligned}
 1. \quad B &= \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + (64^{-\frac{1}{3}})^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot (2,077)^0 \cdot \sqrt{0,36} = \frac{3^{10} \cdot 3^{-9} + 5^4 \cdot 5^{-4} + 2^{6 \cdot \frac{1}{3}}}{2 + \sqrt{3} + 2(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) \cdot 2\sqrt{3}} \cdot 1 \cdot 0,6 = \\
 &= \frac{3+1+4}{4+2\sqrt{4-3}} \cdot \frac{6}{10} = \frac{8}{6} \cdot \frac{6}{10} = \frac{8}{10}
 \end{aligned}$$

$$A \cdot 0,1 \div B \Leftrightarrow A = 10B = 8$$

Ответ: $A=8$ ✓ (4)

2. V - скорость одного насоса ($\frac{1}{ч}$); x_1 - ёмкость первого танкера (л);
 x_2 - ёмкость второго танкера (л).

По условию задачи составим 2 уравнения:

$$\begin{cases} \frac{x_1 + \frac{x_2}{3}}{4V} = 11 \cdot 4 & \frac{x_2}{3V} - \text{искомое время} \\ \frac{x_1}{3V} + \frac{x_2}{4V} = 18 \cdot 3 \end{cases}$$

$$① \quad \frac{x_1}{V} + \frac{1}{3} \frac{x_2}{V} = 44$$

$$② \quad \frac{x_1}{V} + \frac{3}{4} \frac{x_2}{V} = 54$$

② - ①:

$$\frac{x_2}{V} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) = \frac{x_2}{V} \cdot \left(\frac{9}{12} - \frac{4}{12} \right) = \frac{x_2}{V} \cdot \frac{5}{12} = 10$$

$$\frac{x_2}{V} = \frac{120}{5} = 24 \quad \frac{x_2}{3V} = 8$$

Ответ: 8 часов ✓ (4)

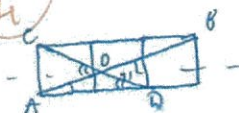
$$3. \quad \operatorname{tg} \angle CDA = \frac{1}{2}; \operatorname{tg} \angle BAD = \frac{1}{3}$$

$$\angle BOD = \angle BAA + \angle ACB = \angle CDA + \angle$$

$$\angle BOD = \angle CDA + \angle BAD$$

$$\operatorname{tg} \angle BOD = \frac{\operatorname{tg} \angle CDA + \operatorname{tg} \angle BAD}{1 - \operatorname{tg} \angle CDA \cdot \operatorname{tg} \angle BAD} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1 \Rightarrow \angle BOD = 45^\circ$$

Ответ: 45° ✓ (4)



$$\frac{x}{y} = (1 + \sqrt{x-1})(1 - \sqrt{x+1}) \quad 4.$$

003: $x \in [-1, 1] - m \cdot x$ $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases}$

$$\sqrt{1-x} = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} - 1 - \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{(a-1)(a+1)} = \frac{4}{a^2-1} = \frac{4}{(\sqrt{2}-a^2)(\sqrt{2}+a^2)+1}$$

$$L + n = h + \sqrt{4 - 2h}$$

$$[a=1] \quad \frac{4(2-a^2)}{a^2} = a-3 - \text{невозможн, т.к. } a-3 < 0 \quad (a-3) \cdot (a-3) < 0$$

$$\begin{aligned} 0 &= x \\ 1 &= n \end{aligned}$$

Umgebung: $x=0$

6. Silas kat sodara éi épiat deasana nemo-
jantou kraposmbro, nanggil éi épiat dea u gu-

настички на сапоштв.

12. $72 + 73 = 25 \text{ (Kil / 2)}$. Cylindrical pronghorn

www.mymc-25.com

$$t = \frac{75}{25} = 3 \text{ s}$$

$$S = t \cdot v_{\text{avg}} = 3.15 = 4.6 \text{ km}$$

12

Orbiter: 45 km

$$\sqrt{6x^2 - 5x - 1} - \sqrt{4x^2 - 2x} \geq \sqrt{8x^2 - x - 1} + \sqrt{-x - 4}$$

280

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x' & y' & z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(x[2; 6])

25. 2:35

$$\frac{(x-2)(x-3)(x-5)(x-6)(x-12+2-2x+2\sqrt{2(x-3.5)(x-6)(x-2)})}{(x-2)(x-3)(x-5)(x-6)(x-12+2-2x+2\sqrt{2(x-3.5)(x-6)(x-2)})}$$

$$\sqrt{(x-3.5)(x-6)(x-2)} \leq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \text{ m.u. } \sqrt{x} \geq 0 \text{ m.u. } a \geq 0$$

Богословия & филология,
м.к. оди "научна сфера"
издава на 0 0 3

ШИФР 31423

$$\begin{cases} x=2 \\ x=3,5 \\ x=6 \end{cases}$$

$$x \in [2; 3,5] - \text{откуда}$$

ответ: $x \in \{2\} \cup \{3,5\}$ ✓ (12)

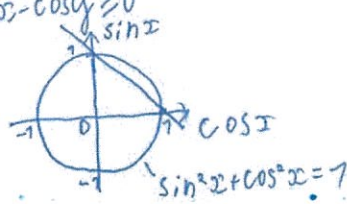
8. $\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$

откуда: $\cos x \geq \cos y$; $\cos x \geq 0$ $\begin{cases} \cos x + \cos y \geq 0 \\ \cos x \geq 0 \\ \sin x - \cos y \geq 0 \end{cases}$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\cos x + \cos y = 1 + \cos y - \sin x$$

$$\sin x + \cos x = 1 - \cos y \quad \text{ан. график:}$$



$$\begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = 1 \end{cases}$$

$\begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos y = 1 \end{cases}$ - подставим оба варианта в начальные уравнения, убедимся, что подходит.

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n_1, n_1 \in \mathbb{Z} \\ y = 2\pi n_2 \\ x = 2\pi n_2 \\ y = \pi + 2\pi n_2, n_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ответ: $(x, y) = (\frac{\pi}{2} + 2\pi n_1, 2\pi n_2); (2\pi n_2, \pi + 2\pi n_2); n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$

10. $(2a-6)x^2 + (32-10a)x - a - 8 < 0$

$$a(2x^2 - 10x - 1) - 6x^2 + 32x - 8 < 0$$

$$a < \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \quad \text{если выполняется при } 2 < a < 4,$$

то $4 \leq \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1}$ т.е. в таком случае выполняется

где $a(2x^2 - 10x - 1) < 6x^2 - 32x + 8$

1) $\begin{cases} 2x^2 - 10x - 1 > 0 \\ a < \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x^2 - 10x - 1 < 0 \\ a > \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2 - 10x - 1 = 0 \\ 6x^2 - 32x + 8 > 0 \end{cases}$

т.е. выполняется для всех $2 < a < 4$,

1) $\begin{cases} 2x^2 - 10x - 1 > 0 \\ 4 \leq \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x^2 - 10x - 1 < 0 \\ 2 \geq \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2 - 10x - 1 = 0 \\ 6x^2 - 32x + 8 > 0 \end{cases}$

14
в соответствии
с критериями
проверки

$$2x^2 - 10x - 1 = 0$$

$$\textcircled{1} = 25 + 2 = 27$$

$$x = 5 \pm 3\sqrt{3}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & x \in (-\infty; \frac{5-3\sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{5+3\sqrt{3}}{2}; +\infty) \\ & 6x^2 - 32x + 8 - 8x^2 + 40x + 4 < 0 \end{aligned} \right.$$

$$-2x^2 + 8x + 12 \geq 0$$

$$\textcircled{2} = 16 + 24 = 40$$

$$x = -4 \pm \sqrt{40}$$

$$x_1 = 2 + \sqrt{10}, x_2 = 2 - \sqrt{10}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & x \in (-\infty; \frac{5-3\sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{5+3\sqrt{3}}{2}; +\infty) \\ & 4 \left((x-2-\sqrt{10})(x-2+\sqrt{10}) \right) \left((x-\frac{5-3\sqrt{3}}{2})(x-\frac{5+3\sqrt{3}}{2}) \right) \leq 0 \end{aligned} \right.$$

$$2x^2 - 12x + 10 \leq 0$$

$$2x^2 - 12x + 10 = 0$$

$$\textcircled{2} = 36 - 20 = 16$$

$$x = \frac{6 \pm 4}{2} \neq x_1 = 5, x_2 = 1$$

$$\left\{ \begin{aligned} & x \in (-\infty; \frac{5-3\sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{5+3\sqrt{3}}{2}; +\infty) \\ & 6x^2 - 32x + 8 - 4x^2 + 20x + 2 < 0 \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{aligned} & x \in (-\infty; \frac{5-3\sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{5+3\sqrt{3}}{2}; +\infty) \\ & 2x^2 - 10x - 1 < 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} & x \in (-\infty; \frac{5-3\sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{5+3\sqrt{3}}{2}; +\infty) \\ & 6x^2 - 32x + 8 = 0 \\ & \textcircled{2} = 256 - 48 = 208 = 16 \cdot 13 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} & x \in (-\infty; \frac{5-3\sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{5+3\sqrt{3}}{2}; +\infty) \\ & x \in (-\infty; \frac{5-3\sqrt{3}}{2}) \cup (\frac{5+3\sqrt{3}}{2}; +\infty) \end{aligned} \right.$$

$$\frac{16-4\sqrt{13}}{6} < \frac{6}{4} < \frac{6}{28} > \frac{6}{4}$$

$$\begin{aligned} & 2 + \sqrt{10} > 5 \\ & 2 - \sqrt{10} < 0 \\ & \frac{2}{5+3\sqrt{3}} < \frac{2}{5-3\sqrt{3}} \\ & 4 + 2\sqrt{10} < \sqrt{5+3\sqrt{3}} \\ & 40 < \sqrt{7+6\sqrt{3}} + 27 \\ & 2 + 2\sqrt{3} < \sqrt{5+3\sqrt{3}} \\ & 4 - 2\sqrt{10} < \sqrt{5-3\sqrt{3}} \\ & 3\sqrt{2} < \sqrt{7+2\sqrt{10}} \\ & 18 < \sqrt{7+4\sqrt{10}} + 40 \\ & -23 < \sqrt{4\sqrt{10}} \end{aligned}$$

$$\frac{5-3\sqrt{3}}{2} < 0$$

$$\frac{5+3\sqrt{3}}{2} > 5$$

$$-2 + \sqrt{10} < -5$$

$$\text{Ответ: } x \in [2 - \sqrt{10}; \frac{5-3\sqrt{3}}{2}] \cup [\frac{5+3\sqrt{3}}{2}; 2]$$

4