ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 18174

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ имени Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	—	—	8	—	—	6	16	16	16	66	шестьдесят шесть	

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 18174

$$\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{7-2x} \geq \sqrt{8x-x^2-12} \quad |^2$$

ОДЗ: $\begin{cases} 6x-x^2-5 \geq 0 \\ 7-2x \geq 0 \\ 8x-x^2-12 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-6x+5 \leq 0 \\ 2x-7 \leq 0 \\ x^2-8x+12 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1;5] \\ x \in (-\infty; 3,5] \\ x \in [2;6] \end{cases}$

ОДЗ: $x \in [2; 3,5]$

$6x-x^2-5+7-2x-8x+x^2+12 \geq 2\sqrt{(7-2x)(6x-x^2-5)}$

$-4x+14 \geq 2\sqrt{(2x-7)(x^2-6x+5)}$

$-2x+7 \geq \sqrt{(2x-7)(x^2-6x+5)}$

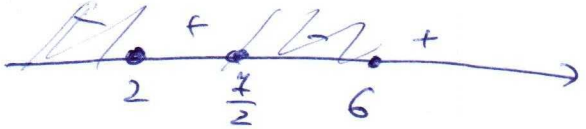
$\sqrt{(2x-7)(x^2-6x+5)} \leq 7-2x \quad (*)$

$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 7-2x \geq 0 \\ (2x-7)(x^2-6x+5) - (7-2x)^2 \leq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \leq 3,5 \\ (2x-7)(x^2-6x+5-2x+7) \leq 0 \quad (1) \end{cases}$

$(1)\ (2x-7)(x^2-8x+12) \leq 0$

$\left(x-\frac{7}{2}\right)(x-2)(x-6) \leq 0$



$(1): x \in (-\infty; 2] \vee \left[\frac{7}{2}; 6\right]$

$(*) \Leftrightarrow x \in (-\infty; 2]$

Пересечем с ОДЗ:

Получаем: $x = 2$

Ответ: $* \in 23$

потеряно второе решение $x_2 = 3,5$

6

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 18174

№7.

$$B=\frac{3^{10-9}+5^{4-4}+4^{\frac{1}{8}\cdot 3}}{4+2\sqrt{4-3}}\cdot 1\cdot 0{,}6=\frac{3+1+4}{6}\cdot 0{,}6=\frac{8}{6}\cdot\frac{3}{5}=$$

$$=\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$$

4 ✓

$0{,}1A=B \qquad A=B\cdot 10=\frac{4}{5}\cdot 10=8$

Ответ: 8.

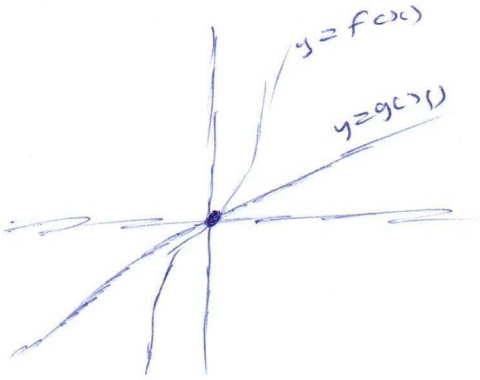
№4

$$\left(\sqrt{1+x}-1\right)\left(\sqrt{1-x}+1\right)=\frac{1}{4}x$$

$f(x)=\left(\sqrt{1+x}-1\right)\left(\sqrt{1-x}+1\right)$

$g(x)=\frac{1}{4}x$

ОДЗ: $x\geq -1$, $x\leq 1$, $x\in[-1;1]$



$f(x)\uparrow\uparrow$, $g(x)\uparrow\uparrow$, ОДЗ $\Rightarrow$ имеет 1 точку пересечения

$x=0$

Ответ: $x=0$

8 ✓

№8

$$\begin{cases}\cos x+\cos y=\sin^2 x\\ \sqrt{\sin x-\cos y}=\cos x\end{cases}\qquad\begin{cases}\cos y=\sin^2 x-\cos x\\ \sqrt{\sin x-\sin^2 x+\cos x}=\cos x\ (1)\end{cases}$$

1) $\cos x\geq 0$

$\sin x-\sin^2 x+\cos x=\cos^2 x$

$\sin x-\sin^2 x-1+\sin^2 x=-\cos x$

$\sin x-1=-\sqrt{1-\sin^2 x}$

$1-\sin x=\sqrt{1-\sin^2 x}$

$1-2\sin x+\sin^2 x=1-\sin^2 x$

$-2\sin x=-2\sin^2 x$

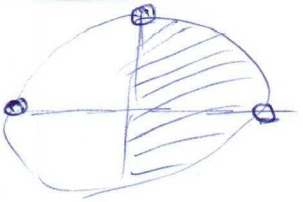
$\sin x-\sin^2 x=0$

$\sin x=0$ $\quad$ $\sin x=1$

$\begin{cases}x=\pi k,\ k\in z\\ x=\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in z\end{cases}$

$1-\sin x\geq 0$

$\sin x\leq 1$



(1): $\begin{cases}x=2\pi k,\ k\in z\ (a)\\ x=\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in z\ (б)\end{cases}$

а) $\cos y=0-\cos x$

$\cos y=-\sqrt{1-0}$

$\cos y=-1$

$y=+\pi+2\pi k,\ k\in z.$

Продолжение №8.

б) $\cos y = 1 - \sqrt{7-1}$

$\cos y = 1$.

$y = 2\pi k, k \in Z$.

16

Ответ: $(2\pi k; \sqrt{9}\pi + 2\pi k); (\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi n), k \in Z, n \in Z$.

$$\frac{1}{(x+2074)(x+2075)} + \frac{1}{(x+2075)(x+2076)} + \frac{1}{(x+2076)(x+2074)} +$$

$$+ \frac{1}{(x+2074)(x+2078)} = \frac{1}{999\,999}$$

$$\frac{1}{x+2074} - \frac{1}{x+2075} + \frac{1}{x+2075} - \frac{1}{x+2076} + \frac{1}{x+2076} - \frac{1}{x+2074} +$$

$$+ \frac{1}{x+2074} - \frac{1}{x+2078} = \frac{1}{999\,999}$$

$$\frac{1}{x+2074} - \frac{1}{x+2078} = \frac{1}{999\,999}$$

$$\frac{x+2078-x-2074}{(x+2074)(x+2078)} = \frac{1}{999\,999}$$

$$\frac{4}{(x+2074)(x+2078)} = \frac{1}{999\,999}$$

$3999996 = x^2 + 2078x + 2074x + 4064252$

$x^2 + 4032x + 64256 = 0$

$D = 4064256 - 64256 = 4000000 = (2000)^2$

~~$x_{1,2} = -4032 \pm 2000$~~ $x_{1,2} = -2016 \pm 2000$

~~$\left[\begin{array}{l} x = -2032 \\ x = -6032 \end{array}\right.$~~

$\left[\begin{array}{l} x = -4016 \\ x = -16 \end{array}\right.$

Ответ: $x = -4016$, $x = -16$.

16

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 18114

$\sqrt{10}$

$(2a-6)x^2+(32-10a)x-a-8<0$

$a\in(2;4)$

Найдём значения x в точках $a=2$, $a=3$, $a=4$.

$f(2)=-2x^2+12x-10<0$

$x^2-6x+5>0$

$x\in(-\infty;1)\cup(5;+\infty)$

$f(3)=2x-11<0$

$x<5{,}5$

$f(4)=2x^2-8x-12<0$

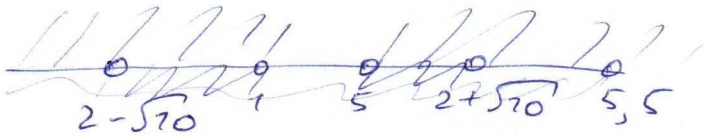
$x^2-4x-6<0$

$x^2-4x-6=0$

$x_{1,2}=2\pm\sqrt{10}$

$x\in(2-\sqrt{10};2+\sqrt{10})$

Пересечём полученные результаты.



Ответ: $x\in(2-\sqrt{10};1)\cup(5;2+\sqrt{10})$

16