

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	3	—	6	8	12	12	—	—	—	45	сорок пять	

Аммиак! сорок пять баллов —

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2^{-2} + 2018^0}{(95)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = \frac{\frac{1}{2^2} + 1}{\left(\frac{1}{95}\right)^2 - \frac{5}{(-2)^2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2} + 4\frac{3}{4} = \frac{\frac{1}{4} + 1}{\frac{1}{925} - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + \frac{19}{4} = \\
 &= \frac{\frac{5}{4}}{\frac{1}{925} - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + \frac{19}{4} = \frac{5}{20} + \frac{19}{4} = 5; \quad 80\% \text{ от } A - \text{ есть } \frac{3}{5}A, \text{ т.е. } \frac{3}{5} \cdot 5 = 3
 \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{3}{5}A = 3$ ✓

(4)

н 2

Пусть $\frac{1}{5}x$ — по объём добычи газа Новатэк (Н), тогда,

$\frac{1}{2}x$ — добыча Роснефти (Р),

$\frac{1}{10}x$ — добыча Лукойл (Л),

по условию задачи 30% от Р — есть Газпром, т.е. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10}x = \frac{3}{20}x$ — (Г),
~~тогда~~ так же по условию Р добыла на 8 млрд. куб.м больше,
 чем все остальные. Составляем и решаем уравнение:

$$\frac{1}{2}x - 8 = \frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x + \frac{3}{20}x \quad / \cdot 20$$

$$10x - 160 = 4x + 2x + 3x$$

$$x = 160$$

$$H = \frac{1}{5}x; H = \frac{160}{5} = 32;$$

$$P = \frac{1}{2}x; P = \frac{160}{2} = 80;$$

$$L = \frac{1}{10}x; L = \frac{160}{10} = 16$$

$$G = \frac{3}{20}x; G = \frac{160 \cdot 3}{20} = 24$$

$$H + P + L + G = 80 + 16 + 24 + 32 = 152$$

Ответ: 152 млрд куб.м. добыли газа все компании

См. уса (3)



н 5

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1} = \frac{2}{3}$$

$$н.ч. = \frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1} = \frac{(1 - \cos^2 x)^2 + \cos^4 x - 1}{(1 - \cos^2 x)^3 + \cos^6 x - 1} =$$

$$= \frac{1 - 2\cos^2 x + \cos^4 x + \cos^4 x - 1}{1 - 3\cos^2 x + 3\cos^4 x - \cos^6 x + \cos^6 x - 1} = \frac{2(\cos^4 x - \cos^2 x)}{3(\cos^4 x - \cos^2 x)} = \frac{2}{3} = н.ч.$$

н.ч. = н.ч. что и требовалось показать.

н 4

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1 \quad |^2$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0$$

$$x(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{при } x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{(1-\sqrt{5})^3}{8} - \frac{3(1-\sqrt{5})}{2} + 1 = \frac{(1-\sqrt{5})^2}{4} - \frac{2(1-\sqrt{5})}{2} + 1$$

$$\frac{1 - 3\sqrt{5} + 15 - 5\sqrt{5}}{8} - \frac{3 - 3\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{1 - 2\sqrt{5} + 5 - 4 + 4\sqrt{5} + 4}{4}$$

$$\frac{16 + \sqrt{5}}{8} = \frac{(6 + 2\sqrt{5}) \cdot 2}{2 \cdot 2} \text{ не верно}$$

Проверка:

при $x = 0$

$$1 - 0 = -1 \text{ (не верно)}$$

при $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$$\frac{(1+\sqrt{5})^3}{8} - \frac{3(1+\sqrt{5})}{2} + 1 = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{4} - \frac{2(1+\sqrt{5})}{2} + 1$$

$$\frac{1 + 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{5} + 3 \cdot 1 \cdot 5 + 5\sqrt{5}}{8} - \frac{3 + 3\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{1 + 2\sqrt{5} + 5 - 4 - 4\sqrt{5} + 4}{4}$$

$$\frac{16 - \sqrt{5}}{8} = \frac{(6 - 2\sqrt{5}) \cdot 2}{4 \cdot 2} \text{ (не верно)}$$

Ответ: решений нет.

№ 6

скорость сближения путешественников есть 1 км/ч ($13-5=8$)
 между ними было 10 км расстояние $\Rightarrow \frac{10}{2} = 5 \text{ ч.}$ - время,
 через которое они встретятся.

Скорость самолета 12 км/ч . $\Rightarrow$ путь который он пролетает
 есть $12 \cdot 5 = 60 \text{ км}$ и нам не важно как он летит.

Ответ: 60 км ✓

№ 7

$$\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18} \quad | +2$$

$$8x - x^2 - 7 + 11 - x - 2\sqrt{(11-x)(8x-x^2-7)} \geq 9x - x^2 - 18$$

$$-2x + 22 \geq 2\sqrt{(11-x)(8x-x^2-7)} \quad | :2$$

$$-x + 11 \geq \sqrt{(11-x)(8x-x^2-7)} \quad | +2$$

$$x^2 - 22x + 121 \geq 88x - 11x^2 - 77 - 8x^2 + x^3 + 7x$$

$$x^2 - 22x + 121 \geq 95x - 19x^2 + x^3 - 77$$

$$x^3 - 20x^2 + 117x - 198 \leq 0$$

$$(x-3)(x-6)(x-11) \leq 0$$



Ответ: $x = \{3; 6\}$ ✓

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 8x - x^2 - 7 \geq 0 \\ 11 - x \geq 0 \\ 9x - x^2 - 18 \geq 0 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} x \in [1; 7] \\ x \in [3; 6] \\ x \leq 11 \end{cases}$$

$$x \in [3; 6] \quad \checkmark$$

$$x^3 - 20x^2 + 117x - 198 = 0$$

Воспользуемся схемой Горнера.

1	-20	117	-198
3	1	-17	66
6	1	-11	0

$$x^3 - 20x^2 + 117x - 198 = (x-3)(x-6)(x-11)$$

