ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29327

Класс 9 Вариант 1-1 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	~~4~~ 5	~~4~~ 5	~~4~~ 5	~~8~~ 5	~~8~~ 5	~~12~~ 5	~~8~~ 8	~~12~~ 12	~~10~~ 10	0	~~70~~ 60	~~семьдесят~~ шестьдесят	[signature]

апелляция: шестьдесят. Банева

1. $\dfrac{5\frac{1}{5}-4,1}{3\frac{2}{3}} = \dfrac{5\frac{2}{10}-4\frac{1}{10}}{3\frac{2}{3}} = \dfrac{\frac{52}{10}-\frac{41}{10}}{\frac{11}{3}} = \dfrac{\frac{11}{10}}{\frac{11}{3}} = \dfrac{11\cdot 3}{10\cdot 11} = \dfrac{3}{10} = 0,3.$

Ответ: 0,3

~~4~~ 5

2. I Пусть первая бригада изготовила X станков. Тогда:

2ая изготовила: $X - 0,15X = 0,85X$ (станков)

3я изготовила: $X + 0,2X = 1,2X$ (станков)

II Т.к. всего было изготовлено 366 станков:

$X + 0,85X + 1,2X = 366,$

$3,05X = 366,$

$X = \dfrac{366}{3,05},$

$X = 120$ (станков) – изготовила 1ая бригада.

III Ответ: 120 станков.

~~4~~ 5

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29327

4. $\sqrt{5-3x} > 1$

ОДЗ: $5-3x \geq 0$.

1) Возведём в квадрат обе части:

$(\sqrt{5-3x})^2 > 1^2$;

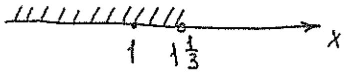
$5-3x > 1$

$3x < 4$

$x < \frac{4}{3}$

$x < 1\frac{1}{3}$ (подходит по ОДЗ).

2) Отметим решения на числовой прямой:



Наибольшее целое решение: $x=1$.

Ответ: $x=1$.

5. 1) $\frac{13-x}{6-2x} > 4$,

$\frac{13-x}{6-2x} - 4 > 0$,

$\frac{13-x-4(6-2x)}{6-2x} > 0$,

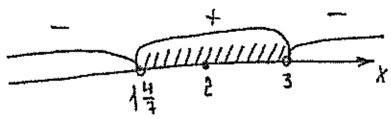
$\frac{13-x-24+8x}{6-2x} > 0$,

$\frac{7x-11}{6-2x} > 0$;

2) Найдём корни:

- $7x-11=0$, $7x=11$, $x=\frac{11}{7}=1\frac{4}{7}$.
- $6-2x \neq 0$, $6 \neq 2x$, $x \neq 3$.

3) Отметим решения на числовой прямой:

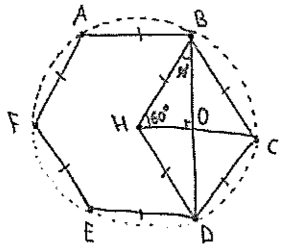


4) Единственное целое число: $2 \Rightarrow$ сумма всех целых решений неравенства равна 2.

Ответ: 2.

ШИФР 29327

6.



Дано:
ABCDEF - правильный 6-угольник.
$BD = 2\sqrt{3}$.
Найти: P = ?

Решение:

1) Проведем HB и HD - радиусы описанной окружности => HB = HD.
Т.к. сторона правильного 6-угольника равна радиусу описанной окружности => R = HB = BC = CD = DE = EF = FA = AB => P = 6 HB.

2) Найдем HB:

1) Т.к. HB = BC = CD = HD => HBCD - ромб => $BD \perp HC$ (по св. ромба) => => $\triangle HBO$ - прямоугольный.
2) Т.к. угол правильного 6-угольника равен: $\frac{180(n-2)}{n} = \frac{180 \cdot 4}{n} = \frac{720}{6} = 120°$ => $BCD = 120°$, откуда $HBC = 180° - 120° = 60°$ (т.к. ромб).
Т.к. HBCD - ромб, то BD биссектриса $\angle HBC$ => $\angle HBO = 30°$ => $\angle BHO = 60°$.
3) Рассмотрим $\triangle HBO$. По теореме синусов:
$\frac{HO}{\sin 30°} = \frac{BO}{\sin 60°}$; откуда $HO = \frac{BO \cdot \sin 30°}{\sin 60°} = \frac{\frac{1}{2} BD \cdot \sin 30°}{\sin 60°} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$.
По теореме Пифагора:
$HB = \sqrt{HO^2 + BO^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$.

3) $P = 6 HB$ => $P = 6 \cdot 2 = 12$.
(см. 1))

~~12~~ 5

Ответ: P = 12.

7. $\sqrt{-x^2 + 2x + 35} = -x - 5$, возведём в квадрат обе части ур-ния:
$-x^2 + 2x + 35 = (-x-5)^2$,
$-x^2 + 2x + 35 = x^2 + 10x + 25$,
$2x^2 + 8x - 10 = 0$,
$x^2 + 4x - 5 = 0$,
$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 5}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} = \left[\begin{array}{l} 1 \\ -5 \end{array}\right.$

Т.к. мы возводим в квадрат, выполним проверку:
1) $\sqrt{-1^2 + 2 \cdot 1 + 35} = -1 - 5$, $\sqrt{36} = -6$. - верно (т.к. 6 = 6); $\sqrt{36} \neq -6$
2) $\sqrt{-(-5)^2 + 2 \cdot (-5) + 35} = -(-5) - 5$; $0 = 0$ - верно.

Ответ: ~~$x_1 = 1$~~, $x_2 = -5$.

~~8~~ 8

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29327

3. $\frac{\sqrt{x^3}+\sqrt{xy^2}-\sqrt{x^2y}-\sqrt{y^3}}{\sqrt[4]{y^5}+\sqrt[4]{x^4y}-\sqrt[4]{xy^4}-\sqrt[4]{y^5}} = \frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{x}-x\sqrt{y}-y\sqrt{y}}{y\sqrt[4]{y}+x\sqrt[4]{y}-y\sqrt[4]{x}-x\sqrt[4]{x}} =$

$= \frac{\sqrt{x}(x+y)-\sqrt{y}(x+y)}{\sqrt[4]{y}(x+y)-\sqrt[4]{x}(x+y)} = \frac{(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(x+y)(\sqrt[4]{y}-\sqrt[4]{x})} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt[4]{y}-\sqrt[4]{x}}.$

Т.к. $x=81$, а $y=10^{-4}=\frac{1}{10000} \Rightarrow$

$\frac{\sqrt{81}-\sqrt{\frac{1}{10000}}}{\sqrt[4]{\frac{1}{10000}}-\sqrt[4]{81}} = \frac{9-0{,}01}{0{,}1-3} = \frac{8{,}99}{-2{,}9} = -3{,}1.$

Ответ: $-3{,}1$.

~~4~~ 5

10. Т.к. последовательность чисел от 1 до 1000 – это арифметическая прогрессия (разница: $d=1$), где $a_1=1$, $a_{1000}=1000$, n(кол-во) $=1000 \Rightarrow$ по формуле суммы первых n членов:

$S_{1000}=S_n=\frac{a_1+a_{1000}}{2}\cdot n = \frac{1+1000}{2}\cdot 1000 = \frac{1001\cdot 1000}{2} = 1001\cdot 500 = 500500.$

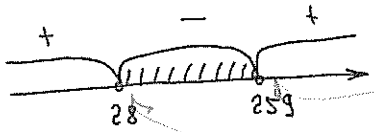
Ответ: 500500.

0 Условие – нужно найти сумму ~~четн~~ чисел.

8. $n^2-287n+7252<0$,

$n^2-287n+7252=0$, решим ур-ние:

$n_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{287\pm\sqrt{287^2-4\cdot 7252}}{2}=\frac{287\pm 231}{2}=\left[\begin{array}{l}28\\259\end{array}\right.$



не входят $\Rightarrow a_1=28+7$
$a_n=259-7$

Числа от 28 до 259, кратные 7, составляют арифметическую прогрессию, где $a_1=28$, $a_n=259$ т.к. $28 \vdots 7$, $259 \vdots 7$. По формуле суммы n первых членов:

$S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n = \frac{28+259}{2}\cdot\left(\frac{(259-28)}{7}+1\right) = 4879.$

Ответ: 4879.

~~12~~ 12

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 29327

9. Настя Миша Гриша

1) Было: n n n

1 день:

съел: $2a$ a $3a$

остал.: $n-2a$ $n-a$ $n-3a$

2 день:

съел: $0{,}5b$ $0{,}5b$ b

остал.: $n-2a-0{,}5b$ $n-a-0{,}5b$ $n-3a-b$

Получаем систему:

$$\begin{cases} n-2a-0{,}5b=8 \\ n-a-0{,}5b=5(n-3a-b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n-2a-0{,}5b=8 & |\times 4 \\ 4n-14a-4{,}5b=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow - \begin{cases} 4n-8a-2b=32 \\ 4n-14a-4{,}5b=0 \end{cases}$$

$$6a+2{,}5b=32.$$

Всего съели: $2a+a+3a+0{,}5b+0{,}5b+b=6a+2b.$

2) Откуда $b = \frac{32-6a}{2{,}5}$

3) Получаем:

$$\begin{cases} 4n-8a-2\left(\frac{32-6a}{2{,}5}\right)=32 \\ 4n-14a-4{,}5\left(\frac{32-6a}{2{,}5}\right)=0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4n-3{,}2a=32 \\ \end{cases}$$

10

10