ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19233

Класс 11 **Вариант** 12 **Дата Олимпиады** 10.02.18

Площадка написания Горный Университет

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	4	–	0	8	12	12	8	16	–	64	шестьдесят четыре	

шестьдесят четыре
апелляция
Бажева –

№1.

$$В = \frac{3^{10}\cdot 3^{-9}+5^4\cdot 5^{-4}+4}{(\sqrt{2+\sqrt3}+\sqrt{2-\sqrt3})^2}\cdot\sqrt{0,36} = \frac{3+1+4}{(\sqrt{2+\sqrt3}+\sqrt{2-\sqrt3})^2} =$$

$$= \frac{8}{2+\sqrt3+2\sqrt{(2+\sqrt3)(2-\sqrt3)}+2-\sqrt3} = \frac{8}{4+2\sqrt{4-3}} = 6$$

$\frac{8}{6}\cdot 0,6 = 0,8 \Rightarrow$ число $A=8$.

Ответ: $A=8$. +

№2.

Пусть 1 насос наполняет танкер за x часов, а второй за y часов. По данному условию составлю систему уравнений:

$$\begin{cases}\frac{x}{4}+\frac{y}{12}=11\\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=18\end{cases} \quad \begin{cases}\frac{3x+y}{12}=11\\ \frac{4x+3y}{12}=18\end{cases} \Rightarrow \begin{matrix}x=36\\ y=24\end{matrix} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Первый насос наполняет 2 танкер за 24 ч $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 3 насоса заполнят за 8 часов

Ответ: 8 часов.

+

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19233

№5.

$tg15\cdot tg25\cdot tg35\cdot tg85=1.$

$$\frac{\sin 15\cdot\sin 25\cdot\sin 35\cdot\sin 85}{\cos 15\cdot\cos 25\cdot\cos 35\cdot\cos 85}=1.$$

$\sin 15\cdot\sin 25\cdot\sin 35\cdot\sin 85=\frac{1}{4}(\cos 10-\cos 40)(\cos 50-\cos 120)$

$\cos 15\cdot\cos\cdot\cos 35\cdot\cos 85=\frac{1}{4}(\cos 10+\cos 40)(\cos 50+\cos 120)$

$$tg15\cdot tg25\cdot tg35\cdot tg85=\frac{\frac{1}{4}(\cos 10-\cos 40)(\cos 50-\cos 120)}{\frac{1}{4}(\cos 10+\cos 40)(\cos 50+\cos 120)}=$$

$$=\frac{\cos 10\cdot\cos 50-\cos 10\cdot\cos 120-\cos 40\cdot\cos 50+\cos 40-\cos 120}{\cos\cdot 10\cdot\cos 50+\cos 10\cdot\cos 120+\cos 40\cdot\cos 50+\cos 120\cdot\cos 40}$$

Необходимо показать, что $\cos 10\cdot\cos 120+\cos 40\cos 50=0.$

$\cos 10\cdot\cos 120=\frac{1}{2}(\cos 130+\cos 110)$ $\quad\cos 40\cdot\cos 50=\frac{1}{2}\cdot\cos 10$

$\cos 130+\cos 110+\cos 10=0$ $\quad\cos 130+\cos 110=2\cos 120\cdot\cos 130$

$\cos 130+\cos 110+\cos 10=\cos 10(1+2\cos 120)=\cos 10(1-2\cdot 0{,}5)=0$

$$\Rightarrow tg15\cdot tg25\cdot tg35\cdot tg85=\frac{\cos 10\cdot\cos 50+\cos 40\cdot\cos 120}{\cos 10\cdot\cos 50+\cos 40\cdot\cos 120}=1$$

ч.т.д. +

№6.

$\frac{75}{(12+13)}=3$ ч. – время до встречи велосипедистов

$3\cdot 15$ км $=45$ км – расстояние которое пробежала собака.

Ответ: 45 км. +

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19233

№7.

7) $\sqrt{6x-x^2-5}-\sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12}$

ОДЗ: 1) $x^2-6x+5 \leq 0$

$D=16$

$x_{1,2}=\frac{6\pm4}{2}=5;2$.

$x\in[2;5]$

2) $7-2x\geq0$

$x\leq\frac{7}{2}$

3) $x^2+12-8x\leq0$

$D=16$

$x_{1,2}=\frac{8\pm4}{2}=6;2$

$x\in[2;6]$

Решение: $6x-x^2-5\geq 8x-x^2-12+2\sqrt{(8x-x^2-12)(7-2x)}+7-2x$

$6x-5\geq 8x-12+2\sqrt{(8x-x^2-12)(7-2x)}+7-2x$.

$6x-5\geq 6x-5+2\sqrt{80x-23x^2+2x^3-84}$

$-2\sqrt{80x-23x^2+2x^3-84}\geq0$.

выражение будет истино только если

$-2\sqrt{80x-23x^2+2x^3-84}=0$; $\Rightarrow 80x-23x^2+2x^3-84=0$

Очевиден корень $x=2$ $\Rightarrow$

$$\begin{array}{l|l} 2x^3-23x^2+80x-84 & x-2 \\ \underline{2x^3-4x^2} & 2x^2-19x+42 \\ \quad -19x^2+80x-84 & \\ \quad \underline{-19x^2+38x} & \\ \qquad 42x-84 & \\ \qquad \underline{42x-84} & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$(2x^2-19x+42)(x-2)=0$; $x=2$.

$2x^2-19x+42=0$

$D=361-336=25$.

$x_{1,2}=\frac{19\pm5}{4}=6;\frac{7}{2}$. Проверим корни удовлетворяют ли они ОДЗ

$\Rightarrow x=2$ $x=\frac{7}{2}$ $x\neq6$

Ответ: $x=2$; $x=3,5$. +

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19233

№8.

ОДЗ?

$$\begin{cases} \cos x+\cos y=\sin^2 x \\ \sqrt{\sin x-\cos y}=\cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x+\cos y=\sin^2 x \\ \sin x-\cos y=\cos^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x+\cos y=\sin^2 x \\ \sin x+\cos x=\underbrace{\cos^2 x+\sin^2 x}_{1} \end{cases} \Rightarrow$$

$$=\begin{cases} \cos x+\cos y=\sin^2 x \\ \cos x+\sin x=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos y=\sin^2 x-\cos x \\ \cos 2x+2\sin x\cdot\cos x+ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x+\cos y=\sin^2 x \\ \sqrt{\sin x-\cos y}=\cos x \end{cases} \Big| \wedge 2 \Rightarrow \begin{cases} \cos x+\cos x=\sin^2 x \\ \sin x-\cos y=\cos^2 x \end{cases}$$

$\cos y$

$$\begin{cases} \cos y=\sin^2 x-\cos x \\ \cos x+\sin x=\underbrace{\cos^2 x+\sin^2 x}_{1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos y=1-\cos^2 x-\cos \\ \cos x+\sin x=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos y=1-\cos 2x-\cos x \\ \frac{1}{\sqrt2}\cdot\sin x+\frac{1}{\sqrt2}\cdot\cos x=\frac{1}{\sqrt2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos y=1-\cos^2 x-\cos x \\ \cos\frac{\pi}{4}\cdot\sin x+\sin\frac{\pi}{4}\cdot\cos x=\frac{\sqrt2}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \cos y=1-\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2-\frac{\sqrt2}{2} \\ x=-\frac{\pi}{4}+(-1)^k\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z \end{cases}$$

откуда?

$$\Rightarrow \cos y=1-\frac{2}{4}-\frac{\sqrt2}{2}=\frac12-\frac{\sqrt2}{2} ?$$

$$\cos y=\frac{1-\sqrt2}{2} ?$$

$$y=\arccos\left(\frac{1-\sqrt2}{2}\right)$$

Ответ: $x=\cancel{-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{4}}+\ -\frac{\pi}{4}+(-1)^k\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z$

$y=\arccos\left(\frac{1-\sqrt2}{2}\right)$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19233

№ 9

$$\frac{1}{(x+2014)(x+2015)}+\frac{1}{(x+2015)(x+2016)}+\frac{1}{(x+2016)(x+2017)}+\frac{1}{(x+2017)(x+2018)}=\frac{1}{999999}$$

Пусть $(x+2016)=t$, тогда

$$\frac{1}{(t-2)(t-1)}+\frac{1}{(t-1)t}+\frac{1}{t(t+1)}+\frac{1}{(t+1)(t+2)}=\frac{1}{999999}$$

упростим левую часть:

$$\frac{t+t-2}{t(t-2)(t-1)}+\frac{1}{t(t+1)}+\frac{1}{(t+1)(t+2}=\frac{2t-2}{t(t-2)(t-1)}+\frac{t+2+t}{t(t+1)(t+2)}=$$

$$=\frac{2(t-1)}{t(t-2)(t-1)}+\frac{2(t+1)}{t(t+1)(t+2)}=\frac{2}{t(t-2)}+\frac{2}{t(t+2)}=\frac{2(t+2)+2(t-2)}{t(t-2)(t+2}=$$

$$=\frac{2t+2+2t-2}{t(t^2-4)}=\frac{4t}{t(t^2-4)}=\frac{4}{(t^2-4)}$$

$$\frac{4}{t^2-4}=\frac{1}{999999};\quad \frac{4}{(t-2)(t+2)}=\frac{1}{999999};\quad \frac{4z-t^2+4}{(t-2)(t+2)z}$$

$z=999999$

$4(z+1)-t^2=0$; $4\cdot 999999-t^2_{+1}=0$; $4\cdot 1000000-t^2=0$

$t^2=4000000$

$t=\pm 2000$ $\Rightarrow$ $x+2016=2000$ $\quad$ $x+2016=-2000$

$x=-16$ $\quad$ $x=-4016$

Ответ: $x=-16$ $\quad$ $x=-4016$ +

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 19233

№4

$(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)=\frac{1}{4}x$

$(\sqrt{1+x})^2-1^2=\frac{x}{4}$

$(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)\neq(\sqrt{1+x})^2-1^2$

$1+x-1=\frac{x}{4}$

$x-\frac{x}{4}=0$

$4x-x=0$

$3x=0$

$x=0$

Ответ: $x=0$.