



ШИФР 26 800

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания СПб ГЭТУ «ЛЭТИ»

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	4	0	12	4	5	16	0	59	красная десять шестьдесят три	Ром

Задача 1.

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + \left(\frac{2}{10}\right)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{\frac{-1}{3}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} = \frac{\frac{3^{10}}{27^3} + \frac{10^4}{2^4 \cdot 25^2} + 64^{\frac{1}{3}}}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2(\sqrt{4-3})} \cdot 0,6 =$$

$$= \frac{3+1+3\sqrt{2^6}}{6} \cdot 0,6 = \frac{4+4}{6} \cdot \frac{6}{10} = \frac{8}{10}.$$

$$0,1 \cdot A = B \Leftrightarrow A = \frac{B}{0,1} = \frac{\frac{8}{10}}{0,1} = 8$$

Ответ: $A = 8$.

Задача 2.

V - производительность насоса, S_1 - объем первого танкера, S_2 - объем второго танкера

$$\begin{cases} 4 \cdot V \cdot 112 = S_1 + \frac{1}{3} S_2 \\ \frac{S_1}{3V} + \frac{1}{4} \frac{S_2}{V} = 182. \end{cases}$$

$$\frac{S_2}{3V} - ?$$

$$\begin{cases} 44 = \frac{S_1}{V} + \frac{S_2}{3V} \\ \frac{S_1}{V} = 54 - \frac{3S_2}{4V} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_2}{V} \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} \right) = -102 \Rightarrow \frac{S_2}{V} = 24$$

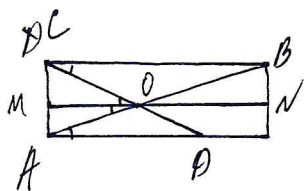
$$\frac{S_2}{3V} = \frac{24}{3} = 82.$$

Ответ: за 8 часов.

СР Акула 1.



Задача 3.



$$\Rightarrow MN \parallel AB \parallel CD \Rightarrow \angle OAD = \angle ODM - \text{накрест. кр.}$$

$$\angle OCB = \angle OCM.$$

$$\angle(AB, CD) = \angle COM + \angle AOM$$

$$\tan \angle OAD = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \angle(AB, CD) = \arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3}$$

$$\tan \angle OCB = \frac{1}{3}$$

$$\text{Ответ: } \arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{3} \quad 4$$

Задача 4.

$$(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1) = \frac{1}{4}x$$

$$\text{обз: } \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$\exists t = 1+x \Rightarrow 1-x = 2-t$$

$$x = t-1$$

$$\begin{cases} t \leq 2 \\ t \geq 0 \end{cases}$$

$$(\sqrt{t}-1)(\sqrt{2-t}+1) = \frac{1}{4}(t-1)(\sqrt{t}+1)$$

$$4(\sqrt{2-t}+1) = \sqrt{t}+1$$

$$4\sqrt{2-t}+4 = \sqrt{t}+1$$

$$4\sqrt{2-t}-\sqrt{t} = -3 \quad | \cdot 2$$

$$16 \cdot 2 - 16 \cdot t + t - 8 \cdot \sqrt{t(2-t)} = 9$$

$$32 - 9 - 65t = 8\sqrt{t(2-t)} \quad | \cdot 2$$

$$23^2 + 15^2 t^2 - 2 \cdot 15 \cdot 23t = 64 \cdot 2 \cdot t - 64t^2$$

$$79t^2 - 2409t + 23^2 = 0 - \text{оба корня } > 0$$

$$\sqrt{129490} \approx 355$$

$$\frac{2 \cdot 409 \pm 2 \cdot \sqrt{129490}}{2 \cdot 79} < 1$$

$$D = 4 \cdot 129490$$

$$t_{1,2} = \frac{2 \cdot 409 \pm 2 \cdot \sqrt{129490}}{2 \cdot 79}$$

$$\textcircled{4} - \text{не подходит, т.к. } t > 2.$$

$$\frac{2 \cdot 409 - 2 \cdot \sqrt{129490}}{2 \cdot 79} < 1 \quad \textcircled{4}$$

Спасибо.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Задача 4.

$$t = 1$$

$$t = \frac{2 \cdot 409 - 2 \cdot \sqrt{129490}}{2 \cdot 79} \Rightarrow x = 0$$

$$x = \frac{409 - \sqrt{129490}}{79} - 1$$

Задача 6.

1 собака в первый раз пробежит к велосипедисту, скорость которого 13 км/ч

Пробежит за 1-ю iteration: $\frac{75}{15+13} = \frac{75}{28} \cdot 15 = \frac{5 \cdot 15^2}{28}$

Пробежит за 2-ю: $\frac{75 - \frac{75}{28} \cdot 15}{28 \cdot (12+13)} \cdot 15 = \frac{75 \cdot (1 - \frac{15 \cdot 15}{28})}{28 \cdot 25} = \frac{75 \cdot (1 - \frac{225}{28})}{28 \cdot 25}$

2-я iteration: $\frac{75}{12+13} \cdot 15 \text{ км} = \frac{75 \cdot 15}{25} = 45 \text{ км}$

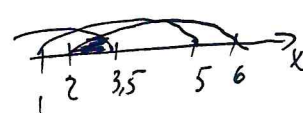
Ответ: 45 км.

12

Задача 7.

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12} \cdot 12$$

ОДЗ:



$$6x - x^2 - 5 \geq 0$$

$$x \in [1; 5]$$

$$8x - x^2 - 12 \geq 0$$

$$x \in [2; 6]$$

$$x \in [2; 3.5]$$

$$7 - 2x \geq 0$$

$$x \in (-\infty; 3.5]$$

$$6x - x^2 - 5 + 7 \cdot 12x - 2 \sqrt{6x - x^2 - 5} \sqrt{7 - 2x} \geq 8x - x^2 - 12$$

$$-4x + 12 \geq 2 \sqrt{6x - x^2 - 5} \sqrt{7 - 2x} \cdot 12$$

$$36 - 24x + 4x^2 \geq 42x - 7x^2 - 35 - 12x^2 + 2x^3 + 10x$$

$$2x^3 + 76x - 25x^2 - 71 \leq 0 \quad \& \quad f'(x) = 6x^2 + 76 - 50x$$

$f'(x) > 0$ на всем отрезке $[2; 3.5]$

$$f(2) < 0 \quad f(3.5) < 0 \Rightarrow f(x) \neq 0 \quad x \in [2; 3.5]$$

$$f(2) < 0 \quad f(3.5) < 0 \Rightarrow f(x) \neq 0 \quad x \in [2; 3.5]$$

Ответ: $x \in [2; 3.5]$

4

УПРАЖН. 5.



ШИФР 26800

Задача 8.

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \quad | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x = \sin x - \cos y \\ 1 = \cos x + \cos y + \sin x - \cos y \quad (1) \end{cases}$$

4①

$$1 = \cos x + \sin x$$

$$\Rightarrow \sin x = t$$

$$1 = \sqrt{1-t^2} + t$$

$$1-t = \sqrt{1-t^2} \quad | \cdot 2$$

$$1+t^2-2t = 1-t^2$$

$$2t^2-2t=0$$

$$t(1-t)=0$$

$$\begin{cases} t=0 \\ t=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

4③

$$\cos x + \cos y = \sin^2 x$$

$$\cos y = -1 \quad \text{при } x = 2\pi k$$

$$\cos y = 1 \quad \text{при } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \Rightarrow \begin{cases} y = \pi + 2\pi k \\ y = 2\pi k \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

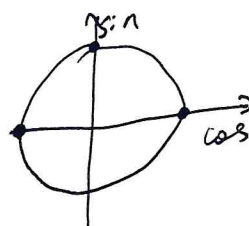
$$\text{Ответ: } \left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}, \left\{ 2\pi k, \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

5

$$\textcircled{2} \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \Rightarrow \sin x - \cos y \geq 0$$

$\cos x \geq 0 \Rightarrow$ находится только 2 ПК

$$\textcircled{3} \cos x + \cos y = \sin^2 x \Rightarrow \cos y \geq 0$$



$$\textcircled{4} \sin x - \cos y = \cos^2 x$$

$$\cos y = -1 \quad \text{при } x = 2\pi k$$

$$\cos y = 1 \quad \text{при } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

СРЯНУЮ.



Задача 9.

$$\exists x+2014=A$$

$$\frac{1}{A(A+1)} + \frac{1}{(A+1)(A+2)} + \frac{1}{(A+2)(A+3)} + \frac{1}{(A+3)(A+4)} = \frac{1}{999999}$$

$$4A^3 + 24A^2 + 44A + 24$$

$$\frac{4A^3 + 24A^2 + 44A + 24}{A^5 + 10A^4 + 35A^3 + 50A^2 + 24A} = \frac{1}{999999}$$

$$A^5 + 10A^4 + 35A^3 + 50A^2 + 24A = (A^2 + 4A) \cdot$$

$$(A^3 + 6A^2 + 11A + 24)$$

$$\frac{4}{A^2 + 4A} = \frac{1}{999999} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^2 + 4A = 4 \cdot 999999$$

$$(x+2014)^2 + 4 \cdot (x+2014) = 4 \cdot 999999$$

$$x^2 + 4028x + 4056196 + 4x + 8056 = 4 \cdot 999999$$

$$\frac{x^2}{4} + 1007x + x + 1014049 + 2014 = 999999$$

$$\frac{x^2}{4} + 1008x + 16064 = 0$$

$$D = 10^6$$

$$x = \frac{-1008 \pm 1000}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot (\pm 1000 - 1008)$$

$$x_1 = -16 \quad x_2 = -4016$$

Ответ: -16; -4016.

16

СР Актуальное