



ШИФР 32257

Класс 10 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания ~~СНБТ~~ АЭТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	0	8	8	12	0	14	0	0	50	пятьдесят	



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 32251

Задача 11

$$A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75 = \frac{\frac{1}{4} + 1}{\frac{1}{1/4} - 5 \cdot \frac{1}{4} + \frac{9}{4}} + 4,75 =$$

$$= \frac{5}{16 - 5 + 9} + 4,75 = \frac{1}{4} + 4\frac{3}{4} = 5$$

$$0,6 \cdot 5 = 3$$

Ответ: 3

Задача 12

Пусть Лукойл добыл x .

Тогда Новатэк $2x$, а Роснефть $5x$, т.к. $2:5:1 = \frac{1}{5}:\frac{1}{2}:\frac{1}{10}$

Газпром добыл $0,3 \cdot 5x = 1,5x$

$$5x = 8 + 1,5x + 2x + x \Rightarrow 0,5x = 8 \Rightarrow x = 16 \text{ млрд. куб. м. - Лукойл}$$

Роснефть $5x = 80$ млрд. куб. м.

Газпром $1,5x = 24$ млрд. куб. м.

Новатэк $2x = 32$ млрд. куб. м.

Ответ: Новатэк 32

Роснефть 80

Лукойл 16

Газпром 24

млрд. куб. м.

Задача 15

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \sin^2 \alpha = a \end{array} \right\} \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - a$$

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{a^2 + (1-a)^2 - 1}{a^3 + (1-a)^3 - 1} = \frac{a^2 + 1 - 2a + a^2 - 1}{a^3 + 1 - 3a^2 + 3a - a^3 - 1} = \frac{2a^2 - 2a}{3a^2 - 3a} = \frac{2(a^2 - a)}{3(a^2 - a)} = \frac{2}{3}$$

Задача №6

$$t = \frac{5 \text{ км/ч} - 3 \text{ км/ч}}{10 \text{ км/ч}}$$

$$t = \frac{10 \text{ км}}{5 \text{ км/ч} - 3 \text{ км/ч}} = 5 \text{ ч}$$

- время, через которое
встретятся путешественники

$$S = t \cdot v_{\text{ср}} = 5 \text{ ч} \cdot 12 \text{ км/ч} = 60 \text{ км}$$

Ответ: 60 км.

Задача №8

$$\sin x \neq 0 \quad \cos x \neq 0$$

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$2a = \frac{1}{a}$$

$$2a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 45^\circ \\ x = 135^\circ \\ x = -45^\circ \\ x = -135^\circ \end{cases}$$

$$\cos x = \cos y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Если } \cos x = \cos y, \text{ то } \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos x \Rightarrow \frac{1}{\cos x} = 0 \quad ?!$$

$$\Rightarrow \cos x = -\cos y$$

$$\begin{aligned} |\sin x| = |\sin y| = |\cos x| = |\cos y| = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin x = -\sin y \quad \cos x = -\cos y \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$y = \frac{1}{4}\pi + \frac{\pi}{2}k$$

$$\sin^2 x - 1 = \sin x \sin y$$

$$+ \quad \cos^2 x - 1 = \cos y \cos x$$

$$-1 = \sin x \sin y + \cos x \cos y$$

$$-1 = a + \sqrt{1-a^2} \sqrt{1-b^2}$$

$$(a+b)^2 = (1-a^2)(1-b^2)$$

$$a^2b^2 + 2ab + 1 = 1 - a^2 - b^2 + a^2b^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 0$$

$$(a+b)^2 = 0 \quad a = -b$$

$$\Rightarrow \sin x = -\sin y = a$$

$$\cos x = 1 - \sin^2 x = 1 - a^2 = \cos y$$

$$\begin{aligned} \sin x &= a \\ \sin y &= b \end{aligned}$$

Задача №4

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$$

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x^3 - x^2 - x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{4} &= 2 \\ \sqrt{5} &> 2 \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

Задача №7

$$\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18}$$

$$(\sqrt{8x - x^2 - 7} - \sqrt{11 - x})^2 \geq 0$$

$$\sqrt{8x - x^2 - 7} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18} + \sqrt{11 - x} \geq 0 \Rightarrow$$

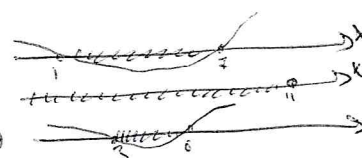
$$\Rightarrow 8x - x^2 - 7 \geq 9x - x^2 - 18 + 2\sqrt{9x - x^2 - 18}\sqrt{11 - x} + 11 - x$$

$$0 \geq 2\sqrt{9x - x^2 - 18}\sqrt{11 - x}$$

всегда верно

Ответ: $x \in [3; 6]$.

$$\begin{aligned} (x-7)(x-1) &\leq 0 \\ x-11 &\leq 0 \\ (x-3)(x-6) &\leq 0 \end{aligned}$$



$$\Rightarrow x \in [3; 6]$$

Задача №10

$$f(x) = (4-2a)x^2 + (13a-27)x + 33-13a \geq 0$$

$$1 < a < 3$$

$$D = (13a-27)^2 - 4(4-2a)(33-13a) =$$

$$= 169a^2 - 2 \cdot 13 \cdot 27a + 27^2 - 4(133 - 118a + 26a^2) = 169a^2 - 702a + 27^2 - 528 + 472a - 104a^2 =$$

$$= 65a^2 - 230a + 201$$

$$= a^2 \cdot 65 - 230a + 201$$

$$= 0 \text{ при } a \in (1; 3) \text{ (не выполняется)}$$

$$65a^2 - 230a + 201$$

$$D = 230^2 - 4 \cdot 65 \cdot 201 = 835 > 0$$

$$\Rightarrow 65a^2 - 230a + 201 \text{ всегда больше 0}$$

$$\Rightarrow f(x) > 0 \text{ при любом } x$$

Ответ: $x \in (-\infty; +\infty)$