



ШИФР 23365

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания СПУГУ ЛЭТИ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	0	4	8	0	0	12	8	16	0	52	пятидесят два	<i>Amf</i>

n^9

$$\frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999999}$$

$\Rightarrow x+2016=t$, тогда:

$$\frac{1}{(t-2)(t-1)} + \frac{1}{(t-1)t} + \frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{1}{t-1} \cdot \left(\frac{t-2+t}{(t-2)t} \right) - \frac{1}{t+1} \cdot \left(\frac{t+2+t}{(t+2)t} \right) = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2}{(t-2)t} + \frac{2}{(t+2)t} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{2}{t} \cdot \left(\frac{t-2+t+2}{(t-2)(t+2)} \right) = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4}{(t-2)(t+2)} = \frac{1}{999999}$$

$$4 \cdot 999999 = t^2 - 4$$

$$t^2 = 4 \cdot (999999 + 1)$$

$$t^2 = 2^2 \cdot 10^6$$

$$\begin{cases} t = 2 \cdot 10^3 \\ t = -2 \cdot 10^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2016 = 2000 \\ x+2016 = -2000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -16 \\ x = -4016 \end{cases}$$

Ответ: $x \in \{-16, -4016\}$

О.Д.З:
 $\begin{cases} (t-2)(t-1) \neq 0 \\ t(t-1) \neq 0 \\ t(t+1) \neq 0 \\ (t+1)(t+2) \neq 0 \end{cases}$
 $t \notin \{1, 2, -1, -2\}$
 О.Д.З:
 $x \notin \{-2014, -2015, -2016, -2017, -2018\}$



ШИФР

23365

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



н 1.

$$A = \frac{B}{0,1}$$

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 2 \cdot 4^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot (2,014)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

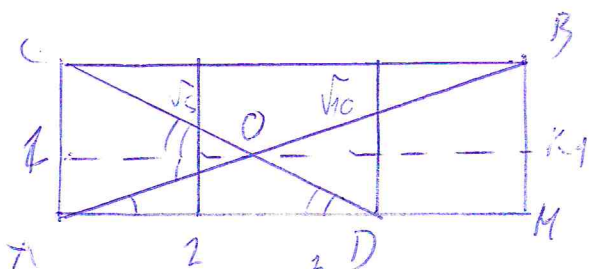
$$= \frac{\frac{3^{10}}{3^9} + (0,2 \cdot 5)^{-4} + 2^{6 \cdot (-\frac{1}{3}) \cdot (-3)}}{2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{4-3} + 2 - \sqrt{3}} \cdot 1 \cdot 0,6 =$$

$$= \frac{3 + 4 + 4}{6} \cdot 0,6 = 0,8$$

$$A = \frac{B}{0,1} = \frac{0,8}{0,1} = 8$$

ответ: $A = 8$. 4

н 3.



Дано:

3 KB - на

AB, CD

Найти: $\angle(AB, CD)$

Решение: $\angle AB \cap CD = O$

$KL \parallel AD$ $O \in KL$

$\triangle CLO \sim \triangle CAD$ (по 2-м углам) $\Rightarrow \angle LOC = \angle ADC$

$\angle AOL = \angle OAD$ (попарно смежные)

$\angle(AB, CD) = \angle AOC = \angle AOL + \angle LOC = \angle OAD + \angle CDA$

$\triangle CAD$: $\sin \angle CDA = \frac{1}{\sqrt{5}}$ (по ЛД-признаку; $CD = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ (по м. Пифагора))
 $\cos \angle CDA = \frac{2}{\sqrt{5}}$

Аналогично в $\triangle ABM$: $AB = \sqrt{5+1} = \sqrt{6}$ (по м. Пифагора) $\Rightarrow \sin \angle OAD = \frac{1}{\sqrt{6}}$
 $\cos \angle OAD = \frac{2}{\sqrt{6}}$

$\sin \angle COA = \sin \angle CPA = \cos \angle OAD + \cos \angle CDA \cdot \sin \angle OAD = \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{10 \cdot 10} = \frac{1}{6} \cdot 10 = \frac{5}{3}$

4



ШИФР

23365

110.

$$(2a-6)x^2 + (32-10a)x - (a+8) < 0 \quad \forall a \in (2; 4)$$

$$\frac{D}{4} = (16-5a)^2 + (a+8)(2a-6) = 256 - 48a - 150a + 24a^2 = 208 - 150a + 24a^2$$

$$x = \frac{5a-16 \pm \sqrt{208-150a+24a^2}}{2a-6}$$

в $S(x)=0$ при $x \in \mathbb{R}$ и $x \notin \mathbb{R}$, каковы значения

исходно $x_1 = \frac{5a-16 - \sqrt{208-150a+24a^2}}{2a-6}$ и $x_2 = \frac{5a-16 + \sqrt{208-150a+24a^2}}{2a-6}$

II

Все x , которые принадлежат

данному промежутку при каждом $a \in (2; 4)$, являются

т.к. Правый промежуток постоянно увеличивается

с ростом a (т.к. $\frac{5a-16}{2a-6}$ и $\frac{5a-16 + \sqrt{208-150a+24a^2}}{2a-6}$ при $a \in (2; 4)$)

$f(a) = \frac{5a-16 - \sqrt{208-150a+24a^2}}{2a-6}$, при $a \uparrow$ (верхняя граница)

II

при a наименьшем x будет

$$a=2$$

$$x_1 = \frac{10-16 + \sqrt{208-300+24 \cdot 4}}{4-6} = 2$$

$$x_2 = \frac{10-16 - \sqrt{208-300+24 \cdot 4}}{4-6} = 5, \text{ т.е. все } x \in (2; 5) \text{ удовлетворяют}$$

Ответ: $x \in (2; 5)$.



ШИФР

233 65

н⁴.

$$\sqrt{6x-x^2-5} - \sqrt{4-2x} = \sqrt{8x-x^2-12}$$

$$\sqrt{6x-x^2-5} \geq \sqrt{8x-x^2-12} + \sqrt{4-2x}$$

$$6x-x^2-5 \geq 8x-x^2-12 + 2\sqrt{(8x-x^2-12)(4-2x)} + 4-2x$$

$$0 \geq \sqrt{(8x-x^2-12)(4-2x)}$$

$$(8x-x^2-12)(4-2x) = 0$$

$$(x-2)(x-6)(x-3,5) = 0$$

$$\text{ответ: } x \in \{2; 3,5\}$$

н⁴

$$(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x$$

$$\frac{(\sqrt{1+x} + 1)(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1)}{\sqrt{1+x} + 1} = \frac{1}{4}x$$

$$\frac{x(\sqrt{1-x} + 1)}{\sqrt{1+x} + 1} = \frac{1}{4}x$$

$$\begin{cases} 4\sqrt{1-x} + 3 = \sqrt{1+x} \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16(1-x) + 24\sqrt{1-x} + 9 = 1+x \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16 - 16x + 24\sqrt{1-x} + 9 - x = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 24\sqrt{1-x} = 15x - 24 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{1-x} = \frac{15}{24}x - 1, \text{ так } 15x - 24 \text{ при } x \in [-1; 1] \text{ всегда } < 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1-x = \left(\frac{15}{24}x - 1\right)^2 + \frac{14}{12}x + 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \left(\frac{15}{24}x\right)^2 + \frac{29}{12}x \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{15^2}{24 \cdot 12}x + 29 = 0$$

О.Д.З.:

$$\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \\ x \in [-1; 1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in \emptyset \\ x = 0 \end{cases}$$

ответ: $x = 0$.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

93365

нв.

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$$

О.Д.З.:

$$\begin{cases} \cos x \geq 0 \\ \sin x - \cos y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x + \sin x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos x} \\ \cos x + \cos y = \sin^2 x \end{cases} ?$$

$$1 + \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} - 1} = \frac{1}{\cos x} \quad \begin{cases} 1 + \sqrt{\frac{1}{\cos x} - 1} = \frac{1}{\cos^2 x} \\ \cos x + \cos y = \sin^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + 2\sqrt{\frac{1}{\cos x} - 1} + \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \frac{1}{\cos^2 x} \\ \cos x + \cos y = \sin^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{1}{\cos x} - 1} = 0 \\ \cos x + \cos y = \sin^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos^2 x = 1 \\ \cos x + \cos y = \sin^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ 1 + \sin \cos y = 1 - \cos^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = \pi + 2\pi h, h \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\frac{1}{2} \{ 2\pi k, x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; y = \pi + 2\pi h, h \in \mathbb{Z} \}$ 8

$x =$

$y =$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

23365

н.с.

$$\begin{aligned} \tan 15^\circ \cdot \tan 25^\circ \cdot \tan 35^\circ \cdot \tan 85^\circ &= \frac{\cos 15^\circ \cdot \cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \cos 85^\circ \cdot \sin 45^\circ}{\sin 15^\circ \cdot \cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \cos 85^\circ \cdot \cos 45^\circ} \\ &= \frac{\cos 15^\circ \cdot \cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \cos 85^\circ \cdot \sin 45^\circ}{\sin 15^\circ \cdot \cos 25^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \cos 85^\circ \cdot \cos 45^\circ} = \end{aligned}$$

$$= \frac{(\sin 60^\circ + \sin 30^\circ) \cdot (\sin(60^\circ + 10^\circ) + \sin(40^\circ - 10^\circ)) - (\sin(60^\circ + 10^\circ) + \sin(40^\circ - 10^\circ))}{(\sin 60^\circ - \sin 30^\circ) \cdot (\sin(60^\circ + 10^\circ) - \sin(40^\circ - 10^\circ)) (\sin(60^\circ + 20^\circ) - \sin(60^\circ - 10^\circ))}$$

$$\frac{(\sin(60^\circ - 10^\circ) + \sin(40^\circ + 10^\circ))}{(\sin(60^\circ - 10^\circ) - \sin(40^\circ + 10^\circ))} = \frac{(\sqrt{3} + 1) (\cos 10^\circ (\sqrt{3} + 1)^2 \sin 10^\circ (\sqrt{3} - 1)) (\cos 10^\circ (\sqrt{3} + 1) - \sin 10^\circ (\sqrt{3} - 1))}{(\sqrt{3} - 1) (\cos 10^\circ (\sqrt{3} - 1)^2 \sin 10^\circ (\sqrt{3} + 1)) (\cos 10^\circ (\sqrt{3} - 1) - \sin 10^\circ (\sqrt{3} + 1))}$$

$$\frac{\cos 10^\circ}{\sin 10^\circ} = 1.$$

н.п.д.

