

ШИФР 28367

Класс 10.11.2 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	2	2	—	—	12	3	4	16	8	51	пятьдесят один	

оценки: не подсчитали очки

W1

$$B = \frac{A}{10}$$

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot 24^{-3} + \left(\frac{1}{5}\right)^4 \cdot 5^{-4} + \left(64^{-\frac{1}{9}}\right)^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \approx 1 \cdot 0,6$$

$$B = \frac{3 + 1 + 0,6}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2} \cdot 0,6$$

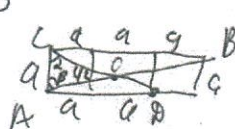
$$B = \frac{4,6}{6} \cdot \frac{6}{10} = \frac{8}{10}$$

$$A = 8$$

ответ: 8 ✓ (4)

W3

$\varphi = ?$



$$\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad \alpha = \arccos \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \cos \beta = \frac{\sqrt{10}}{10} \quad \beta = \arccos \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\alpha + \beta + \varphi = \pi \text{ (м.к.н. треугол.)}$$

$$\varphi = \pi - \arccos \frac{\sqrt{5}}{5} - \arccos \frac{\sqrt{10}}{10}$$

ответ: $\pi - \arccos \frac{\sqrt{5}}{5} - \arccos \frac{\sqrt{10}}{10} = ?$ (2)

N 2

$$\begin{cases} 4x \cdot 11 = a + \frac{b}{3} \\ 3x \cdot t = a \\ x \cdot (18 - t) = \frac{b}{4} \\ 3x \cdot t = b \end{cases}$$

$t_2 = ?$

$$44x = a + \frac{b}{3}$$

$$44x = 3x \cdot t + \frac{b}{3}$$

$$x(18 - t) = \frac{b}{4}$$

(2)

$$\begin{cases} x(44 - 3t) = \frac{b}{3} \\ x(18 - t) = \frac{b}{4} \end{cases}$$

$$\frac{44 - 3t}{18 - t} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{44 - 3t}{18 - t} = \frac{4}{3}$$

$$132 - 9t = 72 - 4t$$

$$60 = 5t$$

$$t = 12$$

$$x \cdot 3 = \frac{b}{4}$$

$$x \cdot 3 \cdot 4 = b$$

$$t_2 = 4$$

Ответ: 4 часа

N 8

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos y = \sin^2 x - \cos y x \\ \sqrt{\sin x - \sin^2 x - \cos x} = \cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos y = \sin^2 x - \cos y \\ \sin x + \cos x = 1 \end{cases}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin x = 1 + \cos x$$

$$1 + \cos^2 x + 2\cos x = 1$$

$$\cos^2 x = -2\cos x$$

$$\cos x = -2 \text{ не подходит}$$

$$\cos x = 0$$

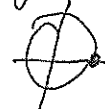
$$\begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$



$$\begin{cases} \sin y = 0 \\ \cos y = 1 \end{cases}$$

$$y = 0 + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$



Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$
 $y = 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$

N10

$$(2a-6)x^2 + (32-10a)x - a-8 < 0$$

$$2ax^2 - 6x^2 + 32x - 10ax - a - 8 < 0$$

$$a(2x^2 - 10x - 1) < 6x^2 - 32x + 8$$

$$a < \frac{6x^2 - 32x + 8}{2x^2 - 10x - 1} \quad \text{график } 2x^2 - 10x - 1$$

поиск экстремума?

$$2 \cdot (2x^2 - 10x - 1) < 6x^2 - 32x + 8$$

$$4x^2 - 20x - 2 < 6x^2 - 32x + 8$$

$$0 < 2x^2 - 12x + 10$$

$$2x^2 - 12x + 10 = 0$$

$$D = 144 - 80 = 64$$

$$x_1 = \frac{12-8}{4} = 1$$

$$x_2 = \frac{12+8}{4} = 5$$

$$(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$$

$$4 \cdot (2x^2 - 10x - 1) < 6x^2 - 32x + 8$$

$$8x^2 - 40x - 4 < 6x^2 - 32x + 8$$

$$2x^2 - 8x - 12 < 0$$

$$D = 64 + 96 = 160 = 4^2 \cdot 10$$

$$\frac{12}{8} \cdot \frac{16}{96}$$

$$x_1 = \frac{8 - 4\sqrt{10}}{4} = 2 - \sqrt{10}$$

$$x_2 = 2 + \sqrt{10}$$

$$\textcircled{8} \quad (2 - \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10})$$

$$\text{Ответ: } x \in [(2 - \sqrt{10}; 1)] \cup [\cancel{5}; 2 + \sqrt{10}]$$

N 9

$$\frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

заменим $t = x + 2014$

$$\frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} + \frac{1}{(t+2)(t+3)} + \frac{1}{(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{t+2+t}{t(t+1)(t+2)} + \frac{t+4+t+2}{(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2(t+1)}{t(t+1)(t+2)} + \frac{2(t+3)}{(t+2)(t+3)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2(t+4)+2t}{t(t+2)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4(t+2)}{t(t+2)(t+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$4 \cdot 999999 = t^2 + 4t$$

$$t^2 + 4t - 4 \cdot 999999 = 0$$

$$\Delta = 16 + 16 \cdot 999999 = 4^2 \cdot 1000^2$$

$$t_1 = \frac{-4 + 4000}{2} = 1998 \quad t_2 = -2002$$

$$-2002 = x + 2014$$

$$1998 = x + 2014$$

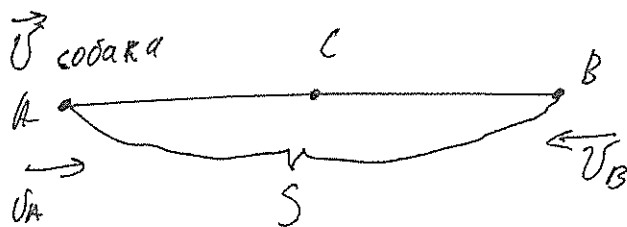
$$x_1 = -4016$$

$$x_2 = -16$$

Ответ: $x_1 = -4016$

$$x_2 = -16$$

N6



$$t_{\text{встр}} = \frac{S}{v_A + v_B}$$

$$t_{\text{встр}} = \frac{45}{25} = 3 \text{ ч}$$

Дано

$$v_A = 12 \text{ км/ч}$$

$$v_B = 15 \text{ км/ч}$$

$$S = 45 \text{ км}$$

$$S' = ? \text{ км}$$

Так как собака бегала от одного велосипед. к другому, она бегала 3 ч $\Rightarrow S' = 15 \cdot 3 = 45 \text{ км}$
 Ответ: 45 км (12)

N7

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{4 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12} \quad |$$

$$ODS \quad x \in [2; \frac{7}{2}]$$

$$6x - x^2 - 5 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 5$$

$$x = \frac{1+5}{2} = 3$$

$$(-\infty; \frac{7}{2}]$$

$$[2; 5] \quad [2; 3] \quad [3; 5]$$

$$-x^2 + 8x - 12 \leq 0$$

$$x^2 - 8x + 12 \geq 0$$

$$D = 64 - 48 = 16$$

$$x_1 = \frac{8-4}{2} = 2$$

$$x_2 = 6$$

$$x^2 + 4x - 5 + 4 - 2x - 2\sqrt{(4-2x)(6x-x^2-5)} \geq 0$$

$$-2\sqrt{(4-2x)(6x-x^2-5)} \geq 4x - 14$$

$$\sqrt{(4-2x)(6x-x^2-5)} \leq 4 - 2x$$

$$x = \frac{7}{2}$$

$$(4-2x)(6x-x^2-5) \leq (4-2x)^2$$

$$x \in [2; 3]$$

$$x \in [2; \frac{7}{2}]$$

$$\text{Ответ: } [2; \frac{7}{2}]$$

(3)

