

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания _____

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	3	1	-	12	2	13	16	2	57	шестидесять семь	Ж

$$1. B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + (64^{-\frac{1}{9}})^{-3}}{\frac{(\sqrt{2+\sqrt{3}})^4 + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^2}{\frac{3}{3^9} + \frac{5^4}{5^4} + 2 \frac{10}{9}}} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3 + 1 + 4}{4 + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}} \cdot 0,6 = \frac{3+1+4}{4+2\sqrt{4-3}} \cdot \frac{6}{10} = \frac{8 \cdot 6}{6 \cdot 10} = 0,8.$$

B - это 10% от A. Значит $A = 10B$

$$A = 10 \cdot 0,8 = 8.$$

Ответ: $A = 8.$ +

2. Пусть t_1 - время заполнения V_1 четырьмя насосами, t_2 - время заполнения V_1 тремя насосами, t - время заполнения V_2 тремя насосами. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 4At_1 = V_1 \\ 4A(11-t_1) = \frac{1}{3}V_2 \\ 3At_2 = V_1 \\ A(18-t_2) = \frac{1}{4}V_2 \\ 3At = V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4At_1 = V_1 \\ 12A(11-t_1) = V_2 \\ 3At_2 = V_1 \\ 4A(18-t_2) = V_2 \\ 3At = V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4At_1 = 3At_2 \\ 12A(11-t_1) = 4A(18-t_2) \\ 3At = \frac{4A(18-t_2)}{12A(11-t_1)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4t_1 = 3t_2 \\ 12(11-t_1) = 4(18-t_2) \\ t = 4 \frac{(18-t_2)}{11-t_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4t_1 = 3t_2 \\ 3(11-t_1) = 18-t_2 \\ t = 4 \frac{(18-t_2)}{11-t_1} \end{cases}$$

$$t_2 = \begin{cases} 4t_1 = 3t_2 \\ t_2 = 3(t_1-5) \\ 3t = 4 \frac{(18-t_2)}{11-t_1} \end{cases}$$

$$4t_1 = 3 \cdot 3(t_1-5)$$

$$4t_1 = 9t_1 - 45$$

$$-5t_1 = -45$$

$$t_1 = 9, \text{ а } t = 4(11-t_1)$$

$$t = 4(11-9); t = 4 \cdot 2$$

$$t = 8.$$

Ответ: $t = 8.$ +

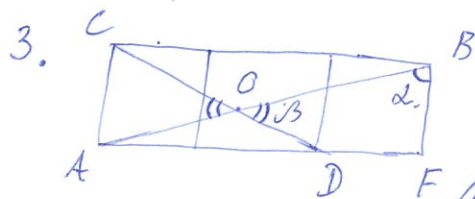
$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

19297



Пусть сторона квадрата равна 1.

Рассмотрим $\triangle ADC$. Он прямоугольный и $\text{ctg}(\angle ADC) = \frac{AD}{AC} = 2 \Rightarrow \angle ADC = \text{arctg} 2$

, тогда $\angle CDF = 180 - \text{arctg} 2$.

Рассмотрим $\triangle ABF$. Он тоже прямоугольный и $\text{tg} \angle ABF = \frac{AF}{BF} = 3 \Rightarrow \angle ABF = \text{arctg} 3$.

сумма углов в четырехугольнике $OBFD = 360^\circ$

$$360 = 180 - \text{arctg} 2 + \text{arctg} 3 + 90 + \beta$$

$$\beta = 90 + \text{arctg} 2 - \text{arctg} 3$$

Ответ: $\beta = 90 + \text{arctg} 2 - \text{arctg} 3$

4. $(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x$

$$\sqrt{1-x^2} - 1 = \frac{1}{4}x$$

$$4\sqrt{1-x^2} = x + 4$$

$$16(1-x^2) = x^2 + 8x + 16$$

$$16 - 16x^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$17x^2 + 8x = 0$$

$$x(17x + 8) = 0$$

$$x = 0; x = -\frac{8}{17}$$

Ответ: $-\frac{8}{17}; 0$.

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq -1 \end{cases}$$

$$x \in [-1; 1]$$

3) (дополнительно).

Также, можно ра

$$\text{8. } \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$$

$$\sin x \geq \cos y.$$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \cos y = \sin x - \cos^2 x \end{cases}$$

$$\cos x + \sin x - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\cos x + \sin x = 1$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 x} = 1 - \cos x$$

$$1 - \cos^2 x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$$

$$2\cos^2 x - 2\cos x = 0$$

$$2\cos x (\cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$\cos x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \cos y = \sin x - \cos^2 x \\ \cos x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos y = \sin x - \cos^2 x \\ \cos x = 1 \end{cases}$$

$$\cos y = \sqrt{1 - \cos^2 x} - \cos^2 x$$

$$\cos y = \sqrt{1 - \cos^2 x} - \cos^2 x$$

$$\cos y = 1$$

$$\cos y = 0 - 1$$

$$\cos y = -1$$

$$y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $(\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; 2\pi k, k \in \mathbb{Z}); (2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z})$.

$$\text{7. } \sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{4 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12}$$

$$\begin{cases} -x^2 + 6x - 5 \geq 0 \\ 4 - 2x \geq 0 \\ -x^2 + 8x - 12 \geq 0 \end{cases}$$

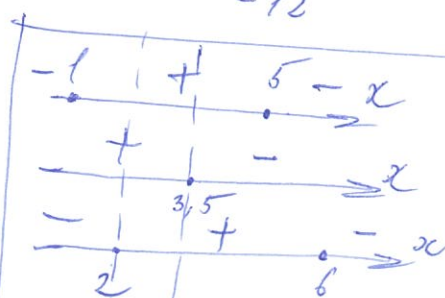
$$-x^2 + 6x - 5 \geq 0$$

$$4 - 2x \geq 0$$

$$-(x - 5)(x - 1) \geq 0$$

$$x \leq 3,5$$

$$-(x - 6)(x - 2) \geq 0$$



$$x \in [2; 3,5]$$

при подставив некоторые значения в исходное неравенство видно, что это и есть ответ.

Ответ: $x \in [2; 3,5]$

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

19297.

9. Пусть $x + 2016 = t$, то тогда,

$$\frac{1}{(t-2)(t-1)} + \frac{1}{t(t-1)} + \frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2(t-1)}{t(t-1)(t-2)} + \frac{2(t+1)}{t(t+1)(t+2)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2t+4+2t-4}{t(t^2-4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4}{t^2-4} = \frac{1}{999999}$$

$$4 \cdot 999999 = t^2 - 4$$

$$t^2 = 4000000$$

$$t = \pm 2000$$

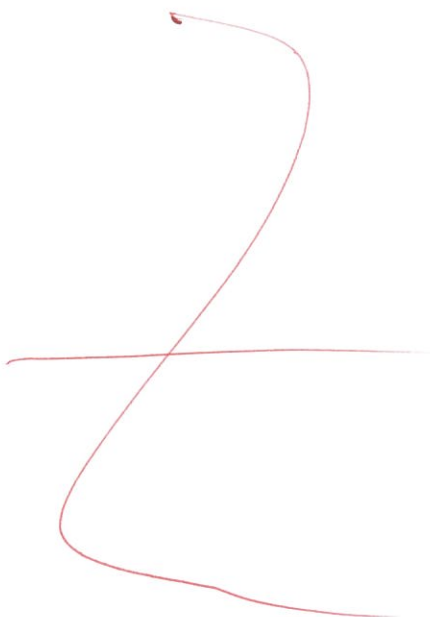
$$2000 = x + 2016$$

$$-2000 = x + 2016$$

$$x = -16$$

$$x = -4016$$

Ответ: -4016 ; -16 +



10. можно составить систему неравенств; подставив крайние значения параметра α .

$$\begin{cases} -2x^2 + 12x - 10 < 2x^2 - 8x - 12 \\ -2x^2 - 12x - 10 < 0 \\ 2x^2 - 8x - 12 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x^2 + 12x - 10 > 2x^2 - 8x - 12 \\ -2x^2 - 12x - 10 < 0 \\ 2x^2 - 8x - 12 < 0 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} -4x^2 + 20x + 2 < 0 \\ -2x^2 - 12x - 10 < 0 \\ 2x^2 - 8x - 12 < 0 \end{cases}$$

2) все тоже, только

$$\begin{cases} 2(x - \frac{5+3\sqrt{3}}{2})(x - \frac{5-3\sqrt{3}}{2}) < 0 \\ (x+5)(x+1) > 0 \\ (x - (2+\sqrt{10}))(x - (2-\sqrt{10})) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 10x - 1 > 0 \\ x^2 + 6x + 5 > 0 \\ x^2 - 4x - 6 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x - \frac{10+\sqrt{108}}{4})(x - \frac{10-\sqrt{108}}{4}) > 0 \\ (x+5)(x+1) > 0 \\ (x - (2+\sqrt{10}))(x - (2-\sqrt{10})) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x - \frac{5+3\sqrt{3}}{2})(x - \frac{5-3\sqrt{3}}{2}) > 0 \\ (x+5)(x+1) > 0 \\ (x - (2+\sqrt{10}))(x - (2-\sqrt{10})) < 0 \end{cases}$$

а)

Ответ: ~~нет таких x.~~

$$x \in (2 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10})$$

Ответ: $(2 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10})$

6. Время, когда велосипедисты встретятся:
 $t = \frac{S}{v_1 + v_2} = \frac{45}{12 + 13} = 3 \text{ ч.}$, и всё это время, собака
 будет бежать (по пути не важно куда).
 тогда её путь будет равен: $S_c = t \cdot v_c = 3 \cdot 15 = 45 \text{ км.}$

Ответ: $S_c = 45 \text{ км.}$ +