

ШИФР 20485

Класс 11 Вариант 1 Дата Олимпиады 03.03.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	40	0	50	40	50	30	21	двадцать один	Бубо

ЗАДАЧА 1.

Дано: R, m

$$L = \pi R$$

НАЙТИ:

$A_{\min}$

Пусть плотность вещ-ва

цилиндра — ρ , плотность

вещ-ва, залитого в отверстие — 3ρ .

В любой момент времени ^{линейная} скорость вращения цилиндра равна скорости центра. Значит, равны пути центра и любой крайней точки цилиндра, поэтому цилиндр перевернется, как показано на рисунке.

Найдем расстояние x от геометрического центра

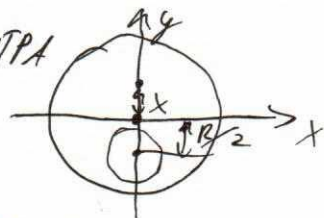
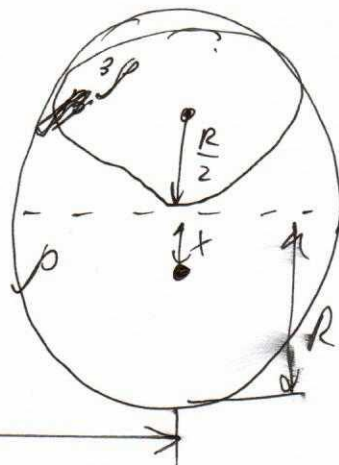
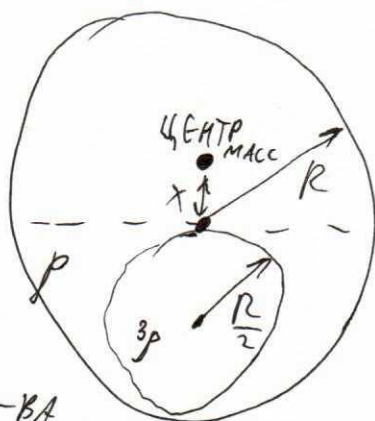
до центра масс цилиндра (без залитого вещ-ва)

$$x = \frac{0 - (-\rho \cdot \pi \cdot \frac{R^2}{4} \cdot \frac{R}{2})}{\rho \pi R^2} = \frac{R}{8}$$

где a — толщина цилиндра.

Из произведения массы цилиндра на расстояние от его центра масс до геом. центра, равного нулю, вычитаем такое же произведение для высверленного куска (он отрицательный, т.к. если геом. центр имеет координаты $(0,0)$, то коорд. его центра масс отриц., а коорд. просверл. цилиндра полож.

Запишем ЗСЭ, считая просверленный цилиндр и залитое вещ-во разными телами:





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

20485

$$\rho a \left(\pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4} \right) \cdot (R+x)g + 3\rho a \cdot \frac{\pi R^2}{4} \cdot \frac{R}{2}g + A =$$

$$= \rho a \left(\pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4} \right) (R-x)g + 3\rho a \frac{\pi R^2}{4} \cdot \frac{3R}{2}g$$

$$\frac{3}{4} \rho a \pi R^2 (R+x)g + \cancel{\frac{3}{8} \rho a \pi R^2 \cdot Rg} + A = \frac{3}{4} \rho a \pi R^2 (R-x)g + \frac{9}{8} \rho a \pi R^2 \cdot Rg$$

$$\cancel{6R} + 6x + 3R + \frac{8A}{\rho a \pi R^2 g} = \cancel{6R} - 6x + 9R$$

$$\frac{8A}{g \rho a \pi R^2} = \frac{8A}{mg} = 6R - 12x = 6R - \frac{3}{2}R = \frac{9}{2}R$$

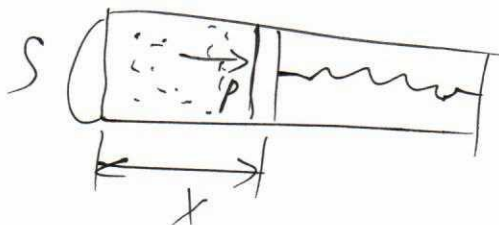
ОТВЕТ: $A = \frac{9}{16} mgR$

ЗАДАЧА 3.

Дано:

$$\nu_1 = 2 \text{ моль (Неон)}$$

$$\nu_2 = 3 \text{ моль (Гелий)}$$



Найти:

Путь x — смещение поршня, S — его

С

площадь.

Сила упругости пружины должна

быть равна силе, действующей на поршень со стороны газов.

$$kx = pS$$

$$p_1 V = \nu_1 R T$$

$$p_2 V = \nu_2 R T$$

$$pV = (\nu_1 + \nu_2)RT$$

$$V = Sx$$

$$kx^2 = (\nu_1 + \nu_2)RT$$

$$Q = A + \Delta U = E_{\text{пружины}} + \Delta U_1 + \Delta U_2 = \frac{kx^2}{2} +$$

$$+ \frac{3}{2} \nu_1 R \Delta T + \frac{3}{2} \nu_2 R \Delta T = \frac{kx^2}{2} + \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) R \Delta T = C \Delta T$$

(Неон и Гелий — одноатомные газы)

Т.к. поршень кас. левого торца при отсутствии газов, можем считать, что газы нагреваются с 0 К, записать такое уравнение:

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{3}{2} (\nu_1 + \nu_2) R T = C T$$

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$ H_2O

ШИФР 20485

$$(\nu_1 + \nu_2)RT + 3(\nu_1 + \nu_2)RT = 2CT$$

$$C = 2(\nu_1 + \nu_2)R \quad \text{ОТВЕТ: } C = \frac{83,1 \text{ Дж}}{\text{К}}$$

ЗАДАЧА 4.

Дано: R, m, I

Найти: B

$$\sum M = 0$$

$$\text{т. О: } F_A \cdot 2R - mgR = 0$$

$$F_A = \frac{mg}{2}$$

$$I B \sin 90^\circ = \frac{mgR}{2}$$

$$I \cdot 2\pi R B = \frac{mgR}{2}$$

$$B = \frac{mg}{4\pi R I}$$

$$\text{ОТВЕТ: } B = \frac{mg}{4\pi R I}$$

ЗАДАЧА 5.

Дано: m_1, m_2

Найти: a

В начальный момент грузы и центр масс системы находятся на одной высоте

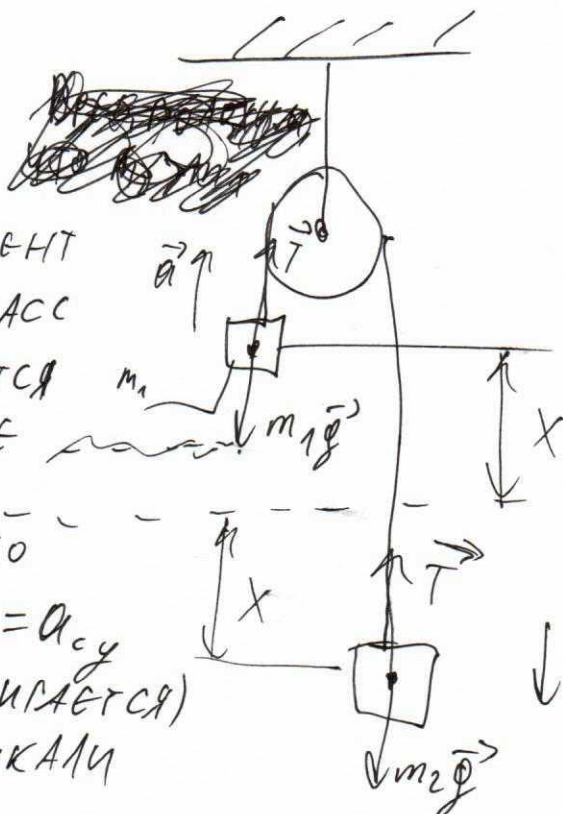
Затем грузы

движутся только

вертикально $\Rightarrow a_x = a_y$

(центр масс движется)

только по вертикали



$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

вы:

$$\text{Груз 1: } T - m_1 g = m_1 a$$

$$2: T - m_2 g = -m_2 a$$

$$g(m_2 - m_1) = a(m_2 + m_1)$$

ШИФР 20485

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g$$

~~Вопрос~~ МАУДИЕМ ОРАДИМАТУ ЦЕНТРА МАСС:

$$y_c = \frac{m_2 x - m_1 x}{m_2 + m_1} = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot x, \text{ где}$$

x - ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ГРУЗОВ (ОНО ОДИНАКОВО, Т.К. МЫТЬ МЕРАС-ТАХИМА)

$$a_c = y_c'' = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot x'' = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \cdot a$$

ОТВЕТ: $a_c = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right)^2 g$ (+)

ЗАДАЧА 6.

Дано: $V = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$L = 1,5 \text{ м}$

$\mu = 0,15$

$S = 0,5 \text{ м}$

НАЙТИ:

t

$\Delta N = \Delta m g$; $F_{тр} = \mu \Delta N = \mu \Delta m g =$

$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$ (ВЕСЬ БРУСОК); $\frac{\mu m g x}{L} = m a$; $= \frac{\mu m g x}{L}$

~~$a = \frac{\mu g x}{L}$~~

~~Или $x = S \cdot \sin(\sqrt{\frac{\mu g}{L}} \cdot t)$ ($S = x_{\max}$)~~

~~$x'' - \frac{\mu g}{L} \cdot x = 0$~~

РЕШАЯ ЭТО ДИФФ. УРАВНЕНИЕ, ПОЛУЧИМ:

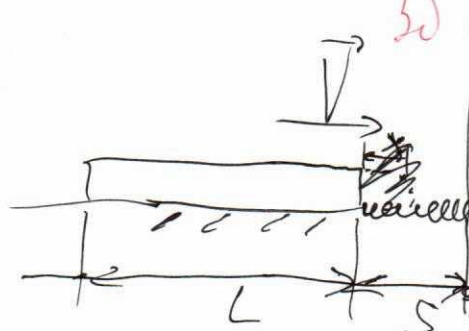
$t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L}{\mu g}}$

$x = S \cdot \sin(\sqrt{\frac{\mu g}{L}} \cdot t)$ ($S = x_{\max}$)

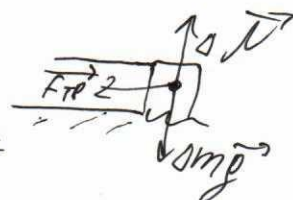
$x = S$; $\sin(\sqrt{\frac{\mu g}{L}} \cdot t) = 1$

$\sqrt{\frac{\mu g}{L}} \cdot t = \frac{\pi}{2}$

ОТВЕТ: $t = 1,57 \text{ с}$



ПУСТЬ ЧАСТЬ БРУСКА, ДЛИНА КОТОРОЙ РАВНА x , А МАССА $\Delta m = \frac{x}{L} m$, ЗАХВАТОВА ЧЕРХОВАТЫЙ УЧАСТОК.



20485

В абз добавлен 1б, все верно, но
нет ответа! Итого 22б.

 (Болекин С. В.)